



Šifra kandidata:

Državni izpitni center



M 1 8 2 4 0 2 1 1

JESENSKI IZPITNI ROK

Višja raven
MATEMATIKA
≡≡≡ Izpitna pola 1 ≡≡≡

Ponedeljek, 27. avgust 2018 / 90 minut

Dovoljeno gradivo in pripomočki:

Kandidat prinese nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko, računalno in geometrijsko orodje (šestilo in dva trikotnika, lahko tudi ravnilo).

Kandidat dobi dva konceptna lista in ocenjevalni obrazec.

SPLOŠNA MATURA

NAVODILA KANDIDATU

Pazljivo preberite ta navodila.

Ne odpirajte izpitne pole in ne začenjajte reševati nalog, dokler vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.

Prilepite kodo oziroma vpišite svojo šifro (v okvirček desno zgoraj na tej strani in na ocenjevalni obrazec). Svojo šifro vpišite tudi na konceptna lista.

Izpitna pola vsebuje 12 kratkih nalog. Število točk, ki jih lahko dosežete, je 80. Za posamezno nalogo je število točk navedeno v izpitni poli. Pri reševanju si lahko pomagate s standardno zbirko zahtevnejših formul na strani 3.

Rešitve, ki jih pišete z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom, vpisujte **v izpitno polo** v za to predvideni prostor. Rišete lahko tudi s svinčnikom. Če se zmotite, napisano prečrtajte in rešitev zapišite na novo. Nečitljivi zapisi in nejasni popravki bodo ocenjeni z 0 točkami. Stran 16 je rezervna; uporabite jo le, če vam zmanjka prostora. Jasno označite, katere naloge ste reševali na tej strani. Osnutki rešitev, ki jih lahko naredite na konceptna lista, se pri ocenjevanju ne upoštevajo.

Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vsemi vmesnimi računi in sklepi. Če ste nalogo reševali na več načinov, jasno označite, katero rešitev naj ocenjevalec oceni.

Zaupajte vase in v svoje zmožnosti. Želimo vam veliko uspeha.

Ta pola ima 16 strani, od tega 1 rezervno.



Formule

$a^n + b^n = (a+b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 - \dots + a^2b^{n-3} - ab^{n-2} + b^{n-1})$, če je n liho naravno število

$a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \dots + a^2b^{n-3} + ab^{n-2} + b^{n-1})$, če je $n \in \mathbb{N}$

Evklidov in višinski izrek v pravokotnem trikotniku: $a^2 = ca_1$, $b^2 = cb_1$, $v_c^2 = a_1b_1$

Polmera trikotniku očrtanega in včrtanega kroga: $R = \frac{abc}{4S}$, $r = \frac{S}{s}$, $s = \frac{a+b+c}{2}$

Kotne funkcije polovičnih kotov:

$$\sin^2 \frac{x}{2} = \frac{1 - \cos x}{2}, \quad \cos^2 \frac{x}{2} = \frac{1 + \cos x}{2}, \quad \tan \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$$

Adicijski izrek:

$$\sin(x+y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\cos(x+y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\tan(x+y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y}$$

Faktorizacija:

$$\sin x \pm \sin y = 2 \sin \frac{x \pm y}{2} \cos \frac{x \mp y}{2}$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}, \quad \cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\tan x \pm \tan y = \frac{\sin(x \pm y)}{\cos x \cos y}$$

Razčlenitev produkta kotnih funkcij:

$$\sin x \sin y = -\frac{1}{2} [\cos(x+y) - \cos(x-y)]$$

$$\cos x \cos y = \frac{1}{2} [\cos(x+y) + \cos(x-y)]$$

$$\sin x \cos y = \frac{1}{2} [\sin(x+y) + \sin(x-y)]$$

Razdalja točke $T_0(x_0, y_0)$ od premice $ax + by - c = 0$: $d(T_0, p) = \frac{|ax_0 + by_0 - c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

Ploščina trikotnika z oglišči $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$:

$$S = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$$

Elipsa: $e^2 = a^2 - b^2$, $\varepsilon = \frac{c}{a}$, če je $a > b$

Hiperbola: $e^2 = a^2 + b^2$

Parabola: $y^2 = 2px$, gorišče $G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$

Kompozitum funkcij: $(g \circ f)(x) = g(f(x))$

Bernoullijeva formula: $P(n, p, k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$

Integral: $\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} + C$



1. S katerimi izmed števil 2, 3, 4, 5, 6, 8 in 9 je deljivo število 102030405060? V preglednici obkrožite pravilne odgovore.

