



Državni izpitni center



SPOMLADANSKI IZPITNI ROK

Osnovna in višja raven
MATEMATIKA



NAVODILA ZA OCENJEVANJE

Sobota, 6. junij 2020

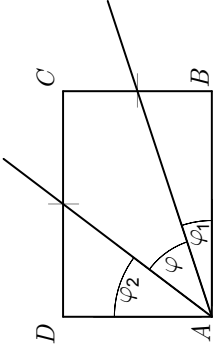
SPLOŠNA MATURA

Moderirana različica

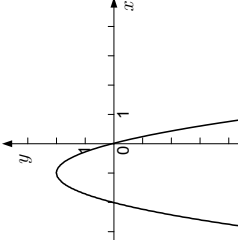
IZPITNA POLA 1

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
1	6	Funkcija	Graf
		$f: \mathbb{R}_0^+ \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \sqrt{x}$	H
		$f: \mathbb{R} - \{0\} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^{-1}$	♦ D
		$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = -x^2$	♦ B
		$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2^x$	♦ G
		$f: \mathbb{R} - \{0\} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^{-2}$	♦ E
		$f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \log_2 x$	♦ F
		$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^3$	♦ C
Vsaka pravilno dopolnjena vrstica ... 1 točka.			

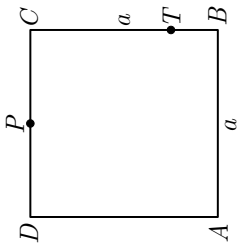
Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
2	5	♦ rešitev, npr. $x = 2550, y = 3111$	Zapis, npr. $x + y = 5661 \dots$ 1 točka. Zapis zveze, npr. $y = x + 0,22x \dots$ 1 točka. Zapis enačbe z eno neznaniko, npr. $2,22x = 5661 \dots$ 1 točka. Rešitev ... (1 + 1) 2 točki.

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
3	1	♦ narisana skica	

1. način	
4	<p>♦ rezultat $\varphi = \frac{\pi}{2} - (\arctan \frac{1}{3} + \arctan \frac{3}{4})$</p> <p>Zapis ali uporaba $\varphi = \frac{\pi}{2} - (\varphi_1 + \varphi_2) \dots$ 1 točka.</p> <p>Zapis ali uporaba $\tan \varphi_1 = \frac{1}{3} \dots$ 1 točka.</p> <p>Zapis ali uporaba $\tan \varphi_2 = \frac{3}{4} \dots$ 1 točka.</p> <p>Upošteevamo tudi vsak pravilno zaokrožen rezultat, npr. $\varphi \doteq 34,6952^\circ$ ali $\varphi \doteq 34^\circ 42'$.</p>
2. način	
4	<p>♦ rezultat $\varphi = \arctan \left(\frac{9}{13} \right)$</p> <p>Izračun smernega koeficienta $k_1 = \frac{1}{3} \dots$ 1 točka.</p> <p>Izračun smernega koeficienta $k_2 = \frac{4}{3} \dots$ 1 točka.</p> <p>Izračun $\tan \varphi = \left \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 k_2} \right = \frac{9}{13} \dots$ 1 točka.</p> <p>Upošteevamo tudi vsak pravilno zaokrožen rezultat, npr. $\varphi \doteq 34,6952^\circ$ ali $\varphi \doteq 34^\circ 42'$.</p>
3. način	
4	<p>♦ rezultat $\varphi = \arccos \frac{13}{5 \cdot \sqrt{10}}$</p> <p>Naj bo T razpolovišče BC in P razpolovišče CD.</p> <p>Izračunane vse tri dolžine $AT = 2 \cdot \sqrt{10}$ cm, $AP = 5$ cm,</p> <p>$TP = \sqrt{13}$ cm ... 1 točka.</p> <p>Zapis ali uporaba kosinusnega izreka, npr.</p> <p>$TP ^2 = AT ^2 + AP ^2 - 2 \cdot AT \cdot AP \cdot \cos \varphi \dots$ *1 točka.</p> <p>Izračunan $\cos \varphi = \frac{13}{5 \cdot \sqrt{10}} \dots$ 1 točka.</p> <p>Upošteevamo tudi vsak pravilno zaokrožen rezultat, npr. $\varphi \doteq 34,6952^\circ$ ali $\varphi \doteq 34^\circ 42'$.</p>
Skupaj	5

