



Šifra kandidata:
A jelölt kódszáma:

Državni izpitni center



SPOMLADANSKI IZPITNI ROK
TAVASZI VIZSGAIDŐSZAK

Višja raven
Emelt szint
MATEMATIKA
Izpitna pola 1
1. feladatlap

Sobota, 8. junij 2019 / 90 minut
2019. június 8., szombat / 90 perc

Dovoljeno gradivo in pripomočki: Kandidat prinese naliveo pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko, računalno in geometrijsko orodje (šestilo in dva trikotnika, lahko tudi ravnilo). Kandidat dobi dva konceptna lista in ocenjevalni obrazec.

Engedélyezett segédeszközök:

A jelölt töltőtollat vagy golyóstollat, ceruzát, radírt, számológépet, rajzeszközöket (körzőt, két háromszöget, esetleg vonalzó) hoz magával. A jelölt kap egy értékelő lapot, a vázlatkészítéshez pedig két pótlapot.

SPLOŠNA MATURA
ÁLTALÁNOS ÉRETTSÉGI VIZSGA

Navodila kandidatu so na naslednji strani.
A jelöltnék szóló útmutató a következő oldalon olvasható.



NAVODILA KANDIDATU

Pazljivo preberite ta navodila.

Ne odpirajte izpitne pole in ne začenjajte reševati nalog, dokler vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.

Prilepite kodo oziroma vpišite svojo šifro (v okvirček desno zgoraj na prvi strani in na ocenjevalni obrazec). Svojo šifro vpišite tudi na konceptna lista.

Izpitna pola vsebuje 12 kratkih nalog. Število točk, ki jih lahko dosežete, je 80. Za posamezno nalogo je število točk navedeno v izpitni poli. Pri reševanju si lahko pomagate s standardno zbirko zahtevnejših formul na strani 3.

Rešitve, ki jih pišete z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom, vpisujte **v izpitno polo** v za to predvideni prostor. Rišete lahko tudi s svinčnikom. Če se zmotite, napisano prečrtajte in rešitev zapišite na novo. Nečitljivi zapisi in nejasni popravki bodo ocenjeni z 0 točkami. Stran 17 je rezervna; uporabite jo le, če vam zmanjka prostora. Jasno označite, katere naloge ste reševali na tej strani. Osnutki rešitev, ki jih lahko naredite na konceptna lista, se pri ocenjevanju ne upoštevajo.

Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vsemi vmesnimi računi in sklepi. Če ste nalogo reševali na več načinov, jasno označite, katero rešitev naj ocenjevalec oceni.

Zaupajte vase in v svoje zmožnosti. Želimo vam veliko uspeha.

ÚTMUTATÓ A JELÖLTNEK

Figyelmesen olvassa el ezt az útmutatót!

Ne lapozzon, és ne kezdjen a feladatok megoldásába, amíg azt a felügyelő tanár nem engedélyezi!

Ragassza vagy írja be kódszámát (a feladatlap első oldalának jobb felső sarkában levő keretbe és az értékelő lapra)! Kódszámát a pótlapokra is írja rá!

A feladatlap 12 rövid feladatot tartalmaz. Összesen 80 pontot érhet el. A feladatlapban a feladatok mellett feltüntettük az elérhető pontszámot is. A feladatok megoldásakor használhatja a 4. oldalon található standard képletgyűjteményt.

Válaszait töltőtollal vagy golyóstollal írja a **feladatlap** erre kijelölt helyére! Rajzoláshoz használhat ceruzát is. Ha tévedett, a leírtat húzza át, majd válaszát írja le újra! Az olvashatatlan megoldásokat és a nem egyértelmű javításokat 0 ponttal értékeljük. A 17. oldal tartalék; ide csak akkor írjon, ha elfogy a helye. Egyértelműen jelölje meg, melyik feladatok megoldását írta erre az oldalra! A pótlapokra készített vázlatokat az értékelés során nem vesszük figyelembe.

A válasznak tartalmaznia kell a megoldásig vezető műveletsort az összes köztes számításával és következtetéssel együtt. Ha a feladatot többféleképpen oldotta meg, egyértelműen jelölje, melyik megoldást értékeljék!

Bízzon önmagában és képességeiben! Eredményes munkát kívánunk!