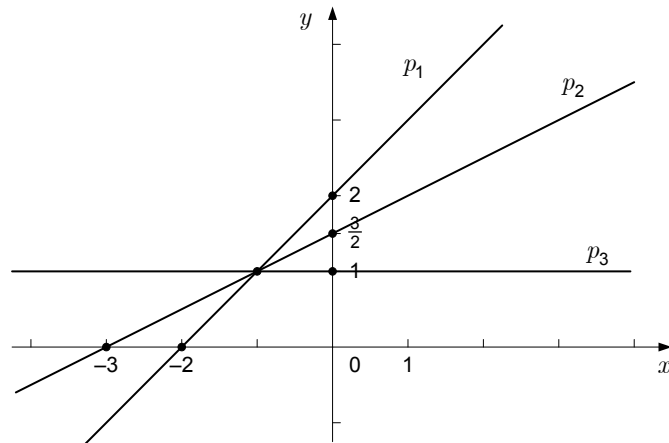
Število 102030405060 je deljivo:

z 2	DA	NE
s 3	DA	NE
s 4	DA	NE
s 5	DA	NE
s 6	DA	NE
z 8	DA	NE
z 9	DA	NE

(7 točk)



2. Na sliki so narisane premice p_1 , p_2 in p_3 .



- 2.1. Zapišite enačbe premic p_1 , p_2 in p_3 .

p_1 : _____

p_2 : _____

p_3 : _____

(4)

- 2.2. Zapišite element množice $p_1 \cap p_2 \cap p_3$.

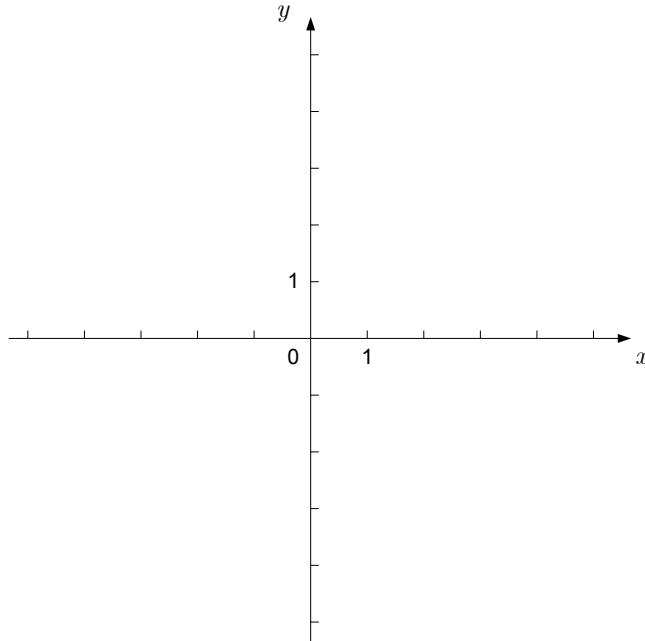
(1)

- 2.3. Izračunajte ploščino štirikotnika z oglišči $(-2, 0)$, $(-1, 0)$, $(0, 1)$ in $(0, 2)$.

(2)
(7 točk)



3. V spodnji koordinatni sistem narišite vektorje $\vec{a} = (2, -1)$, $\vec{b} = (-1, 4)$, nasprotni vektor vektorja \vec{a} ter vsoto vektorjev \vec{a} in \vec{b} . Izračunajte dolžino najdaljšega izmed teh štirih vektorjev.



(7 točk)



4. Brez uporabe računalna poiščite vse rešitve enačb:

4.1. $x^2 + 2x + 2 = 0$

(2)

4.2. $2\sin x + 1 = 0$

(2)

4.3. $\tan x + 1 = 0$

(1)

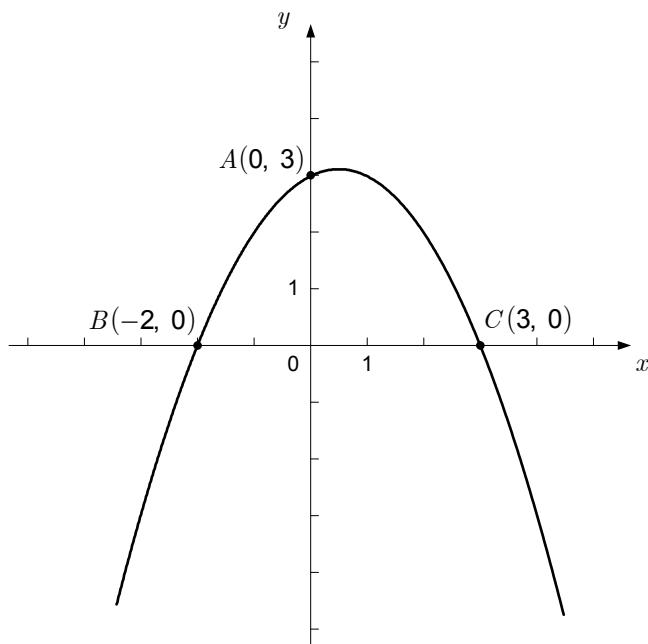
4.4. $x^2 = 4$

(1)

