



Šifra kandidata:

Državni izpitni center



M 1 9 1 4 0 1 1 1

SPOMLADANSKI IZPITNI ROK

Osnovna raven
MATEMATIKA
≡≡≡ Izpitna pola 1 ≡≡≡

Sobota, 8. junij 2019 / 120 minut

Dovoljeno gradivo in pripomočki:

Kandidat prinese nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko, računalo in geometrijsko orodje (šestilo in dva trikotnika, lahko tudi ravnilo).

Kandidat dobi dva konceptna lista in ocenjevalni obrazec.

SPLOŠNA MATURA

NAVODILA KANDIDATU

Pazljivo preberite ta navodila.

Ne odpirajte izpitne pole in ne začinjajte reševati nalog, dokler vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.

Prilepite kodo oziroma vpišite svojo šifro (v okvirček desno zgoraj na tej strani in na ocenjevalni obrazec). Svojo šifro vpišite tudi na konceptna lista.

Izpitna pola vsebuje 12 kratkih nalog. Število točk, ki jih lahko dosežete, je 80. Za posamezno nalogo je število točk navedeno v izpitni poli. Pri reševanju si lahko pomagate s standardno zbirko zahtevnejših formul na strani 3.

Rešitve, ki jih pišete z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom, vpisujte **v izpitno polo** v za to predvideni prostor. Rišete lahko tudi s svinčnikom. Če se zmotite, napisano prečrtajte in rešitev zapišite na novo. Nečitljivi zapisi in nejasni popravki bodo ocenjeni z 0 točkami. Stran 16 je rezervna; uporabite jo le, če vam zmanjka prostora. Jasno označite, katere naloge ste reševali na tej strani. Osnutki rešitev, ki jih lahko naredite na konceptna lista, se pri ocenjevanju ne upoštevajo.

Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vsemi vmesnimi računi in sklepi. Če ste nalogo reševali na več načinov, jasno označite, katero rešitev naj ocenjevalec oceni.

Zaupajte vase in v svoje zmožnosti. Želimo vam veliko uspeha.

Ta pola ima 16 strani, od tega 1 rezervno.



Formule

$a^n + b^n = (a+b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 - \dots + a^2b^{n-3} - ab^{n-2} + b^{n-1})$, če je n liho naravno število

$a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \dots + a^2b^{n-3} + ab^{n-2} + b^{n-1})$, če je $n \in \mathbb{N}$

Evklidov in višinski izrek v pravokotnem trikotniku: $a^2 = ca_1$, $b^2 = cb_1$, $v_c^2 = a_1b_1$

Polmera trikotniku očrtanega in včrtanega kroga: $R = \frac{abc}{4S}$, $r = \frac{S}{s}$, $s = \frac{a+b+c}{2}$

Kotne funkcije polovičnih kotov:

$$\sin^2 \frac{x}{2} = \frac{1 - \cos x}{2}, \quad \cos^2 \frac{x}{2} = \frac{1 + \cos x}{2}, \quad \tan \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$$

Adicijski izrek:

$$\sin(x+y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\cos(x+y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\tan(x+y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y}$$

Faktorizacija:

$$\sin x \pm \sin y = 2 \sin \frac{x \pm y}{2} \cos \frac{x \mp y}{2}$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}, \quad \cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\tan x \pm \tan y = \frac{\sin(x \pm y)}{\cos x \cos y}$$

Razčlenitev produkta kotnih funkcij:

$$\sin x \sin y = -\frac{1}{2} [\cos(x+y) - \cos(x-y)]$$

$$\cos x \cos y = \frac{1}{2} [\cos(x+y) + \cos(x-y)]$$

$$\sin x \cos y = \frac{1}{2} [\sin(x+y) + \sin(x-y)]$$

Razdalja točke $T_0(x_0, y_0)$ od premice $ax + by - c = 0$: $d(T_0, p) = \left| \frac{ax_0 + by_0 - c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right|$

Ploščina trikotnika z oglišči $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$:

$$S = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$$

Elipsa: $e^2 = a^2 - b^2$, $\varepsilon = \frac{e}{a}$, če je $a > b$

Hiperbola: $e^2 = a^2 + b^2$

Parabola: $y^2 = 2px$, gorišče $G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$

Kompozitum funkcij: $(g \circ f)(x) = g(f(x))$

Bernoullijeva formula: $P(n, p, k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$

Integral: $\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} + C$



1. Rešite naloge, zapisane v levem stolpcu preglednice. Rešitve zapišite v desni stolpec preglednice. Glejte rešeni primer.

