



---

**Državni izpitni center**

---



JESENSKI IZPITNI ROK

**Osnovna in višja raven**  
**MATEMATIKA**

**NAVODILA ZA OCENJEVANJE**

**Ponedeljek, 26. avgust 2019**

---

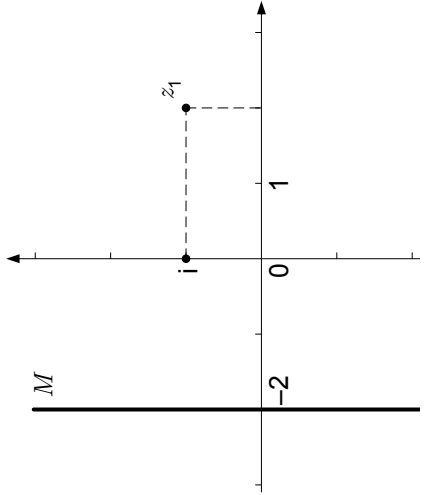
**SPLOŠNA MATURA**

---

Moderirana različica

## IZPITNA POLA 1

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
1	1	♦ največji skupni delitelj $D(2^5, 5^2) = 1$	
	1	♦ interval $I = [-3, 3]$	
	1	♦ razpolovišče $S\left(\frac{5}{2}, 1\right)$	
	2	♦ enačba krožnice $(x+1)^2 + (y-3)^2 = 4$	1 + 1 Le enačba krožnice v premaknjeni legi ... 1 točka.
	1	♦ rešitev enačbe $x = 1$	
	2	♦ rešitev enačbe, npr. $\left\{-\frac{\pi}{2} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}\right\}$	Le ena rešitev, npr. $x = -\frac{\pi}{2}$ ... 1 točka.
<b>Skupaj</b>	<b>8</b>		

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
2.1	1	♦ narisano kompleksno število $z_1$	
			
	2	♦ izračunana absolutna vrednost, npr. $ z_1  = \sqrt{5}$	
	1	♦ narisana množica $M$ (glejte sliko zgoraj)	Le zapis ali uporaba formule, npr. $ z  = \sqrt{a^2 + b^2}$ ... 1 točka.
2.2	1. način		
	4	♦ rešitev $w = 8 - 16i$	Zapis, npr. $w = 10 - 17i - \bar{z}_1$ ... 1 točka. Zapis ali uporaba $\bar{z}_1 = 2 - i$ ... 1 točka. Seštevanje kompleksnih števil ... *1 točka.
	2. način		
	4	♦ rešitev $w = 8 - 16i$	Zapis ali upoštevanje, da je $\bar{z}_1 + w = 2 + a + i(-1 + b)$ ... 1 točka. Zapis ali uporaba $\bar{z}_1 = 2 - i$ ... 1 točka. Zapis ali upoštevanje, da je $\operatorname{Re}(\bar{z}_1 + w) = 10$ in $\operatorname{Im}(\bar{z}_1 + w) = -17$ ... *1 točka.
Skupaj	8		

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
<b>3</b>	<b>1. način</b>		
	3	♦ preoblikovanje v enačbo brez logaritmov, npr. $x^2 - 2x = 3$	Upoštevanje definicije logaritma ali zapis ali upoštevanje lastnosti $\log_a a = 1 \dots$ *1 točka.
	2	♦ rešitev enačbe $x = 3$	Upoštevanje pravila za vsoto logaritmov ali različko logaritmov ... *1 točka. Le razcep kvadratne enačbe ali zapisani rešitvi $x_1 = 3$ in $x_2 = -1 \dots$ 1 točka.
	<b>2. način</b>		
	1	♦ uganjena rešitev $x = 3$	
1	♦ preizkus, da $x = 3$ je rešitev		
3	♦ dokaz enoličnosti rešitve		
<b>5</b>			
<b>Skupaj</b>			

