



Državni izpitni center



M 1 9 1 4 0 1 1 3

SPOMLADANSKI IZPITNI ROK

Osnovna in višja raven

MATEMATIKA

NAVODILA ZA OCENJEVANJE

Sobota, 8. junij 2019

SPLOŠNA MATURA

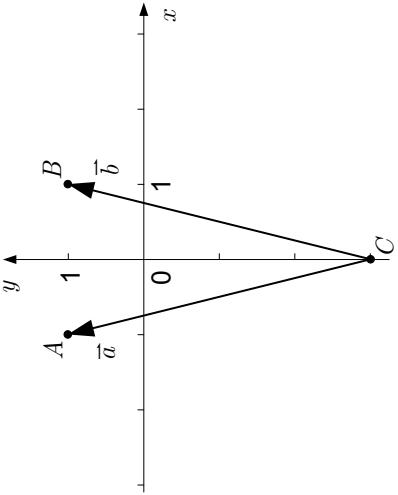
Popravljená moderirana različica

IZPITNA POLA 1

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
1	1	♦ najmanjši skupni večkratnik $v(20, 30) = 60$	Zadošča zapis, npr. $v(20, 30) = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$
	2	♦ rešitvi $x_1 = 5, x_2 = -5$	$1 + 1$
	1	♦ razdalja $d(A, B) = 4$	
	2	♦ definicijsko območje $D_f = [2, \infty)$ ali $D_f = \{x \in \mathbb{R}; x \geq 2\}$	Rešitev, npr. $D_f = (2, \infty) \dots$ 1 točka.
	2	♦ zapisan realni del $\operatorname{Re}(z) = -1$	Le zapis ali uporaba $i^2 = -1 \dots$ 1 točka.
Skupaj	8		

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
2.1	2	♦ izračunano povprečje $\bar{x} = 96$ m	Le zapis ali uporaba formule za izračun povprečja ... *1 točka.
	3	♦ izračunana dolžina petega skoka $x = 106$ m	Le uporaba formule za izračun povprečja petih skokov ... *1 točka. Zapis enačbe, npr. $98 = \frac{384 + x}{5} \dots$ 1 točka.
Skupaj	5		Če kandidat pri nobenem rezultatu ne zapiše enot, se mu v celoti odšteje 1 točka.

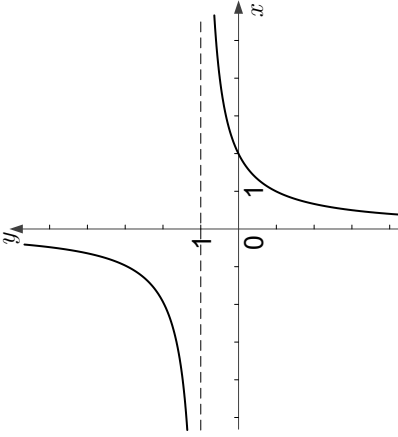
Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
3.1	3	♦ izračunana rešitev $x = -\frac{3}{2}$	Upoštevanje pravila za produkt potenc z enakima osnovama ... *1 točka. Enačenje eksponentov, npr. $2x + 8 = 5 \dots$ *1 točka.
	3	♦ izračunana rešitev $x = -3$	Izpostavljen skupni faktor obeh potenc, npr. $2^{x+3}(1 + 2^2) \dots$ 1 točka.
Skupaj	6		Preoblikovanje do enačbe, npr. $2^{x+3} = 1 \dots$ 1 točka.

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
4	1	<p>♦ narisana vektorja \vec{a} in \vec{b}, npr.</p> 	
2	2	<p>♦ zapisana vektorja $\vec{a} = (-1, 4)$ in $\vec{b} = (1, 4)$</p> <p>♦ izračunan skalarni produkt $\vec{a} \cdot \vec{b} = 15$</p> <p>♦ izračunan približek $\alpha \doteq 28,07^\circ$</p>	1 + 1
	3		<p>Le zapisana ali uporabljena formula za izračun skalarnega produkta v koordinatah (komponentah) ... *1 točka.</p> <p>1. način Zapisana ali uporabljena formula za izračun kota, npr. $\cos \alpha = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{ \vec{a} \cdot \vec{b} }$... *1 točka. Izračunana dolžina vsaj enega vektorja $\vec{a} = \sqrt{17}$ ali $\vec{b} = \sqrt{17}$... *1 točka.</p> <p>2. način Izračunan $\tan \frac{\alpha}{2} = \frac{1}{4}$... *1 točka. Izračunan $\frac{\alpha}{2} = \arctan \frac{1}{4}$... *1 točka.</p>
Skupaj	8		