Zapišite zalogo vrednosti funkcije s predpisom $f(x) = x^2 + 3$.	$Z_f = [3, \infty)$
Določite najmanjši skupni večkratnik števil 20 in 30.	$v(20, 30) =$
Rešite enačbo $ x = 5$.	$x_1 =$, $x_2 =$
Določite razdaljo med točkama $A(-1, 1)$ in $B(3, 1)$ v ravnini \mathbb{R}^2 .	$d(A, B) =$
Določite največjo množico D_f , za katero je funkcija s predpisom $f(x) = \sqrt{x-2}$ definirana.	$D_f =$
Zapišite realni del kompleksnega števila $z = i^6 + i^7$.	$\operatorname{Re}(z) =$

(8 točk)



2. Smučarski skakalec Peter je na treningu v prvih štirih skokih dosegel naslednje daljave: 95 m, 101 m, 93 m in 95 m.

2.1. Izračunajte povprečno dolžino njegovih skokov.

(2)

2.2. Koliko metrov mora skočiti v petem skoku, da bo povprečje povečal na 98 m?

(3)

(5 točk)



3. Rešite enačbi:

3.1.

$$2^{x+3} \cdot 2^{x+5} = 32$$

(3)

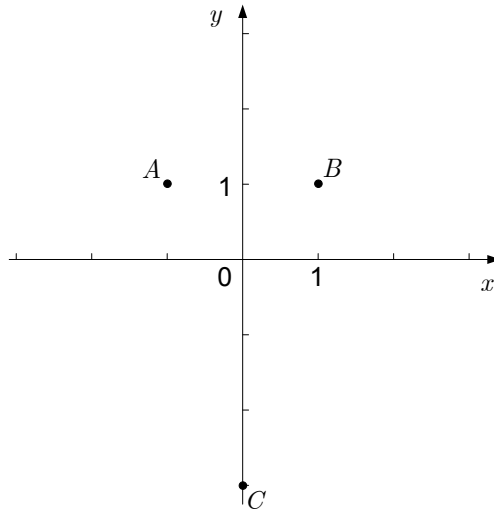
3.2.

$$2^{x+3} + 2^{x+5} = 5$$

(3)
(6 točk)



4. Na sliki, na kateri so točke $A(-1, 1)$, $B(1, 1)$ in $C(0, -3)$, narišite vektorja $\vec{a} = \overrightarrow{CA}$ in $\vec{b} = \overrightarrow{CB}$. Vektorja \vec{a} in \vec{b} zapišite s koordinatami (komponentami) in izračunajte skalarni produkt $\vec{a} \cdot \vec{b}$. Kot α , ki ga oklepata vektorja \vec{a} in \vec{b} , zaokrožite v stopinjah na dve decimalki. Rezultate zapišite v spodnjo preglednico.

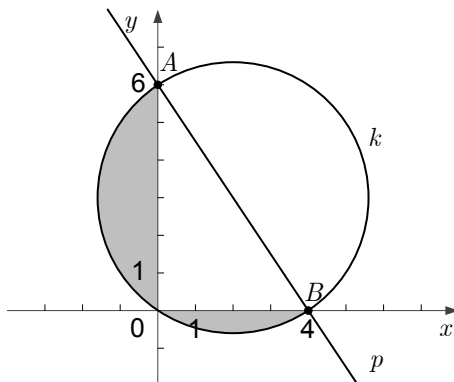


Naloga	Rešitev
S koordinatami zapisan vektor \vec{a}	$\vec{a} = (\quad , \quad)$
S koordinatami zapisan vektor \vec{b}	$\vec{b} = (\quad , \quad)$
Skalarni produkt $\vec{a} \cdot \vec{b}$	$\vec{a} \cdot \vec{b} =$
Izračunan približek za kot α	$\alpha \doteq$

(8 točk)



5. Na sliki sta narisani premica p in krožnica k . Premica p poteka skozi točki A in B , premer krožnice k je daljica AB .



- 5.1. Zapišite enačbo premice p . (2)
- 5.2. Zapišite enačbo krožnice k . (3)
- 5.3. Izračunajte vsoto ploščin osenčenih odsekov na sliki. Nalogo rešite brez uporabe računalnika. (3)
- (8 točk)



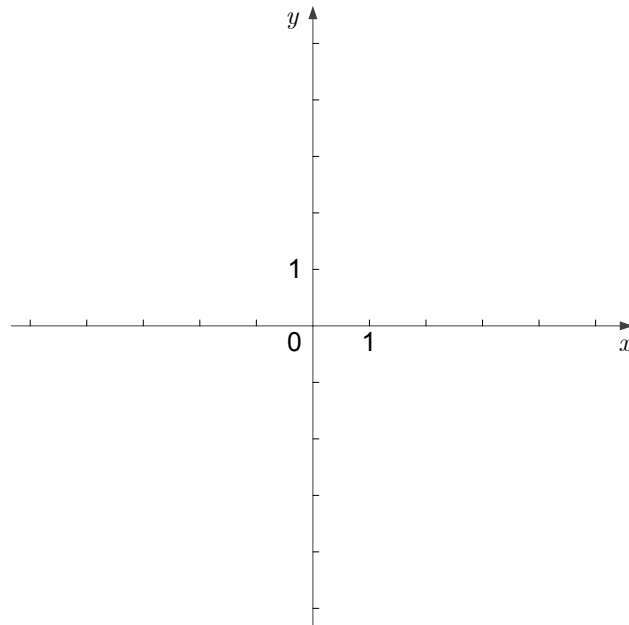
6. V trikotniku ABC stranica AB meri 6 cm. Kot $\alpha = \sphericalangle BAC$ meri 70° in kot $\gamma = \sphericalangle ACB$ meri 30° . Izračunajte dolžino stranice AC in ploščino trikotnika ABC . Rezultata zaokrožite na dve decimalki.