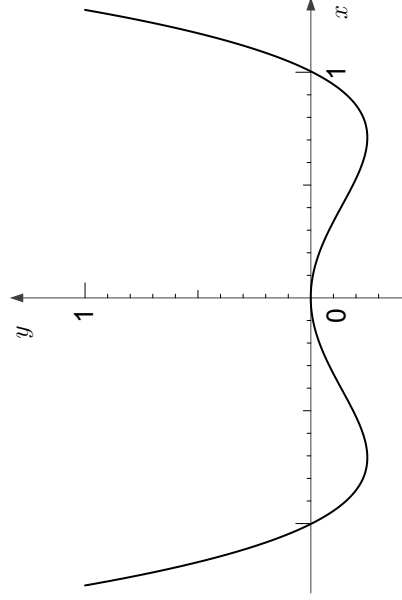
Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
<b>4</b>	<b>1. način</b>		
	2	♦ zapis sistema, npr.: $a_1 + 2d = 8$ $a_1 + 4d = 15$	1 + 1 Le zapis ali uporaba formule za splošni člen ... *1 točka.
	2	♦ izračunana $a_1 = 1$ in $d = 3,5$	1 + 1 Le pravilna metoda reševanja sistema enačb ... *1 točka.
	2	♦ $S_{100} = 17425$	Zapis ali uporaba formule za vsoto ... *1 točka.
	<b>2. način</b>		
	2	♦ ugotovitev, da je $d = 3,5$	Le zapis ali uporaba, da je $a_5 = a_3 + 2d \dots$ 1 točka.
	2	♦ ugotovitev, da je $a_1 = 1$	Le zapis enačbe, npr. $a_3 = a_1 + 2d \dots$ 1 točka.
	2	♦ $S_{100} = 17425$	Zapis ali uporaba formule za vsoto ... *1 točka.
	<b>6</b>		
	<b>Skupaj</b>		

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
5.1	1	♦ 0,5 metra	
5.2	1	♦ 1,7 metra	
5.3	1	♦ za 0,3 m	
5.4	2	♦ zapisan predpis, npr. $f(t) = 0,02t + 0,5$	1 + 1
<b>Skupaj</b>	<b>5</b>		

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
6.1	3	♦ izračunan $t = \frac{1}{2}$	Zapis ali uporaba dejstva, da je za poljubna neničelna vektorja $\vec{u}$ in $\vec{v}$ , $\vec{u} \perp \vec{v} \Leftrightarrow \vec{u} \cdot \vec{v} = 0$ ... *1 točka. Izračun $\vec{u} \cdot \vec{v} = 2t - 1$ ... 1 točka.
6.2	4	♦ izračunan $s_{1,2} = \pm\sqrt{2}$	Zapis ali uporaba dejstva, da za poljubna neničelna vektorja $\vec{u}$ in $\vec{v}$ velja $\vec{u} \parallel \vec{v} \Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ , tako da je $\vec{u} = k \cdot \vec{v}$ ... *1 točka. Izračun ali uporaba $(s, 1) = (2k, sk)$ ... 1 točka. Upoštevanje, da sta vektorja enaka, ko se ujemata v istoležnih koordinatah (komponentah) ... *1 točka. Podobno ocenjujemo tudi reševanje z vektorskim produktom.
<b>Skupaj</b>	<b>7</b>		

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
7.1	1	♦ $f(-1) = -1$	
	2	♦ $g^{-1}(-2) = -\frac{3}{2}$	Le postopek za izračun inverzne funkcije ali zapisana enačba $-2 = 2x + 1$ ... *1 točka.
	1	♦ $f(g(0)) = 1$	
7.2	1	♦ $\int_{-2}^2 f(x) dx = 0$	
	3	♦ $\int_{-1}^3 g(x) dx = 12$	Le izračunan nedoločeni integral, npr. $\int g(x) dx = x^2 + x$ ... 1 točka. Vstavitev mej ... *1 točka.
<b>Skupaj</b>	<b>8</b>		

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
8.1	2	♦ izračunane ničle $x_1 = -1, x_2 = 0, x_3 = 1$	Le zapisana enačba, npr. $f(x) = 0$ , ali ugotovljeni vsaj dve ničli ... *1 točka.
8.2	1	♦ izračunan odvod, npr. $f'(x) = 4x^3 - 2x$	
8.3	3	♦ izračunani lokalni ekstremi, npr. $m_1 = m_3 = -\frac{1}{4}, M_2 = 0$	Zapisana enačba, npr. $f'(x) = 0$ ... *1 točka. Izračunane stacionarne točke $x_1 = -\frac{\sqrt{2}}{2}, x_2 = 0, x_3 = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ... 1 točka.
8.4	1	♦ narisana graf funkcije $f$	
<b>Skupaj</b>	<b>7</b>		

