



---

**Državni izpitni center**

---



JESENSKI IZPITNI ROK

**Osnovna in višja raven**  
**MATEMATIKA**

**NAVODILA ZA OCENJEVANJE**

**Ponedeljek, 27. avgust 2018**

---

**SPLOŠNA MATURA**

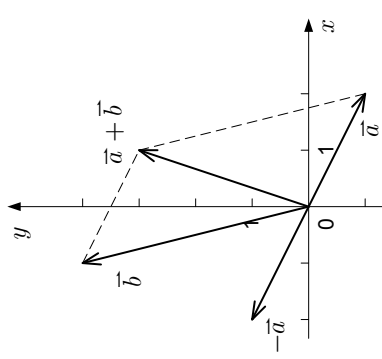
---

*Popravljená moderirana različica*

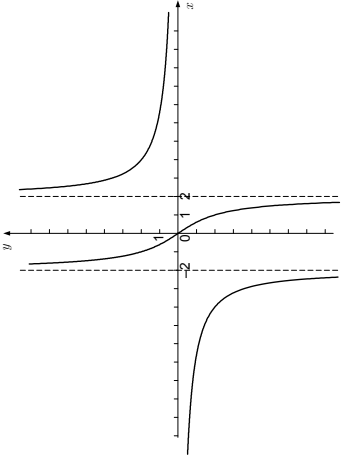
## IZPITNA POLA 1

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
1	1	♦ z 2	DA
	1	♦ s 3	DA
	1	♦ s 4	DA
	1	♦ s 5	DA
	1	♦ s 6	DA
	1	♦ z 8	DA
	1	♦ z 9	DA
			NE
			NE
<b>Skupaj</b>	<b>7</b>		

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
2.1	1	♦ $p_1: y = x + 2$	
	2	♦ $p_2: y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$	1 + 1
	1	♦ $p_3: y = 1$	
2.2	1	♦ $(-1, 1)$	Toleriramo tudi zapis $p_1 \cap p_2 \cap p_3 = \{(-1, 1)\}$ .
2.3	2	♦ $S = \frac{3}{2}$	Le ugotovitev, da gre npr. za razliko ploščin dveh trikotnikov ali za ploščino trapeza ali za vsoto ploščin treh pravokotnih trikotnikov ali zapis ploščine z integralom ... *1 točka.
<b>Skupaj</b>	<b>7</b>		

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
3	4	<ul style="list-style-type: none"> <li>♦ narisani vektorji <math>\vec{a}</math>, <math>\vec{b}</math>, <math>-\vec{a}</math> in <math>\vec{a} + \vec{b}</math></li> </ul> 	<p>Narisan vektor <math>\vec{a}</math> ... 1 točka,  narisan vektor <math>\vec{b}</math> ... 1 točka,  narisan vektor <math>-\vec{a}</math> ... *1 točka,  narisan vektor <math>\vec{a} + \vec{b}</math> ... *1 točka.</p>
	3	<ul style="list-style-type: none"> <li>♦ izračunana dolžina <math> \vec{b}  = \sqrt{16+1} = \sqrt{17}</math></li> </ul>	<p>Le ugotovitev, da je <math>\vec{b}</math> najdaljši vektor ... 1 točka.  Le zapis ali uporaba formule za dolžino vektorja ... *1 točka.</p>
<b>Skupaj</b>	<b>7</b>		
Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
4.1	2	<ul style="list-style-type: none"> <li>♦ rešitvi, npr. <math>x_{1,2} = -1 \pm i</math>  ali utemeljitev, da enačba nima realnih rešitev</li> </ul>	<p><math>1 + 1</math>  Le izračun <math>D = -4</math> ... 1 točka.</p>
4.2	2	<ul style="list-style-type: none"> <li>♦ množica rešitev, npr. <math>\left\{-\frac{\pi}{6} + k \cdot 2\pi, \frac{7\pi}{6} + k \cdot 2\pi; k \in \mathbb{Z}\right\}</math></li> </ul>	<p><math>1 + 1</math>  Le po ena rešitev iz vsake veje, npr. <math>-\frac{\pi}{6}</math> in <math>\frac{7\pi}{6}</math> ... 1 točka.</p>
4.3	1	<ul style="list-style-type: none"> <li>♦ množica rešitev, npr. <math>\left\{-\frac{\pi}{4} + k\pi; k \in \mathbb{Z}\right\}</math></li> </ul>	
4.4	1	<ul style="list-style-type: none"> <li>♦ <math>x_{1,2} = \pm 2</math></li> </ul>	
<b>Skupaj</b>	<b>6</b>		<p>Če kandidat nikjer v nalogi ne zapiše <math>k \in \mathbb{Z}</math>, se mu v celoti odšteje 1 točka.</p>