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
5.1	2	♦ zapisana enačba premice, npr. $y = -\frac{3}{2}x + 6$	Le izračunan smerni koeficient $k = -\frac{3}{2}$ ali ugotovitev, da je $n = 6 \dots$ 1 točka.
5.2	3	♦ zapisana enačba krožnice, npr. $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 13$	Zapis ali uporaba splošne enačbe krožnice v premaknjeni legi ... *1 točka. Izračunano ali upoštevano središče krožnice $S(2, 3)$ ali izračunan ali upoštevan radij krožnice $r = \sqrt{13}$ (zadošča $r^2 = 13$) ... 1 točka.
5.3	3	♦ izračunana ploščina $S = \frac{13}{2}\pi - 12$	Ugotovitev, npr. $S = \frac{1}{2}S_K - S_T$, ali zapis ali uporaba formule za ploščino odseka, npr. $S_O = S_I - S_T \dots$ *1 točka. Uporaba formule za ploščino kroga S_K ali izseka S_I ali za ploščino trikotnika $S_T \dots$ *1 točka.
Skupaj	8		

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
6	1. način	♦ izračunan približek dolžine stranice AC , $ AC \doteq 11,82$ cm	Izračunan $\beta = 80^\circ \dots$ 1 točka. Zapis ali uporaba sinusnega izreka za izračun stranice $b = \frac{ AC \cdot c}{\sin \gamma} = \frac{b}{\sin \beta} \dots$ *1 točka. Izračunan $b = \frac{c \cdot \sin \beta}{\sin \gamma} = \frac{6 \cdot \sin 80^\circ}{\sin 30^\circ} \dots$ 1 točka.
	2	♦ izračunan približek ploščine trikotnika ABC , $S \doteq 33,31$ cm ²	Zapis ali uporaba formule, npr. $S = \frac{1}{2}b \cdot c \cdot \sin \alpha \dots$ *1 točka.

2. način		
4	<p>♦ Naj bo N nožišče višine na AC. izračunan približek dolžine stranice AC, $AC = AN + NC \doteq 11,82$ cm</p>	<p>Zapis ali uporaba $AN = c \cdot \cos \alpha \dots$ *1 točka. Zapis ali uporaba $v_{AC} = c \cdot \sin \alpha \dots$ *1 točka. Zapis ali uporaba $NC = \frac{v_{AC}}{\tan \gamma} \dots$ *1 točka.</p>
2	♦ izračunan približek ploščine trikotnika ABC , $S \doteq 33,31$ cm ²	Zapis ali uporaba formule, npr. $S = \frac{1}{2} b \cdot c \cdot \sin \alpha \dots$ *1 točka.
Skupaj	6	Če kandidat nikjer pri rezultatih ne zapiše enot, se mu odšteje 1 točka.

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
7.1	3	<p>♦ zapisani enačbi asimptot $x = 0$ in $y = 1$ ter narisani graf</p> 	1 + 1 + 1
7.2	2	♦ izračunan odvod, npr. $f'(x) = \frac{2}{x^2}$	Le zapis ali uporaba ustreznega pravila za odvajanje, npr. za odvod kvocienta ali produkta ... *1 točka.
7.3	3	♦ izračunan nedoločeni integral, npr. $\int f(x) dx = \begin{cases} x - 2 \ln x + C_1; & x < 0 \\ x - 2 \ln x + C_2; & x > 0 \end{cases}$	Zapis ali upoštevanje, da je $\frac{x-2}{x} = 1 - \frac{2}{x}$ za vsak $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$... 1 točka. Tudi za zapis $\int f(x) dx = x - 2 \ln x + C$ (lahko tudi brez C) dobi kandidat vse točke.
Skupaj	8		