(6 točk)



5. Na sliki je graf kvadratne funkcije f , ki poteka skozi točke A , B in C .



- 5.1. Zapišite predpis funkcije f .
- 5.2. Izračunajte koordinati temena grafa funkcije f .
- 5.3. V natanko koliko točkah se sekata graf funkcije f in premica z enačbo $y = 0$?
- 5.4. Poiščite vse vrednosti parametra $m \in \mathbb{R}$, za katere se graf funkcije f in premica z enačbo $y = m$ sekata v dveh različnih točkah.

(3)

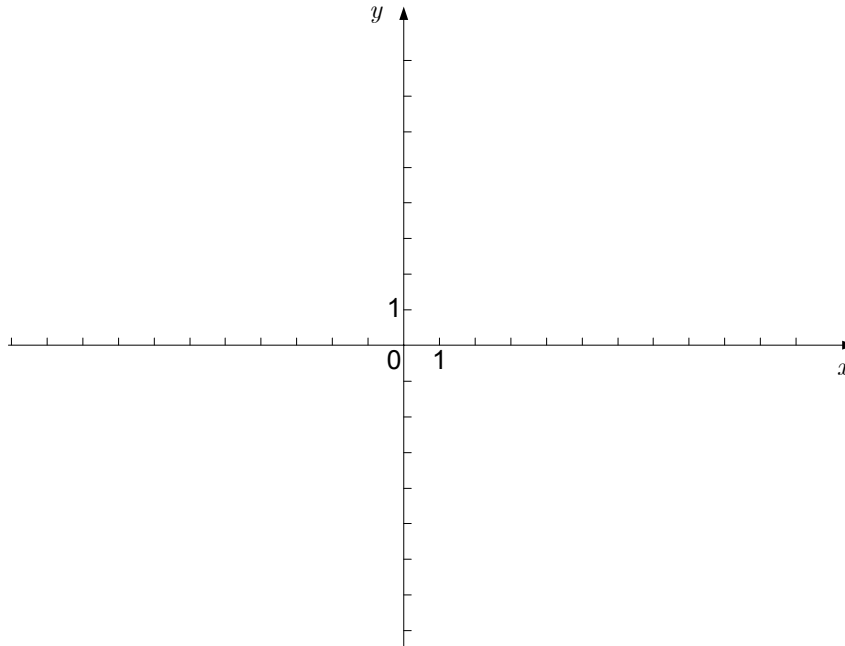
(2)

(1)

(1)
(7 točk)



6. Dana je funkcija f s predpisom $f(x) = \frac{6x}{x^2 - 4}$. Zapišite ničlo, pola in enačbo vodoravne asimptote grafa funkcije f . Izračunajte odvod funkcije f . Narišite graf funkcije f v dani koordinatni sistem.



(8 točk)



7. Imamo dve prazni cisterni, ki imata obliko valja in stojita na osnovnih ploskvah.
- 7.1. Prva cisterna ima obliko pokončnega valja s polmerom 3 dm . Vanjo nalijemo 120 litrov jabolčnega soka in jo tako napolnimo do dveh tretjin. Izračunajte višino cisterne. Rezultat zaokrožite na desetinko decimetra. (3)
- 7.2. Druga cisterna ima obliko enakostraničnega valja (osni presek je kvadrat). Vanjo nalijemo 120 litrov jabolčnega soka in jo tako napolnimo do vrha. Izračunajte polmer cisterne. Rezultat zaokrožite na desetinko decimetra. (3)
- (6 točk)

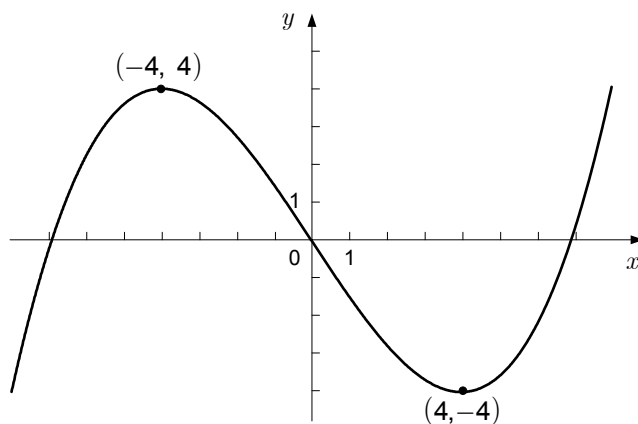


8. Dani sta funkciji f in g s predpisoma $f(x) = 2\log_3(3x-1) - 1$ in $g(x) = 2\log_3(x-1) + 3$. Izračunajte koordinati presečišča grafov funkcij f in g . Presečišče zapišite.