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
5.1	3	<ul style="list-style-type: none"> <li>♦ zapisan predpis funkcije, npr. <math>f(x) = -\frac{1}{2}(x+2)(x-3)</math> ali <math>f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x + 3</math></li> </ul>	Zapis ali uporaba predpisa kvadratne funkcije v splošni, temenski ali ničelni obliki ... 1 točka. Izračun (zapis) vsaj dveh izmed neznanih vrednosti $a, b, c, x_1, x_2 \dots$ 1 točka.
5.2	2	<ul style="list-style-type: none"> <li>♦ zapisani koordinati temena, npr. <math>p = \frac{1}{2}, q = \frac{25}{8}</math></li> </ul>	1 + 1
5.3	1	<ul style="list-style-type: none"> <li>♦ odgovor: V dveh točkah.</li> </ul>	
5.4	1	<ul style="list-style-type: none"> <li>♦ množica rešitev, npr. <math>(-\infty, \frac{25}{8})</math></li> </ul>	Toleriramo tudi $m < \frac{25}{8}$ .
<b>Skupaj</b>	<b>7</b>		

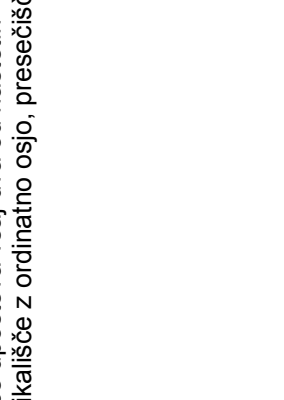
Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
6	3	<ul style="list-style-type: none"> <li>♦ ničla, npr. <math>x_1 = 0</math></li> <li>♦ pola, npr. <math>x_2 = -2, x_3 = 2</math></li> <li>♦ vodoravna asimptota: <math>y = 0</math></li> </ul>	1 + 1 + 1
	2	<ul style="list-style-type: none"> <li>♦ izračunan odvod, npr. <math>f'(x) = \frac{-6(x^2+4)}{(x^2-4)^2}</math></li> </ul>	Le uporaba formule za odvod količnika ... 1 točka.
	3	<ul style="list-style-type: none"> <li>♦ narisani graf</li> </ul> 	Vsaka veja 1 točka.
<b>Skupaj</b>	<b>8</b>		

<b>Naloga</b>	<b>Točke</b>	<b>Rešitev</b>	<b>Dodatna navodila</b>
<b>7.1</b>	3	♦ izračunan približek višine sisteme, npr. $v \doteq 6,4$ dm	Le zapis ali uporaba formule, npr. $V = \pi r^2 \cdot h$ ... 1 točka. Le zapis ali upoštevanje, da je $120 \ell = \frac{2}{3}V$ ali $h = \frac{2}{3}v$ ... 1 točka.
<b>7.2</b>	3	♦ izračunan približek polmera enakostraničnega valja, npr. $r \doteq 2,7$ dm	Le zapis ali upoštevanje, da je višina enakostraničnega valja enaka premeru osnovne ploskve ... 1 točka. Le zapisana enačba, npr. $120 = 2\pi r^3$ ... 1 točka.
<b>Skupaj</b>	<b>6</b>		Če kandidat nikjer pri rezultatih ne zapiše enot, v celoti izgubi 1 točko.