Formule

$a^n + b^n = (a + b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 - \dots + a^2b^{n-3} - ab^{n-2} + b^{n-1})$, če je n liho naravno število

$a^n - b^n = (a - b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \dots + a^2b^{n-3} + ab^{n-2} + b^{n-1})$, če je $n \in \mathbb{N}$

Evklidov in višinski izrek v pravokotnem trikotniku: $a^2 = ca_1$, $b^2 = cb_1$, $v_c^2 = a_1b_1$

Polmera trikotniku očrtanega in včrtanega kroga: $R = \frac{abc}{4S}$, $r = \frac{S}{s}$, $s = \frac{a+b+c}{2}$

Kotne funkcije polovičnih kotov:

$$\sin^2 \frac{x}{2} = \frac{1 - \cos x}{2}, \quad \cos^2 \frac{x}{2} = \frac{1 + \cos x}{2}, \quad \tan \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$$

Adicijski izrek:

$$\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\cos(x + y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\tan(x + y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y}$$

Faktorizacija:

$$\sin x \pm \sin y = 2 \sin \frac{x \pm y}{2} \cos \frac{x \mp y}{2}$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x + y}{2} \cos \frac{x - y}{2}, \quad \cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x + y}{2} \sin \frac{x - y}{2}$$

$$\tan x \pm \tan y = \frac{\sin(x \pm y)}{\cos x \cos y}$$

Razčlenitev produkta kotnih funkcij:

$$\sin x \sin y = -\frac{1}{2} [\cos(x + y) - \cos(x - y)]$$

$$\cos x \cos y = \frac{1}{2} [\cos(x + y) + \cos(x - y)]$$

$$\sin x \cos y = \frac{1}{2} [\sin(x + y) + \sin(x - y)]$$

Razdalja točke $T_0(x_0, y_0)$ od premice $ax + by - c = 0$: $d(T_0, p) = \left| \frac{ax_0 + by_0 - c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right|$

Ploščina trikotnika z oglišči $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$:

$$S = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$$

Elipsa: $e^2 = a^2 - b^2$, $\varepsilon = \frac{c}{a}$, če je $a > b$

Hiperbola: $e^2 = a^2 + b^2$

Parabola: $y^2 = 2px$, gorišče $G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$

Kompozitum funkcij: $(g \circ f)(x) = g(f(x))$

Bernoullijeva formula: $P(n, p, k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$

Integral: $\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} + C$



Képletek

$a^n + b^n = (a + b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 - \dots + a^2b^{n-3} - ab^{n-2} + b^{n-1})$, ha n páratlan természetes szám

$a^n - b^n = (a - b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \dots + a^2b^{n-3} + ab^{n-2} + b^{n-1})$, ha $n \in \mathbb{N}$

A derékszögű háromszög magasságtétele és befogótétele: $a^2 = ca_1$, $b^2 = cb_1$, $v_c^2 = a_1b_1$

A háromszög köré írt kör és a háromszögbe írt kör sugara: $R = \frac{abc}{4S}$, $r = \frac{S}{s}$, $s = \frac{a+b+c}{2}$

A félszögek szögfüggvényei:

$$\sin^2 \frac{x}{2} = \frac{1 - \cos x}{2}, \quad \cos^2 \frac{x}{2} = \frac{1 + \cos x}{2}, \quad \tan \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$$

Addíciós tételek:

$$\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\cos(x + y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\tan(x + y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y}$$

Összegek szorzattá történő átalakításának képletei:

$$\sin x \pm \sin y = 2 \sin \frac{x \pm y}{2} \cos \frac{x \mp y}{2}$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x + y}{2} \cos \frac{x - y}{2}, \quad \cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x + y}{2} \sin \frac{x - y}{2}$$

$$\tan x \pm \tan y = \frac{\sin(x \pm y)}{\cos x \cos y}$$

A szorzatok összegé történő átalakításának képletei:

$$\sin x \sin y = -\frac{1}{2} [\cos(x + y) - \cos(x - y)]$$

$$\cos x \cos y = \frac{1}{2} [\cos(x + y) + \cos(x - y)]$$

$$\sin x \cos y = \frac{1}{2} [\sin(x + y) + \sin(x - y)]$$

A $T_0(x_0, y_0)$ pont távolsága az $ax + by - c = 0$ egyenletű egyenestől: $d(T_0, p) = \left| \frac{ax_0 + by_0 - c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right|$

Az $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$ csúcsú háromszög területe:

$$S = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$$

Ellipszis: $e^2 = a^2 - b^2$, $\varepsilon = \frac{e}{a}$, ha $a > b$

Hiperbola: $e^2 = a^2 + b^2$

Parabola: $y^2 = 2px$, $G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$ a parabola fókuszpontja

Összetett (kompozitum) függvény: $(g \circ f)(x) = g(f(x))$

Bernoulli-képlet: $P(n, p, k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$

Integrál: $\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} + C$



1. Rešite naloge, zapisane v levem stolpcu preglednice. Rešitve zapišite v desni stolpec preglednice. Glejte rešeni primer.