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
8.1	2	♦ zapisani vrednosti $A = 2$ in $C = 3$ ali zapis $f(x) = 2\sin x + 3$	1 + 1
8.2	5	♦ zapisana množica vseh presečišč, npr. $\left\{ \left(-\frac{\pi}{6} + k2\pi, 2 \right); k \in \mathbb{Z} \right\} \cup \left\{ \left(\frac{7\pi}{6} + k2\pi, 2 \right); k \in \mathbb{Z} \right\}$	Zapisana enačba $-2\sin x + 1 = 2 \dots$ 1 točka. Preoblikovanje enačbe v ekvivalentno enačbo, npr. $\sin x = -\frac{1}{2} \dots$ *1 točka. Le zapis abscis presečišč, npr. $\left\{ -\frac{\pi}{6} + k \cdot 2\pi; k \in \mathbb{Z} \right\} \cup \left\{ \frac{7\pi}{6} + k \cdot 2\pi; k \in \mathbb{Z} \right\} \dots$ (1 + 1) 2 točki (le zapisani dve rešitvi, npr. $-\frac{\pi}{6}$ in $\frac{7\pi}{6} \dots$ 1 točka).
Skupaj	7		Če kandidat nikjer ne zapiše $k \in \mathbb{Z}$, se mu odšteje 1 točka.

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
9.1	1	♦ izračunana verjetnost $P(A) = \frac{4}{5}$	
9.2	3	♦ izračunana verjetnost $P(B) = \frac{156}{245}$	Zapis ali upoštevanje, da je vseh izidov $n = \binom{50}{2} \dots$ 1 točka. Zapis ali upoštevanje, da je število ugodnih izidov $m = \binom{40}{2} \dots$ 1 točka. Točke dobi tudi kandidat, ki je rezultat pravilno zaokrožil, npr. $P(B) \doteq 0,63673$.
9.3	3	♦ izračunana verjetnost $P(C) = \frac{487}{490}$	Zapisano ali upoštevano število vseh izidov $n = \binom{50}{3} \dots$ 1 točka. Zapisano ali upoštevano število ugodnih izidov za C , $m_C = \binom{40}{1} \cdot \binom{10}{2} + \binom{40}{2} \cdot \binom{10}{1} + \binom{40}{3}$, ali C' , $m_{C'} = \binom{10}{3} \dots$ 1 točka. Točke dobi tudi kandidat, ki je rezultat pravilno zaokrožil, npr. $P(C) \doteq 0,99388$.
Skupaj	7		Za napačno zaokroževanje se kandidatu v celoti odšteje 1 točka.

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
10.1	2	♦ zapisan odgovor, npr.: Mariji po enem letu pripíšejo 187,5 evra obresti.	Le upoštevajte, da je $o = G \cdot 1,5\% \dots$ *1 točka.
10.2	3	♦ zapisan odgovor, npr.: Marija ima po štirih letih na banki 13.267,04 evra.	Upoštevajte, da je npr. $G_4 = G \cdot r^4 \dots$ *1 točka. Ugotovitev, da je letni obrestovalni faktor enak 1,015 ... 1 točka.
Skupaj	5		

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
11	6	♦ zapisana vsota $2019 = 1011 + 1008$ oziroma izračunana, npr. $x = 1011$ in $y = 1008$	Zapisana enačba, npr. $x + y = 2019 \dots$ 1 točka. Zapisan predpis funkcije, npr. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = -x^2 + 2022x - 18115$ ali enačba $-x^2 + 2022x - 18115 = 0 \dots$ 1 točka. Izračunan odvod funkcije f , npr. $f'(x) = 2022 - 2x$ ali uporaba temena ali izračunani rešitvi enačbe ... *1 točka. Nastavljena enačba, npr. $f'(x) = 0$ ali uporaba formule za absciso temena ... *1 točka. Izračunan $x = 1011$ ali $y = 1008 \dots$ *1 točka.
Skupaj	6		

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
12	6	♦ Cena celodnevne smučarske vozavnice za odrasle je 35 €, cena celodnevnega tečaja za predšolske otroke pa 85 € na udeleženca.	Upoštevajte, da je cena vozavnice za mlade npr. $0,6 \cdot$ (cena vozavnice odrasle) ... 1 točka. Zapis enačb, npr. $2,6x + 2y = 261$ in $3,2x + y = 197 \dots (1 + 1)$ 2 točki (Le zapis dveh enačb s tremi neznankami ... 1 točka). Uporaba ustreznih metode za reševanje sistema ... *1 točka. Izračunan $x = 35$ € ali $y = 85$ € ... 1 točka.
Skupaj	6		