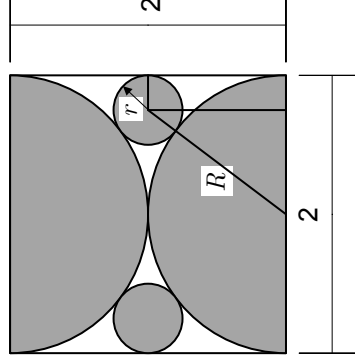


Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
9.1	4	♦ zapisana enačba elipse, npr. $\frac{(x-3)^2}{25} + \frac{(y+1)^2}{9} = 1$	Zapis ali uporaba enačbe elipse v premaknjeni legi ... *1 točka. Ugotovitev, da je središče $S(3, -1)$ ... 1 točka. Ugotovitev, da je $a = 5$ ali $b = 3$ ... 1 točka.
9.2	3	♦ izračunana oddaljenost levega gorišča od koordinatnega izhodišča $d(G, O) = \sqrt{2}$	Izračunan $e = 4$ ... *1 točka. Zapis ali upoštevanje gorišča $G(-1, -1)$ ... *1 točka.
<b>Skupaj</b>	<b>7</b>		

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
10.1	1	♦ izračunana verjetnost, npr. $P(A) = \frac{5}{6}$	
10.2	3	♦ izračunana verjetnost, npr. $P(B) = \frac{1}{15}$	Ugotovitev, da je število vseh izidov npr. $n = \binom{6}{2} \dots$ 1 točka. Ugotovitev, da je število ugodnih izidov $m = 1 \dots$ 1 točka.
10.3	1	♦ izračunana verjetnost, npr. $P(C) = \frac{1}{3}$	
10.4	2	♦ izračunana verjetnost, npr. $P(D) = \frac{1}{36}$	Le ugotovitev, da je število vseh izidov 36 ... 1 točka.
Skupaj	7		Točke dobijo kandidati tudi za pravilno zaokrožene rezultate.

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
11	5	♦ izračunana limita $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x + \pi) + 3x}{4x} = \frac{1}{2}$	Zapis ali uporaba dejstva, da je za poljuben $x \in \mathbb{R}$ , $\sin(x + \pi) = -\sin x \dots$ 1 točka. Ugotovitev, da je za poljuben $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ , npr. $\frac{\sin(x + \pi) + 3x}{4x} = \frac{\sin(x + \pi)}{4x} + \frac{3}{4} \dots$ *1 točka. Zapis ali uporaba formule $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1 \dots$ *1 točka. Izračunana limita $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x + \pi)}{4x} = -\frac{1}{4} \dots$ 1 točka.
Skupaj	5		

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
12	2	♦ izračunana ploščina polkroga, npr. $S_1 = \frac{R^2}{2} \pi = \frac{1}{2} \pi$	Le uporaba formule za ploščino kroga ... *1 točka.
	4	♦ izračunana ploščina kroga, npr. $S_2 = \frac{\pi}{16}$	Ugotovitev, da je razdalja med središčem polkroga in središčem kroga $R+r$ ... *1 točka. Uporaba Pitagorovega izreka, npr. $(R+r)^2 = (R-r)^2 + R^2$ ... *1 točka. Izračunan polmer kroga, npr. $r = \frac{R}{4}$ ... *1 točka.
	1	♦ izračunana vsota ploščin osenčenih likov, npr. $S = 2S_1 + 2S_2 = \frac{9}{8} \pi$	
<b>Skupaj</b>	<b>7</b>		



Skupno število točk: 80

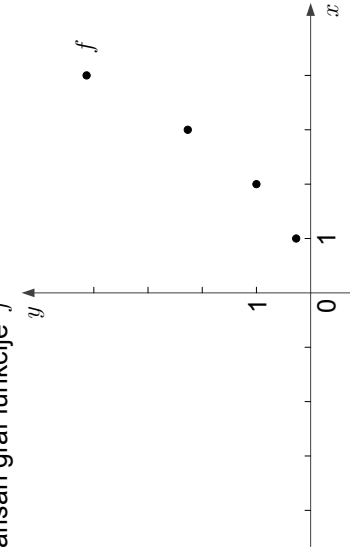
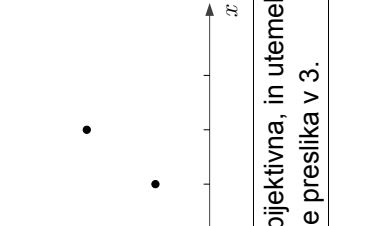