Oldja meg a táblázat bal oszlopában található feladatokat! A megoldásokat írja a jobb oszlop megfelelő sorába! Nézze meg a megoldott példát!

Zapišite zalogo vrednosti funkcije s predpisom $f(x) = x^2 + 3$. Írja fel az $f(x) = x^2 + 3$ függvény értékkészletét!	$Z_f = [3, \infty)$
Določite najmanjši skupni večkratnik števil 20 in 30. <i>Határozza meg a 20 és a 30 legkisebb közös többszörösét!</i>	$v(20, 30) =$
Rešite enačbo $ x = 5$. <i>Oldja meg az $x = 5$ egyenletet!</i>	$x_1 =$, $x_2 =$
Določite razdaljo med točkama $A(-1, 1)$ in $B(3, 1)$ v ravnini \mathbb{R}^2 . <i>Határozza meg az $A(-1, 1)$ és $B(3, 1)$ pontok távolságát az \mathbb{R}^2 síkban!</i>	$d(A, B) =$
Določite največjo množico D_f , za katero je funkcija s predpisom $f(x) = \sqrt{x-2}$ definirana. <i>Határozza meg a legnagyobb D_f halmazt, amelyen az $f(x) = \sqrt{x-2}$ hozzárendelési szabállyal megadott függvény értelmezett!</i>	$D_f =$
Zapišite realni del kompleksnega števila $z = i^6 + i^7$. <i>Írja fel a $z = i^6 + i^7$ komplex szám valós részét!</i>	$\operatorname{Re}(z) =$

(8 točk/pont)



2. Smučarski skakalec Peter je na treningu v prvih štirih skokih dosegel naslednje daljave: 95 m, 101 m, 93 m in 95 m.

Peter, a síugró, az edzésen az első négy ugrásnál a következő távolságokat érte el: 95 m, 101 m, 93 m és 95 m.

- 2.1. Izračunajte povprečno dolžino njegovih skokov.

Számítsa ki az ugrásai átlaghosszúságát!

(2)

- 2.2. Koliko metrov mora skočiti v petem skoku, da bo povprečje povečal na 98 m?

Hány métert kell ugrania az ötödik ugrásnál, hogy az átlagát 98 m-re növelje?

(3)

(5 točk/pont)



M 1 9 1 4 0 2 1 1 M 0 7

3. Rešite enačbi:

Oldja meg az egyenleteket!

3.1.

$$2^{x+3} \cdot 2^{x+5} = 32$$

(3)

3.2.

$$2^{x+3} + 2^{x+5} = 5$$

(3)

(6 točk/pont)

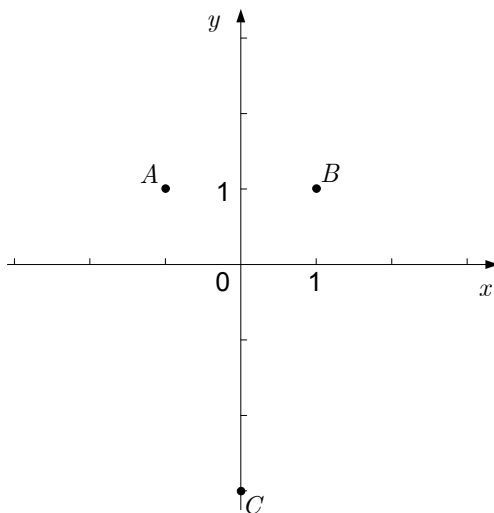


4. Na slici, na kateri so točke $A(-1, 1)$, $B(1, 1)$ in $C(0, -3)$, narišite vektorja $\vec{a} = \overrightarrow{CA}$ in $\vec{b} = \overrightarrow{CB}$. Vektorja \vec{a} in \vec{b} zapišite s koordinatami (komponentami) in izračunajte skalarni produkt $\vec{a} \cdot \vec{b}$. Kot α , ki ga oklepata vektorja \vec{a} in \vec{b} , zaokrožite v stopinjah na dve decimalki. Rezultate zapišite v spodnjo preglednico.