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
4	1	♦ izračunani ničli $x_1 = 0$, $x_2 = -2$	
	2	♦ zapisano teme $T(-1, 2)$	1 + 1 Zadošča $p = -1$ in $q = 2$.
	1	♦ narisan graf 	
	*1	♦ odgovor, npr. $f(x) > 0$ za vsak $x \in (-2, 0)$	Postopkovno točko dobi kandidat le, če iz napačnega grafa kvadratne funkcije pravilno razbere rešitve neenačbe.
	*1	♦ Funkcija je naraščajoča na intervalu $(-\infty, -1]$.	Postopkovno točko dobi kandidat le, če iz napačnega grafa kvadratne funkcije pravilno razbere iskani interval. Toleriramo tudi rešitev $(-\infty, -1)$.
	2	♦ zapisani rešitvi enačbe, npr. $x_{1,2} = -1 \pm \sqrt{6}$	Le zapis urejene enačbe, npr. $-2x^2 - 4x + 10 = 0 \dots$ 1 točka.
Skupaj	8		

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
5.1	3	♦ rešitev: $x = \frac{15}{4}$	Zapis ali upoštevanje, npr. $9^{x-3} = 3^{2x-6}$ ali $\sqrt{3} = 3^{\frac{1}{2}}$... 1 točka. Izenačitev eksponentov, npr. $2x - 6 = 1 + \frac{1}{2}$... *1 točka.
5.2	3	♦ rešitev: $x = 9$	Zapis ali uporaba definicije logaritma, npr. $3x - 2 = \left(\frac{1}{5}\right)^{-2}$... *1 točka. Upoštevanje, da je $\left(\frac{1}{5}\right)^{-2} = 25$... 1 točka.
Skupaj	6		

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
6	1	♦ skica 	
	1	♦ zapisan vektor $\vec{AT} = \vec{a} + \frac{1}{4}\vec{b}$	
	1	♦ zapisan vektor $\vec{AP} = \vec{b} + \frac{1}{2}\vec{a}$	
	1. način		
	4	♦ izračunan skalarni produkt $\vec{AT} \cdot \vec{AP} = \left(\vec{a} + \frac{1}{4}\vec{b}\right) \cdot \left(\frac{1}{2}\vec{a} + \vec{b}\right) =$ $= \frac{1}{2}a^2 + \frac{9}{8}a\vec{b} + \frac{1}{4}b\vec{b} = \frac{3}{4}a^2$	Upoštevanje distributivnosti ... *1 točka. Upoštevanje $\vec{a} \cdot \vec{a} = a^2$ ali $\vec{b} \cdot \vec{b} = a^2$... 1 točka. Upoštevanje $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$... 1 točka.
	2. način		
	1	♦ zapis ali uporaba definicije skalarnega produkta, npr. $\vec{AT} \cdot \vec{AP} = \vec{AT} \cdot \vec{AP} \cdot \cos \varphi$	
	1	♦ izračunan kot φ , npr. $\varphi = \frac{\pi}{2} - \left(\arctan \frac{1}{4} + \arctan \frac{1}{2}\right)$	
	1	♦ izračunani dolžini, npr. $ \vec{AT} = \frac{a\sqrt{17}}{4}$, $ \vec{AP} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$	
	1	♦ izračunan skalarni produkt $\vec{AT} \cdot \vec{AP} = \frac{3}{4}a^2$	
Skupaj	7		Če kandidat rezultat zapiše s približnimi vrednostmi, npr. $\vec{AT} \cdot \vec{AP} = 0,749a^2$, se mu zadnja točka ne dodeli.

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
7	3	♦ izračunan $a = -2$	Kvadriranje: $(1 - \sin x)^2 = 1 - 2\sin x + \sin^2 x \dots$ 1 točka. Zapis ali uporaba enakosti $\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \dots$ 1 točka.
	3	♦ rešitev, npr.: $x \in \left\{-\frac{\pi}{6} + k \cdot 2\pi; k \in \mathbb{Z}\right\} \cup \left\{\frac{7\pi}{6} + k \cdot 2\pi; k \in \mathbb{Z}\right\}$	Zapis in ureditev enačbe: $\sin x = -\frac{1}{2} \dots$ 1 točka. Le obe partikularni rešitvi ... 1 točka.
Skupaj	6		Če kandidat nikjer ne zapiše $k \in \mathbb{Z}$, se mu odšteje 1 točka.

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
8.1	1	♦ zapisana enačba krožnice $x^2 + y^2 = 4$	
	2	♦ zapisana enačba premice, npr. $y = -x - 2$	Le ugotovitev, da je $k = -1$ ali $n = -2 \dots$ 1 točka.
8.2	4	♦ izračunana ploščina $S = \pi - 2$	Ugotovitev, da je ploščina odseka razlika med ploščino izseka in ploščino trikotnika ... *1 točka.
			Ugotovitev, da je ploščina izseka $\frac{\pi r^2}{4} \dots$ 1 točka. Ugotovitev, da je ploščina trikotnika, npr. $\frac{r^2}{2} \dots$ 1 točka. Upoštevamo tudi vsak pravilno zaokrožen rezultat, npr. $S \doteq 1,14159$.
Skupaj	7		