<b>Naloga</b>	<b>Točke</b>	<b>Rešitev</b>	<b>Dodatna navodila</b>
<b>8</b>	4	♦ izračunan $x = \frac{4}{3}$	Le zapis enačbe, npr. $f(x) = g(x)$ ... 1 točka. Upoštevanje pravila za vsoto ali razliko logaritmov ... *1 točka. Le zapisana enačba brez logaritmov, npr. $9 = \frac{3^{x-1}}{x-1}$ ... *1 točka (postopkovna točka je za pravilno uporabo definicije logaritma).
	1	♦ izračunan $y = 1$	
	1	♦ zapisano presečišče, npr. $P\left(\frac{4}{3}, 1\right)$	
<b>Skupaj</b>	<b>6</b>		

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila	
<b>9</b>	1	♦ $f(0)$	negativna	pozitivna
	1	♦ $f'(6)$	negativna	pozitivna
	1	♦ $f'(-4)$	negativna	pozitivna
	1	♦ $\frac{f(2) - f(0)}{2}$	negativna	pozitivna
	1	♦ $\int_0^4 f(x) dx$	negativna	pozitivna
	1	♦ $\int_{-4}^4 f(x) dx$	negativna	pozitivna
<b>Skupaj</b>	<b>6</b>			

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila	
<b>10.1</b>	2	♦ odgovor: Fizikalni in astronomski krožek obiskuje 6 dijakov.		Le zapisana formula za moč unije ali grafični prikaz ... 1 točka.
<b>10.2</b>	2	♦ rešitev, npr. $P(A) = \frac{2}{5}$		Le ugotovitev, da je ugodnih izidov 12 ... 1 točka.
<b>10.3</b>	3	♦ rešitev, npr. $P(B) = \frac{132}{145}$		Le ugotovitev, da je vseh možnih izidov $\binom{30}{3}$ ... 1 točka. Le izračun števila ugodnih izidov, npr. $m_B = 3696$ , ali izračun števila ugodnih izidov za dogodek $B'$ , npr. $m_{B'} = 364$ ... 1 točka. Kandidat prejme vse točke, tudi če zapiše približek rezultata, npr. $P(B) \doteq 0,91034$ .
<b>Skupaj</b>	<b>7</b>			

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
11	2	♦ narisana skica 	Kandidat dobi 1 točko, če upošteva vsaj dva od naštetih podatkov: središče, dotikalnice z ordinatno osjo, presečišči z abscisno osjo.
	1	♦ ugotovitev, da je polos $a = 4$	
	3	♦ izračun polosi $b$ , npr. $b = \frac{4}{\sqrt{3}}$	Le zapis ali uporaba splošne enačbe elipse v premaknjeni legi $\frac{(x-p)^2}{a^2} + \frac{(y-q)^2}{b^2} = 1 \dots *1 \text{ točka.}$ Le upoštevanje središča $S$ , polosi $a$ in točke, npr. $(2, 0)$ , v enačbi elipse, npr. $\frac{(2-4)^2}{16} + \frac{(-2)^2}{b^2} = 1 \dots 1 \text{ točka.}$
	1	♦ zapisana enačba elipse, npr. $\frac{(x-4)^2}{16} + \frac{(y-2)^2}{\frac{16}{3}} = 1$	
<b>Skupaj</b>	<b>7</b>		

<b>Naloga</b>	<b>Točke</b>	<b>Rešitev</b>	<b>Dodatna navodila</b>
12	6	♦ odgovor: $a = 1,5$ cm, $b = 3$ cm, $v = 4,5$ cm	<p>Le zapis ali upoštevanje lastnosti aritmetičnega zaporedja ... 1 točka.</p> <p>Le zapis ali uporaba formule <math>V = \frac{O \cdot v}{3}</math> ... *1 točka.</p> <p>Le zapis enačbe z eno neznanko, npr. <math>\frac{(x-1,5)x(x+1,5)}{3} = \frac{27}{4}</math> ... 1 točka.</p> <p>Le zapis urejene enačbe, npr. <math>4x^3 - 9x - 81 = 0</math> ... 1 točka.</p> <p>Le izračunana rešitev enačbe <math>x = 3</math> ... 1 točka.</p>
<b>Skupaj</b>	<b>6</b>		