A képen, amelyen láthatók az $A(-1, 1)$, $B(1, 1)$ és $C(0, -3)$ pontok, ábrázolja az

$\vec{a} = \overrightarrow{CA}$ és $\vec{b} = \overrightarrow{CB}$ vektorokat! Írja fel az \vec{a} és \vec{b} vektorokat koordinátáikkal

(komponenseikkel), és számítsa ki az $\vec{a} \cdot \vec{b}$ skaláris szorzatot! Kerekítse az \vec{a} és \vec{b} vektorok által közbezárt α szög fokokban felírt nagyságát két tizedesjegyre! Az eredményeket írja az alábbi táblázatba!



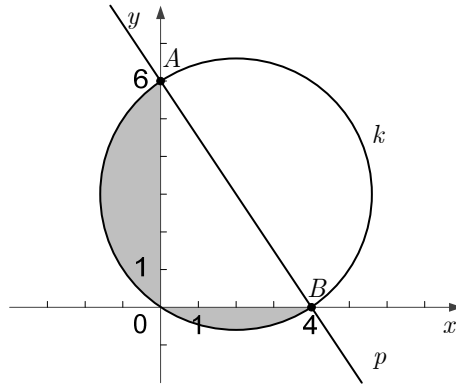
Naloga / Feladat	Rešitev / Megoldás
S koordinatami zapisan vektor \vec{a} / A koordinátáival felírt \vec{a} vektor	$\vec{a} = (\quad , \quad)$
S koordinatami zapisan vektor \vec{b} / A koordinátáival felírt \vec{b} vektor	$\vec{b} = (\quad , \quad)$
Skalarni produkt $\vec{a} \cdot \vec{b}$ / Az $\vec{a} \cdot \vec{b}$ skaláris szorzat	$\vec{a} \cdot \vec{b} =$
Izračunan približek za kot α / Az α szög kiszámított közelítő értéke	$\alpha \doteq$

(8 točk/pont)



5. Na sliki sta narisani premica p in krožnica k . Premica p poteka skozi točki A in B , premer krožnice k je daljica AB .

A képen látható a p egyenes és a k körvonal. A p egyenes illeszkedik az A és B pontokra, a k körvonal átmérője az AB szakasz.



- 5.1. Zapišite enačbo premice p .

Írj fel a p egyenes egyenletét!

(2)

- 5.2. Zapišite enačbo krožnice k .

Írja fel a k körvonal egyenletét!

(3)

- 5.3. Izračunajte vsoto ploščin osenčenih odsekov na sliki. Nalogo rešite brez uporabe računalna.

Számítsa ki a képen látható satírozott körszeletek területeinek összegét! A feladatot számológép használata nélkül oldja meg!

(3)

(8 točk/pont)



6. V trikotniku ABC stranica AB meri 6 cm. Kot $\alpha = \sphericalangle BAC$ meri 70° in kot $\gamma = \sphericalangle ACB$ meri 30° . Izračunajte dolžino stranice AC in ploščino trikotnika ABC . Rezultata zaokrožite na dve decimalki.

Az ABC háromszög AB oldala 6 cm hosszúságú. Az $\alpha = \sphericalangle BAC$ szög 70° , a $\gamma = \sphericalangle ACB$ szög 30° nagyságú. Számítsa ki az AC oldal hosszúságát és az ABC háromszög területét! Mindkét eredményt kerekítse két tizedesjegyre!

(6 točk/pont)

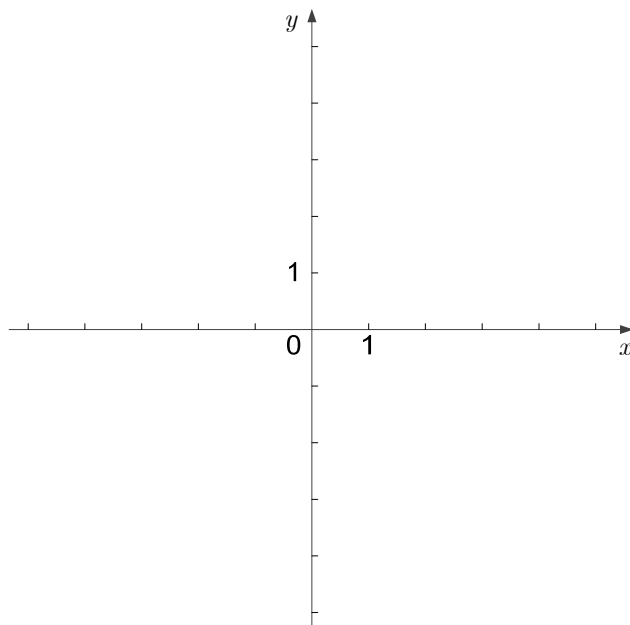


7. Racionalna funkcija f ima predpis $f(x) = \frac{x-2}{x}$.

Az f racionális törtfüggvény hozzárendelési szabálya $f(x) = \frac{x-2}{x}$.