Skupno število točk: 80

IZPITNA POLA 2

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
1.1	3	♦ izračunani enačbi tangent, npr. $y = \sqrt{2}x - 1$ in $y = -\sqrt{2}x + 1$	Izračunan odvod, npr. $y' = \frac{x}{y}$... 1 točka. Izračunan smerni koeficient $k_1 = \sqrt{2}$ ali $k_2 = -\sqrt{2}$... * 1 točka.
Skupaj	3		
1.2	2	♦ izračunana točka, npr. $P(\sqrt{2} + 1, \sqrt{2} + 1)$	Le zapisana enačba $\sqrt{2}x - 1 = x$... 1 točka.
	2	♦ izračunani gorišči $F_{1,2}(\pm\sqrt{2}, 0)$	Le izračun linearne ekscentričnosti $e = \sqrt{2}$... 1 točka.
	3	♦ zapisana enačba krožnice skozi tri točke, npr. $x^2 + (y - 2)^2 = 6$ ali $x^2 + y^2 - 4y - 2 = 0$	Zapisan sistem treh enačb s tremi neznanikami ali ugotovitev, da središče krožnice leži na ordinatni osi ... * 1 točka. Rešitev sistema ... * 1 točka. (Postopkovno točko dobi kandidat, ki je pravilno rešil svoj sistem.)
Skupaj	7		
1.3	4	♦ izračunan volumen, npr. $V = V_1 - V_2 = \pi \cdot \frac{3\sqrt{2} - 4}{6}$	Izračunano presečišče tangente z abscisno osjo, npr. $x = \frac{\sqrt{2}}{2}$... 1 točka. Zapis ali uporaba formule za izračun volumna stožca ali vrtenine ... * 1 točka. Zapis ali uporaba $V_2 = \pi \int_1^{\sqrt{2}} (x^2 - 1) dx$... 1 točka.
Skupaj	4		

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
2.1	1. način		
	4	♦ dokaz, da je $S = 54 \sin \varphi + 18\varphi$	Ugotovitev, da je označeno območje sestavljeno iz treh plosčinsko enakih trikotnikov in krožnega izseka ... 1 točka. Izračunana ploščina trikotnika ... $S_{\Delta} = 18 \sin \varphi$... 1 točka. Izračunana ploščina izseka ... $S_1 = 18\varphi$... 1 točka.
	2. način		
	4	♦ dokaz, da je $S = 54 \sin \varphi + 18\varphi$	Zapis ali uporaba dejstva, da je npr. $ AB = 2r \sin \frac{\varphi}{2}$ ali $ AD = 2r \cos \frac{\varphi}{2}$... 1 točka. Izračunana ploščina pravokotnika $ABCD$, npr. $S_p = 2r^2 \sin \varphi$... 1 točka. Izračunana ploščina odseka, npr. $S_0 = 18\varphi - 18 \sin \varphi$... 1 točka.
Skupaj	4		
2.2	4	♦ izračunan približek $\varphi \doteq 109,5^\circ$	Izračunan odvod $S'(\varphi) = 54 \cos \varphi + 18$... 1 točka. Nastavljena enačba, npr. $S'(\varphi) = 0$... *1 točka. Rešitev enačbe $\varphi = \arccos\left(-\frac{1}{3}\right)$ ali zapisana enačba $\cos \varphi = -\frac{1}{3}$... *1 točka.
Skupaj	4		
2.3	1	♦ ugotovitev, da je velikost kota $\sphericalangle CSD$ enaka $\frac{\pi}{3}$	
	3	♦ izračunana površina, npr. $P = (1440\sqrt{3} + 240\pi) \text{ m}^2$	Izračunana dolžina loka $l = 2\pi \text{ m}$... *1 točka. Izračunana dolžina $ BC = 6\sqrt{3} \text{ m}$... *1 točka.
	2	♦ odgovor: Barve ne bo dovolj.	Utemejlitev, da za pleskanje potrebujejo približno 406 l barve ... 1 točka.
Skupaj	6		