## IZPITNA POLA 2

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
1.1	1	♦ dokaz, da je $f(x + \pi) = f(x)$ za vsak $x$ iz $D_f$	
	1	♦ zapis razcepne enačbe $f(x) = 0$ v obliki, npr. $\frac{\sin x \cdot (1 - 2\cos^2 x)}{\cos x} = 0$	Zadostuje števec ulomka.
	3	♦ izračunane ničle, npr. $\left\{ k\pi, \pm \frac{\pi}{4} + k2\pi, \pm \frac{3\pi}{4} + k2\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$	$1 + 1 + 1$ Le posamezne rešitve $0, \pm \frac{\pi}{4}$ in $\pm \frac{3\pi}{4}$ ... 1 točka.
<b>Skupaj</b>	<b>5</b>		Če kandidat nikjer ne zapiše $k \in \mathbb{Z}$ , se mu odšteje 1 točka.
1.2	4	♦ zapisana enačba tangente, npr. $y = 5x - \frac{5\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2}$	Izračunan $y_0 = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ... 1 točka. Izračunan odvod, npr. $f'(x) = \frac{1}{\cos^2 x} - 2\cos 2x$ ... 1 točka. Izračunan $k_t = f'\left(\frac{\pi}{3}\right) = 5$ ... *1 točka.
	<b>Skupaj</b>	<b>4</b>	
	4	♦ izračunan predpis funkcije, npr. $F(x) = -\ln \cos x  + \frac{\cos 2x}{2} + \frac{1}{2}$	Izračunan nedoločeni integral, npr. $F(x) = -\ln \cos x  + \frac{\cos 2x}{2} + C$ ... (1 + 1 + 1) 3 točke. (Za vsak člen 1 točka.)
<b>Skupaj</b>	<b>4</b>		

<b>Naloga</b>	<b>Točke</b>	<b>Rešitev</b>	<b>Dodatna navodila</b>
<b>2.1</b>	4	♦ dokaz, da je dolžina višine $v = 8$ cm in izračunana prostornina $V = 336$ cm <sup>3</sup>	Izračunana dolžina pravokotne projekcije kraka na osnovnico 6 cm ... 1 točka. Izračunana ploščina osnovne ploskve $S = 112$ cm <sup>2</sup> ... 1 točka.
<b>Skupaj</b>	<b>4</b>		
<b>2.2</b>	2	♦ izračunana ploščina, npr. $S_1 = 224$ cm <sup>2</sup>	Zapis ali upoštevanje zveze $S_1 = k^2 S$ ... *1 točka.
<b>Skupaj</b>	<b>2</b>		
<b>2.3</b>	4	♦ izračunana prostornina vrtenine $V = 416\pi$ cm <sup>3</sup>	Zapis ali upoštevanje $r_1 = 4$ cm in $r_2 = 10$ cm ... 1 točka. Zapis ali uporaba $V = \frac{\pi r_2^2 v_2}{3} - \frac{\pi r_1^2 v_1}{3}$ ... *1 točka. Izračun $v_2 = \frac{40}{3}$ cm ali $v_1 = \frac{16}{3}$ cm ... 1 točka.
	4	♦ izračunana površina vrtenine $P = 256\pi$ cm <sup>2</sup>	Zapis ali uporaba $P = \pi r_2 s_2 - \pi r_1 s_1 + \pi r_2^2 + \pi r_1^2$ ... *1 točka. Zapis ali upoštevanje $s_2 = \frac{50}{3}$ cm ... 1 točka. Zapis ali uporaba $s_1 = \frac{20}{3}$ cm ... 1 točka.
<b>Skupaj</b>	<b>8</b>	Če kandidat nikjer v nalogi ne zapiše ustreznih enot, se mu v celoti odšteje 1 točka.	