- 7.1. Zapišite enačbi asimptot grafa funkcije f in narišite njen graf.

Írja fel az f függvénygrafikon mindkét aszimptotájának egyenletét, és ábrázolja a függvény grafikonját!



- 7.2. Izračunajte odvod funkcije f .

(3)

Számítsa ki az f függvény deriváltját!

- 7.3. Izračunajte nedoločeni integral funkcije f .

(2)

Számítsa ki az f függvény határozatlan integrálját!

(3)

(8 točk/pont)

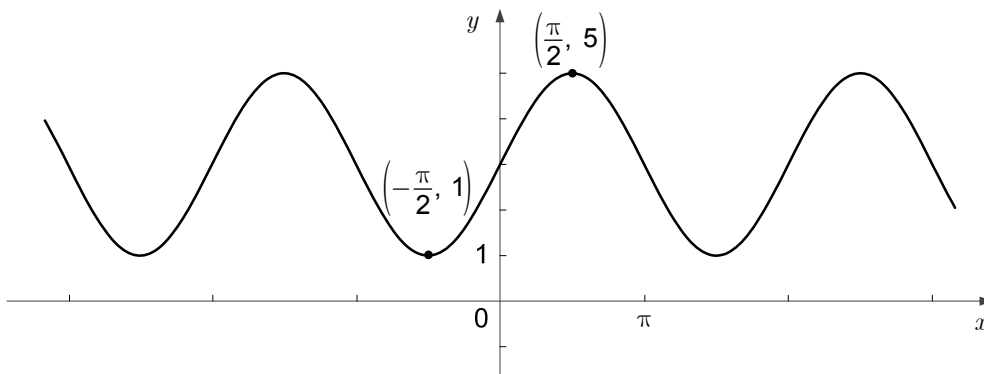


8. Rešite naslednji nalogi:

Oldja meg a következő feladatokat!

- 8.1. Na sliki je del grafa funkcije $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ s predpisom $f(x) = A \sin x + C$, kjer sta $A, C \in \mathbb{R}$. Funkcija f ima lokalni maksimum $M = 5$ in lokalni minimum $m = 1$. Določite števili A in C .

A képen az $f(x) = A \sin x + C$ hozzárendelési szabállyal megadott $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ függvény grafikonjának egy része látható, ahol $A, C \in \mathbb{R}$. A f függvény lokális maximuma az $M = 5$ és lokális minimuma az $m = 1$. Határozza meg az A és C számokat!



(2)

- 8.2. Dana je funkcija $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ s predpisom $g(x) = -2 \sin x + 1$. Izračunajte vsa presečišča grafa funkcije g in premice z enačbo $y = 2$.

Adott a $g(x) = -2 \sin x + 1$ hozzárendelési szabállyal megadott $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ függvény. Számítsa ki a g függvény grafikonja és az $y = 2$ egyenletű egyenes összes metszéspontját!

(5)

(7 točk/pont)



9. V vreči je 50 listkov, izmed katerih jih 40 prinaša nagrade, preostalih 10 pa ne.

A zacskóban 50 lapocska van, amelyek közül 40 nyerő, 10 pedig nem.

9.1. Iz vreče naključno izvlečemo en listek. Izračunajte verjetnost dogodka A , da izbrani listek prinese nagrado.

A zacskóból találmra kihúzzunk egy lapocskát. Számítsa ki annak az A eseménynek a valószínűségét, hogy a kiválasztott lapocska nyerő!

(1)

9.2. Iz vreče naključno hkrati izvlečemo dva listka. Izračunajte verjetnost dogodka B , da oba izbrana listka prinašata nagrado.

A zacskóból találmra egyszerre kihúzzunk két lapocskát. Számítsa ki annak az B eseménynek a valószínűségét, hogy mindkét kiválasztott lapocska nyerő!

(3)

9.3. Iz vreče naključno hkrati izvlečemo tri listke. Izračunajte verjetnost dogodka C , da vsaj en izbrani listek prinese nagrado.

A zacskóból találmra egyszerre kihúzzunk három lapocskát. Számítsa ki annak az C eseménynek a valószínűségét, hogy legalább egy kiválasztott lapocska nyerő!