Skupno število točk: 80

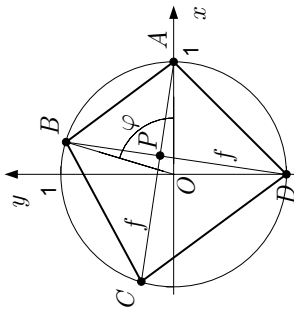


## IZPITNA POLA 2

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
1.1	1	♦ zapisano definicijsko območje $D_f = \mathbb{R} - \{k\pi; k \in \mathbb{Z}\}$	
	2	♦ izračunana limita $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \frac{1}{2}$	Le preoblikovanje, npr. $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{1 + \cos x}$ ... *1 točka.
<b>Skupaj</b>	<b>3</b>		
1.2	3	♦ rešitev, npr. za vsak $k \in \mathbb{Z}$ je $\frac{\pi}{2} + k \cdot 2\pi$ abscisa presečišča	Le zapis enačbe, npr. $\frac{1 - \cos x}{\sin^2 x} = \frac{1}{\sin x}$ ... 1 točka. Le pravilna metoda reševanja ... *1 točka.
	<b>Skupaj</b>	<b>3</b>	
1.3	1	♦ izračunan odvod, npr. $f'(x) = \frac{(1 - \cos x)^2}{\sin^3 x}$	
	*1	♦ ugotovitev, da je $1 - \cos x \neq 0$ za vsak $x$ iz definicijskega območja	
	2	♦ intervali naraščanja, npr. za vsak $k \in \mathbb{Z}$ je $(0 + k \cdot 2\pi, \pi + k \cdot 2\pi)$ interval naraščanja (intervali naraščanja so tudi vsi podintervali navedenih)	Le en interval, npr. $(0, \pi)$ ... 1 točka.
<b>Skupaj</b>	<b>4</b>		
1.4	4	♦ izračunana ploščina $S = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{1 - \cos x}{\sin^2 x} dx = \frac{4\sqrt{3} - 6}{3}$	Le zapis $S = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} f(x) dx$ ... 1 točka.
			Le izračunan nedoločeni integral, npr. $\int f(x) dx = -\cot x + \frac{1}{\sin x}$ ali $\int f(x) dx = \frac{1}{2} \int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan \frac{x}{2} \dots (1 + 1) 2$ točki.
<b>Skupaj</b>	<b>4</b>		

<b>Naloga</b>	<b>Točke</b>	<b>Rešitev</b>	<b>Dodatna navodila</b>
<b>2.1</b>	2	♦ izračunan volumen valja $V(T_1) = \pi$	Le ugotovitev, da je rotacijsko telo $T_1$ valj ... 1 točka.
	2	♦ izračunan volumen dvojnega stožca $V(T_2) = \frac{\sqrt{2}\pi}{6}$	Le ugotovitev, da je rotacijsko telo $T_2$ dvojni stožec ... 1 točka.
<b>Skupaj</b>	<b>4</b>		
<b>2.2</b>	<b>1. način</b>		
	3	♦ rezultat $i^{500} \cdot i^{1001} = 1$	Le ugotovitev, da je $i \cdot i^2 \cdot i^3 \cdot \dots \cdot i^{1000} = i^{1+2+\dots+1000} = \dots$ 1 točka, le izračunana vsota $1 + 2 + \dots + 1000 = \frac{1000 \cdot 1001}{2}$ ... 1 točka.
	<b>2. način</b>		
	3	♦ $i \cdot i^2 \cdot i^3 \cdot \dots \cdot i^{1000} = 1$	Le ugotovitev, da je $i \cdot i^2 \cdot i^3 \cdot \dots \cdot i^{1000} = i^{250} \cdot (-1)^{250} \cdot (-i)^{250} \cdot i^{250} = \dots (1 + 1)$ 2 točki
<b>Skupaj</b>	<b>3</b>		
<b>2.3</b>	4	♦ če zapišemo $n \in \mathbb{N}$ v obliki $n = 4k + o$ , $k \geq 0, o \in \{0, 1, 2, 3\}$ , velja: $1 + i + i^2 + i^3 + \dots + i^{4k} = 1$ $1 + i + i^2 + i^3 + \dots + i^{4k+1} = 1 + i$ $1 + i + i^2 + i^3 + \dots + i^{4k+2} = i$ $1 + i + i^2 + i^3 + \dots + i^{4k+3} = 0$	$1 + 1 + 1 + 1$ Le ugotovitev, da je $1 + i + i^2 + i^3 = 0$ ... 1 točka.
<b>Skupaj</b>	<b>4</b>		
<b>2.4</b>	2	♦ izračunana verjetnost $P(A) = \frac{252}{1009}$	Le ugotovitev, da je število vseh ugodnih izidov $n_{A} = 504$ ... 1 točka.
<b>Skupaj</b>	<b>2</b>		