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
<b>3.1</b>	2	♦ $n_1 < n_2 < n_3 < n_4$	Le zapis ali ugotovitev, npr. $n_1 = 2x$ , $n_2 = 3x$ , $n_3 = 5x$ , $n_4 = 7x$ , kjer je $x = 2^{2018} \cdot 3^{2018} \cdot 5^{2018} \cdot 7^{2018}$ ... 1 točka.
	2	♦ $n_4 < n_3 < n_2 < n_1$	Le zapis ali ugotovitev, npr. $n_1 = 105x$ , $n_2 = 70x$ , $n_3 = 72x$ , $n_4 = 30x$ , kjer je $x = 2^{2018} \cdot 3^{2018} \cdot 5^{2018} \cdot 7^{2018}$ ... 1 točka.
<b>Skupaj</b>	<b>4</b>		
<b>3.2</b>	1	♦ zapisan dokaz, npr.: Vsako izmed števil je sodo število, ki je večje od 2, zato števili nista praštevili.	
	1	♦ zapisan dokaz, npr.: Vsako izmed števil je sodo število, zato števili nista tuji si števili.	
<b>Skupaj</b>	<b>2</b>		
<b>3.3</b>	3	♦ če je $a = b$ , je $\frac{n_1}{n_2} = \frac{1}{1}$	1 + 1 + 1
		če je $a > b$ , je $\frac{n_1}{n_2} = \frac{2^{a-b}}{3^{a-b}}$	
		če je $a < b$ , je $\frac{n_1}{n_2} = \frac{3^{b-a}}{2^{b-a}}$	
<b>Skupaj</b>	<b>3</b>		
<b>3.4</b>	2	♦ če je $a \geq b$ , je $D(n_1, n_2, n_3, n_4) = 2^b \cdot 3^b \cdot 5^b \cdot 7^b$	Le upoštevanje definicije največjega skupnega delitelja ... 1 točka.
		če je $a < b$ , je $D(n_1, n_2, n_3, n_4) = 2^a \cdot 3^a \cdot 5^a \cdot 7^a$	
	2	♦ če je $a \geq b$ , je $v(n_1, n_2, n_3, n_4) = 2^a \cdot 3^a \cdot 5^a \cdot 7^a$	Le upoštevanje definicije najmanjšega skupnega večkratnika ... 1 točka.
		če je $a < b$ , je $v(n_1, n_2, n_3, n_4) = 2^b \cdot 3^b \cdot 5^b \cdot 7^b$	
<b>Skupaj</b>	<b>4</b>		

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
4.1	1	<ul style="list-style-type: none"> <li>♦ narisani graf funkcije <math>f</math></li> </ul>	
2		<ul style="list-style-type: none"> <li>♦ ugotovitev, da funkcija <math>f</math> ni bijektivna, in utemeljitev, npr.: Nobeno naravno število se ne preslika v 3.</li> </ul>	1 + 1
<b>Skupaj</b>	<b>3</b>		
4.2	2	<ul style="list-style-type: none"> <li>♦ narisani množici</li> </ul>	1 + 1
2			<ul style="list-style-type: none"> <li>♦ ugotovitev, da množica <math>A</math> ni graf funkcije utemeljitev, npr.: Množica <math>A</math> vsebuje tudi točki <math>(1, 0)</math> in <math>(1, 1)</math>, zato bi imel original več slik.</li> <li>♦ ugotovitev, da množica <math>B</math> je graf funkcije utemeljitev, npr.: <math>f(n) = 1</math> za vsak <math>n \in \mathbb{N}</math>.</li> </ul>
<b>Skupaj</b>	<b>4</b>		

<b>4.3</b>	2	♦ dokaz, da je $f$ padajoča, saj velja npr. $f(n+1) \leq f(n) \Leftrightarrow n^2 + n \geq 1$ za vsak $n \in \mathbb{N}$	Le upoštevanje definicije padajoče funkcije ... *1 točka.
	2	♦ dokaz, da je $f$ omejena, saj je omejena, npr. navzgor z 1 in navzdol z 0	Le upoštevanje definicije omejene funkcije ... *1 točka.
<b>Skupaj</b>	<b>4</b>		
<b>4.4</b>	2	♦ odgovor, npr. $\lim_{n \rightarrow \infty} (f(n^2 + n) - f(n^2)) = \frac{1}{2}$	Le izračun $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + n} - n) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{\sqrt{n^2 + n} + n} \dots$ 1 točka.
	<b>Skupaj</b>	<b>2</b>	

Skupno število točk: 40