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
3.1	1	<p>♦ narisana graf funkcije f</p>	
Skupaj	1		
3.2	5	<p>♦ zapisana enačba normale, npr. $y = \frac{\sqrt{2}}{\ln 2} \cdot x + \sqrt{2} \left(1 + \frac{1}{\ln 2}\right)$</p>	<p>Izračunani koordinati presečišča grafa funkcije in premice, npr. $P(-1, \sqrt{2}) \dots (1 + 1) 2$ točki.</p> <p>Izračunan odvod, npr. $f'(x) = -\frac{1}{2} \cdot 2^{\frac{x}{2}} \cdot \ln 2 \dots 1$ točka.</p> <p>Izračunan smerni koeficient normale, npr. $k_n = \frac{\sqrt{2}}{\ln 2} \dots *1$ točka.</p>
Skupaj	5		
3.3	1	<p>♦ zapisan predpis inverzne funkcije, npr. $f^{-1}(x) = -2 \log_2 x$</p>	
2	2	<p>♦ izračun, npr. $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{\sqrt[4]{2}}$, $f(1) = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $f^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = 2$, $f^{-1}(1) = 0$</p>	Vsaj dva pravilna izračuna ... 1 točka.
1	1	<p>♦ zapisan dokaz, npr.: Enačba ima na intervalu $\left[\frac{1}{2}, 1\right]$ vsaj eno rešitev, saj sta f in f^{-1} zvezni in je $f\left(\frac{1}{2}\right) \leq f^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$ ter $f(1) \geq f^{-1}(1)$.</p>	
Skupaj	4		
3.4	2	<p>♦ izračunana limita, npr. $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(-1+h) - f(-1)}{h} = -2^{\frac{1}{2}} \ln 2$</p>	Ugotovitev, da je $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(-1+h) - f(-1)}{h} = f'(-1) \dots *1$ točka.
Skupaj	2		

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
4.1	2	♦ zapisana rešitev $x = 3$	Le ugotovitev, da je $x = 3$ rešitev enačbe, brez zapisanega dokaza, da je edina rešitev ... 1 točka.
Skupaj	2		
4.2	1. način		
	2	♦ ugotovitev, da je $-1 < x^2 - 4 < 1$	Le zapis $0 < x^2 - 4 < 1$... 1 točka.
	2	♦ ugotovitev, da je množica rešitev neenačbe $x^2 - 4 < 1$ enaka $(-\sqrt{5}, \sqrt{5})$	
	2	♦ ugotovitev, da je množica rešitev neenačbe $-1 < x^2 - 4$ enaka $(-\infty, -\sqrt{3}) \cup (\sqrt{3}, \infty)$	1 + 1
	1	♦ zapisana skupna množica rešitev, npr. $(-\sqrt{5}, -\sqrt{3}) \cup (\sqrt{3}, \sqrt{5}) \cup \{0\}$	Kandidat dobi točko tudi za množico rešitev $(-\sqrt{5}, -\sqrt{3}) \cup (\sqrt{3}, \sqrt{5})$.
	2. način		
	2	♦ analiza količnika geometrijskega zaporedja	Zapis ali uporaba, da mora biti $ k < 1$... *1 točka. Ugotovitev, da je $k < 0$ natanko tedaj, ko je $x \in (-2, 2)$ ali da je $k \geq 0$ natanko tedaj, ko je $x \in (-\infty, -2] \cup [2, \infty)$... 1 točka.
	2	♦ ugotovitev, da je za $k \geq 0$ množica rešitev $(-\sqrt{5}, -2] \cup [2, \sqrt{5})$	Le ugotovitev, da je množica rešitev neenačbe $x^2 < 5$ $(-\sqrt{5}, \sqrt{5})$... 1 točka.
	2	♦ ugotovitev, da je za $k < 0$ množica rešitev $(-2, -\sqrt{3}) \cup (\sqrt{3}, 2)$	Le ugotovitev, da je množica rešitev neenačbe $x^2 > 3$ $(-\infty, -\sqrt{3}) \cup (\sqrt{3}, \infty)$... 1 točka.
	1	♦ zapisana skupna množica rešitev, npr. $(-\sqrt{5}, -\sqrt{3}) \cup (\sqrt{3}, \sqrt{5}) \cup \{0\}$	Kandidat dobi točko tudi za množico rešitev $(-\sqrt{5}, -\sqrt{3}) \cup (\sqrt{3}, \sqrt{5})$.
Skupaj	7		(Upoštevamo tudi rešitev brez vrednosti 2 in -2.)

4.3	3	♦ zapisano najmanjše naravno število $n = 42$	<p>Zapisana neenačba, npr. $\frac{a_1}{1-k} - \frac{a_1(k^n - 1)}{k-1} < \frac{1}{100} \dots$ *1 točka.</p> <p>Zapisana rešitev neenačbe, npr. $n > 4,45 \dots$ 1 točka.</p>
Skupaj	3		

Skupno število točk: 40