<b>Naloga</b>	<b>Točke</b>	<b>Rešitev</b>	<b>Dodatna navodila</b>
<b>3.1</b>	2	<ul style="list-style-type: none"> <li>♦ <math>a_1 = S_1 = 22</math> in</li> <li><math>a_n = -2n^2 + 24n - (-2(n-1)^2 + 24(n-1)) = 26 - 4n</math> za <math>n &gt; 1</math></li> </ul>	Le ugotovitev, da je za $n > 1$ $a_n = S_n - S_{n-1} \dots$ 1 točka.
	2	♦ izračun $a_{n+1} - a_n = -4$	Le ugotovitev, da mora biti razlika $a_{n+1} - a_n$ konstantna za vsako naravno število $n$ ... *1 točka.
<b>Skupaj</b>	<b>4</b>		
<b>3.2</b>	1	♦ zapisana neenačba $-2n^2 + 24n < 0$	
	2	♦ odgovor, npr.: Sešteti je potrebno vsaj 13 členov.	Le rešitev kvadratne neenačbe ali rešitvi kvadratne enačbe ... *1 točka.
<b>Skupaj</b>	<b>3</b>		
<b>3.3</b>	2	♦ odgovor, npr.: Največja možna vrednost $S_n$ je $S_6 = 72$ .	Le ugotovitev, da je največja možna vrednost $S_n$ za $n = 6$ ... 1 točka.
<b>Skupaj</b>	<b>2</b>		
<b>3.4</b>	1	♦ $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 1$	
	2	♦ ugotovitev, npr. da je $n \leq 105,5$	Le nastavek, npr. $ b_n - 1  \geq 0,01 \dots$ 1 točka.
	1	♦ odgovor, npr.: Zunaj $\varepsilon$ -okolice leži 105 členov.	
<b>Skupaj</b>	<b>4</b>		

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
4.1	1	<p>♦ narisana skica</p> 	
	1	♦ utemeljitev, npr. da sta kota ob osnovnici skladna	
<b>Skupaj</b>	<b>2</b>		
4.2	4	♦ $\sphericalangle DCA = 45^\circ$ , $\sphericalangle DBA = 45^\circ$ , $\sphericalangle BAC = 45^\circ$ , $\sphericalangle BDC = 45^\circ$	1 + 1 + 1 + 1 Le ugotovitev, da velja $\sphericalangle DCA = \sphericalangle DBA$ in $\sphericalangle BAC = \sphericalangle BDC \dots (1 + 1) 2$ točki.
	1	♦ Vsota notranjih kotov v trikotniku $BPA$ je $180^\circ$ , ker sta dva notranja kota $45^\circ$ , je $\sphericalangle APB = 90^\circ$ . Torej se diagonali sekata pod pravim kotom.	
<b>Skupaj</b>	<b>5</b>		
4.3	2	♦ $B(\cos \varphi, \sin \varphi)$	Vsaka pravilna koordinata 1 točka.
	1	♦ zapisana dolžina diagonale, npr. $f = \sqrt{\cos^2 \varphi + (\sin \varphi + 1)^2}$	
<b>Skupaj</b>	<b>3</b>		
4.4	1	♦ Ploščina štirikotnika $ABCD$ je npr. $S = \frac{ef}{2} = \frac{f^2}{2} = \frac{\cos^2 \varphi + (\sin \varphi + 1)^2}{2} = \sin \varphi + 1$	
	2	♦ utemeljitev in odgovor, npr.: Iskana točka je $B(0, 1)$ .	Le utemeljitev, npr., da je $\sin \varphi$ največji za $\varphi = 90^\circ \dots 1$ točka.
<b>Skupaj</b>	<b>3</b>		

Skupno število točk: 40