(6 točk)



9. Na sliki je graf lihe funkcije, ki je polinom 3. stopnje. Lokalna ekstrema ima v $x_1 = -4$ in $x_2 = 4$. V spodnji preglednici označite, ali je vrednost v prvem stolpcu pozitivna ali negativna ali enaka nič. (Glejte rešeni primer v prvi vrstici.)



Vrednost			
$f(4)$	negativna	enaka nič	pozitivna
$f(0)$	negativna	enaka nič	pozitivna
$f'(6)$	negativna	enaka nič	pozitivna
$f'(-4)$	negativna	enaka nič	pozitivna
$\frac{f(2) - f(0)}{2}$	negativna	enaka nič	pozitivna
$\int_0^4 f(x) dx$	negativna	enaka nič	pozitivna
$\int_{-4}^4 f(x) dx$	negativna	enaka nič	pozitivna

(6 točk)



10. V 4. e razredu je 30 dijakov. Fizikalni krožek obiskuje 16 dijakov, astronomski krožek pa 18 dijakov tega razreda. Dva dijaka 4. e ne obiskujeta nobenega od teh dveh krožkov.

10.1. Koliko dijakov 4. e obiskuje fizikalni in astronomski krožek? Zapišite odgovor.

(2)

10.2. Izračunajte verjetnost dogodka A , da naključno izbran dijak 4. e obiskuje astronomski krožek in ne obiskuje fizikalnega.

(2)

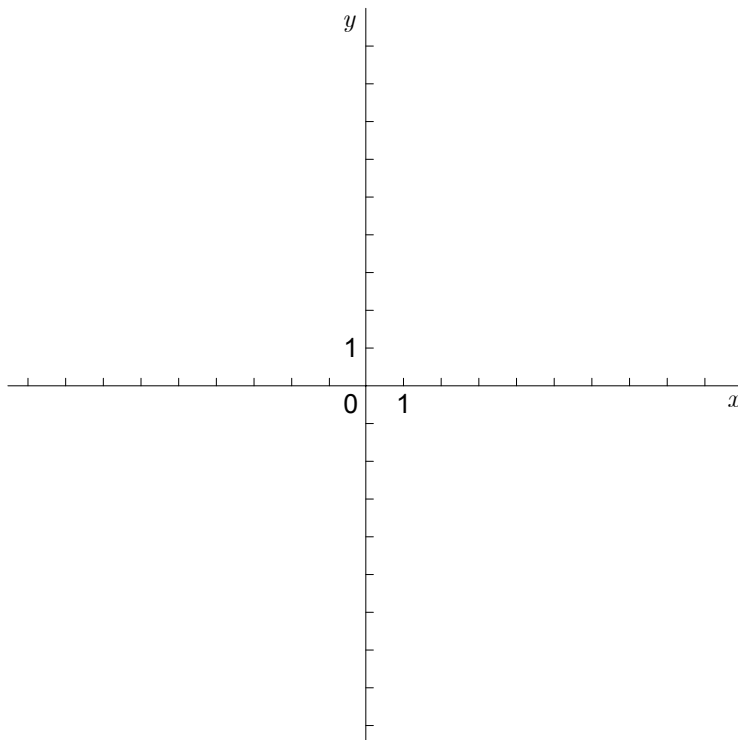
10.3. Izračunajte verjetnost dogodka B , da med tremi naključno izbranimi dijaki 4. e vsaj eden obiskuje fizikalni krožek.

(3)

(7 točk)



11. Elipsa s središčem v točki $S(4, 2)$ se dotika ordinatne osi (ima z ordinatno osjo natanko eno skupno točko), na abscisni osi pa odreže daljico dolžine 4. Izračunajte polosi elipse in zapišite njeno enačbo. Narišite skico. Rezultati naj bodo točni.



(7 točk)



12. Osnovna ploskev pokončne piramide s prostornino $\frac{27}{4}$ cm³ je pravokotnik s stranicama dolžin a in b . Dolžino višine te piramide označimo z v . Števila a , b in v v tem vrstnem redu tvorijo naraščajoče aritmetično zaporedje z diferenco $\frac{3}{2}$. Izračunajte dolžine osnovnih robov in višine piramide.

(6 točk)



REZERVNA STRAN