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
9.1	3	♦ zapisan odvod, npr. $f'(x) = -\frac{2}{x^3} + 2\sin x + 3e^{3x}$	$1 + 1 + 1$
9.2	3	♦ zapisan nedoločeni integral, npr. $\int f(x) dx = \begin{cases} -\frac{1}{x} - 2\sin x + \frac{e^{3x}}{3} + C_1, & x < 0 \\ -\frac{1}{x} - 2\sin x + \frac{e^{3x}}{3} + C_2, & x > 0 \end{cases}$	Upoštevamo tudi $\int f(x) dx = -\frac{1}{x} - 2\sin x + \frac{e^{3x}}{3} + C$ (tudi brez C). $1 + 1 + 1$
Skupaj	6		

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
10.1	1	♦ ugotovitev, da je spodnja meja, npr. $m = 0$	
	1	♦ ugotovitev, da je zgornja meja, npr. $M = \frac{3}{2}$	
	1	♦ dokaz vsaj ene od ugotovitev	
10.2	1	♦ zapis ali uporaba definicije naraščajočega zaporedja	
	1	♦ izračunana razlika $b_{n+1} - b_n = 2^n$ za vsak $n \in \mathbb{N}$	
	1	♦ ugotovitev, npr. $b_{n+1} - b_n = 2^n \geq 0$ za vsak $n \in \mathbb{N}$	
10.3	1	♦ izračunana limita $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \frac{3}{2}$	
	1	♦ izračunana limita $\lim_{n \rightarrow \infty} c_n = 0$	
Skupaj	8		

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
11.1	4	♦ izračunana verjetnost $\frac{1}{5}$	Ugotovitev, da je vseh takih trimestnih števil 125 ... 1 točka. Ugotovitev ali uporaba kriterija za deljivost s 4 ... 1 točka. Ugotovitev, da je vseh takih trimestnih števil, ki so deljiva s 4, 25 ... 1 točka.
		♦ izračunana verjetnost $\frac{2}{5}$	Ugotovitev, da je vseh takih trimestnih števil 60 ... 1 točka. Ugotovitev ali uporaba kriterija za deljivost s 3 ... 1 točka. Ugotovitev, da je vseh takih trimestnih števil, ki so deljiva s 3, 24 ... 1 točka.
Skupaj	8		

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
12	8	♦ izračunana dolžina osnovnega roba, npr. $a = 2\sqrt{22}$ cm	Zapis ali uporaba, da je $v_1 = v + 4$... 1 točka. Zapis ali uporaba, da je $v_1^2 = v^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$... 1 točka. Izražena ena neznanika, npr. $a^2 = 64 + 32v$... 1 točka. Le zapisana formula za prostornino piramide ... *1 točka. Zapis ali uporaba, da je $22 = \frac{1}{3}a^2v$... 1 točka. Zapisana urejena enačba z eno neznaniko, npr. $16v^2 + 32v - 33 = 0$... 1 točka. Izračunana višina $v = \frac{3}{4}$ cm ... 1 točka.

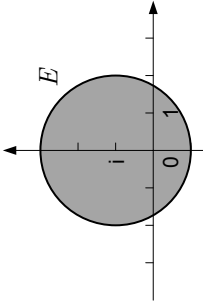
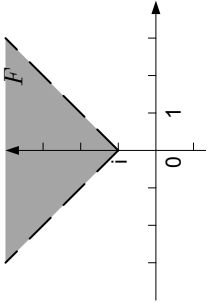
Skupno število točk IP 1: 80

IZPITNA POLA 2

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
1.1	1	♦ zapis ničel $x_1 = 3$, $x_2 = -3$ in pola $x_3 = -1$	
	1	♦ zapisana enačba poševne asimptote $y = x - 1$	
	2	♦ narisana graf funkcije f	Vsaka veja ... 1 točka.
Skupaj	4		
1.2	1	♦ izračunan odvod, npr. $f'(x) = \frac{x^2 + 2x + 9}{(x+1)^2}$	
	*1	♦ izračunan smerni koeficient tangente na graf pri $x = 0$, $k_t = 9$	
	1	♦ izračunan kot med krivuljo in ordinatno osjo, npr. $\varphi = \frac{\pi}{2} - \arctan 9$	Upoštevamo tudi vsak pravilno zaokrožen rezultat, npr. $\varphi \doteq 6,34^\circ$.
Skupaj	3		