(6 točk)



7. Racionalna funkcija f ima predpis $f(x) = \frac{x-2}{x}$.

7.1. Zapišite enačbi asimptot grafa funkcije f in narišite njen graf.



7.2. Izračunajte odvod funkcije f .

(3)

7.3. Izračunajte nedoločeni integral funkcije f .

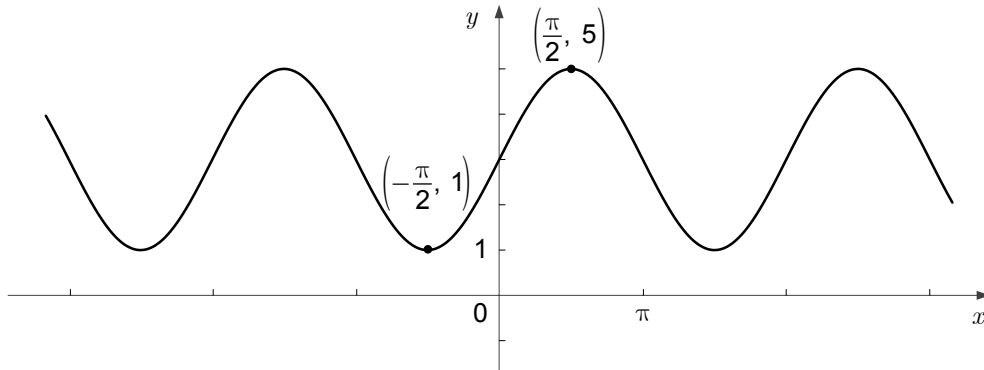
(2)

(3)
(8 točk)



8. Rešite naslednji nalogi:

- 8.1. Na sliki je del grafa funkcije $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ s predpisom $f(x) = A \sin x + C$, kjer sta $A, C \in \mathbb{R}$. Funkcija f ima lokalni maksimum $M = 5$ in lokalni minimum $m = 1$. Določite števili A in C .



- 8.2. Dana je funkcija $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ s predpisom $g(x) = -2 \sin x + 1$. Izračunajte vsa presečišča grafa funkcije g in premice z enačbo $y = 2$. (2)

(5)
(7 točk)



9. V vreči je 50 listkov, izmed katerih jih 40 prinaša nagrade, preostalih 10 pa ne.
- 9.1. Iz vreče naključno izvlečemo en listek. Izračunajte verjetnost dogodka A , da izbrani listek prinese nagrado. (1)
- 9.2. Iz vreče naključno hkrati izvlečemo dva listka. Izračunajte verjetnost dogodka B , da oba izbrana listka prinašata nagrado. (3)
- 9.3. Iz vreče naključno hkrati izvlečemo tri listke. Izračunajte verjetnost dogodka C , da vsaj en izbrani listek prinese nagrado. (3)
- (7 točk)



10. Gospa Marija je 12.500 € vložila v banko, ki uporablja obrestno obrestovanje in 1,5% letno obrestno mero. Banka pripiše obresti ob koncu vsakega iztečenega leta varčevanja. Pri nalogi upoštevajte, da banka ne spreminja svojih pogojev in da Marija ne dviga denarja naslednja 4 leta.

10.1. Koliko evrov obresti so Mariji pripisali po prvem letu varčevanja? Zapišite odgovor.

(2)

10.2. Koliko denarja je imela Marija na banki po štirih letih varčevanja? Zapišite odgovor.

(3)

(5 točk)



11. Zapišite število 2019 kot vsoto dveh realnih števil x in y tako, da bo vrednost izraza $xy - 6x - 9y + 56$ največja.

(6 točk)



12. Na smučišču Mrzli vrh lahko smučarji kupijo celodnevno vozovnico za odrasle ali celodnevno vozovnico za otroke do 18. leta, ki je za 40 % cenejša od celodnevne vozovnice za odrasle. Predšolskim otrokom lahko starši plačajo celodnevni smučarski tečaj pod vodstvom strokovnih vaditeljev. Cena vozovnice je v tem primeru všteta v ceno tečaja.

Člani družine Novak se odpravijo na celodnevno smučanje na Mrzli vrh. Oče, mama in petnajstletni Maks kupijo celodnevne vozovnice, petletna dvojčka Ana in Tim pa dan preživita z vaditelji na smučarskem tečaju. To družino Novak stane 261 €.

Tudi člani družine Drolc se odpravijo na celodnevno smučanje na Mrzli vrh. Oče, mama, desetletna Maja in trinajstletni Bor kupijo celodnevne vozovnice, štiriletna Julija pa preživi dan z vaditelji na smučarskem tečaju. To družino Drolc stane 197 €.

Kolikšna je cena celodnevne vozovnice za odrasle in kolikšna je cena celodnevnega tečaja za enega otroka?

(6 točk)



REZERVNA STRAN