(3)

(7 točk/pont)



10. Gospa Marija je 12.500 € vložila v banko, ki uporablja obrestno obrestovanje in 1,5% letno obrestno mero. Banka pripiše obresti ob koncu vsakega iztečenega leta varčevanja. Pri nalogi upoštevajte, da banka ne spreminja svojih pogojev in da Marija ne dviga denarja naslednja 4 leta.

Mária asszony 12.500 €-t tett a bankszámlájára. A bankban kamatos kamatozást alkalmaznak, és 1,5%-os éves kamatlábat. A bank a kamatot minden év végén írja jóvá. A feladatban vegye figyelembe, hogy a bank nem változtatja meg a feltételeit, valamint azt, hogy Mária asszony nem veszi ki a pénzét a következő 4 évben!

- 10.1. Koliko evrov obresti so Mariji pripisali po prvem letu varčevanja? Zapišite odgovor.

Hány euró kamatot írtak jóvá Mária asszonynak az első év végén? A válaszát írja le!

(2)

- 10.2. Koliko denarja je imela Marija na banki po štirih letih varčevanja? Zapišite odgovor.

Mennyi pénze lett Máriának a négy év lejárta után? A válaszát írja le!

(3)

(5 točk/pont)



11. Zapišite število 2019 kot vsoto dveh realnih števil x in y tako, da bo vrednost izraza $xy - 6x - 9y + 56$ največja.

Írja fel a 2019-es számot az x és y valós számok összegeként úgy, hogy az $xy - 6x - 9y + 56$ kifejezés értéke a legnagyobb legyen!

(6 točk/pont)



12. Na smučišču Mrzli vrh lahko smučarji kupijo celodnevno vozovnico za odrasle ali celodnevno vozovnico za otroke do 18. leta, ki je za 40 % cenejša od celodnevne vozovnice za odrasle. Predšolskim otrokom lahko starši plačajo celodnevni smučarski tečaj pod vodstvom strokovnih vaditeljev. Cena vozovnice je v tem primeru všteta v ceno tečaja.

Člani družine Novak se odpravijo na celodnevno smučanje na Mrzli vrh. Oče, mama in petnajstletni Maks kupijo celodnevne vozovnice, petletna dvojčka Ana in Tim pa dan preživita z vaditelji na smučarskem tečaju. To družino Novak stane 261 €.

Tudi člani družine Drolc se odpravijo na celodnevno smučanje na Mrzli vrh. Oče, mama, desetletna Maja in trinajstletni Bor kupijo celodnevne vozovnice, štiriletna Julija pa preživi dan z vaditelji na smučarskem tečaju. To družino Drolc stane 197 €.

Kolikšna je cena celodnevne vozovnice za odrasle in kolikšna je cena celodnevnega tečaja za enega otroka?

A Mrzli vrh sípályán a síelők vásárolhatnak egésznapos felnőtt vagy egésznapos gyermek sítérletet 18 éven aluli személyek számára. Az egésznapos gyermek sítérletek 40%-kal olcsóbbak az egésznapos felnőtt sítérleteknél. Iskoláskor előtti gyermekeket a szülei egésznapos sítanfolyamra fizethetnek be, amelyet szakképzett síoktatók vezetnek. Ebben az esetben a sítanfolyam ára magában foglalja a sítérlet árát.

A Novak család tagjai egész nap a Mrzli vrh-ön síelnek. Apa, anya és a tizenöt éves Max egésznapos sítérletet váltanak, az ötéves ikrek, Anna és Tim pedig a napot az oktatóval a sítanfolyamon töltik. A Novak családnak ez összesen 261 eurójába kerül.

A Drolc család tagjai is egész nap a Mrzli vrh-ön síelnek. Apa, anya, a tízéves Maja és a tizenhárom éves Bor egésznapos sítérletet váltanak, a négyéves Júlia pedig a napot az oktatóval a sítanfolyamon tölti. A Drolc családnak ez összesen 197 eurójába kerül.

Mennyibe kerül az egésznapos felnőtt sítérlet, és mennyibe kerül az egésznapos sítanfolyam egy gyermek részére?

(6 točk/pont)



M 1 9 1 4 0 2 1 1 M 1 7

REZERVNA STRAN
TARTALÉK OLDAL



Prazna stran

Üres oldal



M 1 9 1 4 0 2 1 1 M 1 9

Prazna stran

Üres oldal



Prazna stran

Üres oldal