1.3	1	♦ izračunana abscisa točke T , $x_0 = 1$	
	*1	♦ zapis ali uporaba zveze $k_n = -\frac{1}{k_t}$	
	1	♦ zapisna enačba normale, npr. $y = -\frac{1}{3}x - \frac{11}{3}$	
Skupaj	3		
1.4	2	♦ zapis funkcije h s parcialnimi ulomki, npr. $h(x) = \frac{x+1}{x^2-9} = \frac{\frac{1}{3}}{x+3} + \frac{\frac{2}{3}}{x-3}$	Le nastavek $\frac{x+1}{x^2-9} = \frac{A}{x+3} + \frac{B}{x-3}$... 1 točka.
	2	♦ izračunan nedoločen integral, npr. $\int h(x)dx = \begin{cases} \frac{1}{3}\ln x+3 + \frac{2}{3}\ln x-3 + C_1; & x > 3 \\ \frac{1}{3}\ln x+3 + \frac{2}{3}\ln x-3 + C_2; & -3 < x < 3 \\ \frac{1}{3}\ln x+3 + \frac{2}{3}\ln x-3 + C_3; & x < -3 \end{cases}$	Zadošča $\int h(x)dx = \frac{1}{3}\ln x+3 + \frac{2}{3}\ln x-3 + C$ (lahko brez C). 1 + 1 (Vsak člen 1 točka.) Postopkovno točko dobi kandidat za pravilno integracijo z napačno izračunanima konstantama A in B ... 1 točka.
Skupaj	4		

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
2.1	2	♦ zapisana množica $A = \left\{ \frac{1}{3} \right\}$	Le zapisani enačbi brez absolutnih vrednosti ... 1 točka.
	1	♦ poenostavljena enačba, npr. $\frac{(n+2)(n+1)}{2} = n^2 - n + 4$	
	1	♦ zapisana množica $B = \{2, 3\}$	
	1	♦ zapisana množica $A \times B = \left\{ \left(\frac{1}{3}, 2 \right), \left(\frac{1}{3}, 3 \right) \right\}$	
Skupaj	5		
2.2	1	♦ zapisana množica $C = \left[\frac{3}{2}, \frac{7}{2} \right]$	
	2	♦ zapisana množica $D = (2, 4]$	Le urejena racionalna neenačba, npr. $\frac{-x+4}{x-2} \geq 0$... 1 točka.
	1	♦ zapisana množica $C \cap D = \left(2, \frac{7}{2} \right]$	
Skupaj	4		

2.3	2	<p>♦ narisana množica E: krog s središčem $S(0, 1)$ in polmerom 2</p> 	Le zapisana neenačba, npr. $2x^2 + 2y^2 - 4y + 4 \leq 10$... 1 točka.
2	2	<p>♦ narisana množica F</p> 	Le zapis neenačbe, npr. $ x + 1 < y$ ali narisana krivulja $ x + 1 = y$... 1 točka.
1	1	♦ ugotovitev, da je $(E - F)$ območje, ki je $\frac{3}{4}$ kroga, in izračun ploščine 3π	
Skupaj	5		

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
3.1	1	♦ dokaz, da je npr. $f(-x) = f(x)$ za vsak x	
Skupaj	1		
3.2	1	♦ izračunan odvod $f'(x) = \sin x + x \cos x$	
	3	♦ izračunana limita $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot f'(x)}{f(x)} = 2$	Le zapis ali upoštevanje $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin x} = 1 \dots 1$ točka. Upoštevanje, da je limita vsote vsota limit ... *1 točka.
Skupaj	4		
3.3	1	♦ zapis ali uporaba formule za integracijo po delih	
	2	♦ izračunan integral (tudi brez C) $\int x \sin x dx = -x \cos x + \int \cos x dx = -x \cos x + \sin x + C$	Le ustrezna izbira $u = x$ in $dv = \sin x dx \dots 1$ točka.
Skupaj	3		
3.4	2	♦ zapis ali uporaba $S_n = \left \int_{n\pi}^{(n+1)\pi} x \sin x dx \right $	Lahko brez absolutne vrednosti. $1 + 1$ (meje + integrand)
	1	♦ izračun določenega integrala (vstavev mej), npr. $\int_{n\pi}^{(n+1)\pi} x \sin x dx = -(n+1)\pi \cos((n+1)\pi) + n\pi \cos(n\pi)$	
	1	♦ izračunana ploščina $S_n = (2n+1) \cdot \pi$	
Skupaj	4		

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
4.1	1	♦ izračun $f(1) = 101$	
	2	♦ izračun, npr. $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{101}}{\frac{1}{2}}$	Le zapis ali uporaba formule $s_n = a_1 \frac{1 - k^n}{1 - k}$, $k \neq 1$... 1 točka.
Skupaj	3		
4.2	1	♦ ugotovitev, da je $f(x) = \frac{x^{101} - 1}{x - 1}$	
	2	♦ izračun $\int_0^1 (x-1) \cdot f(x) dx = -\frac{101}{102}$	Le izračun nedoločenega integrala $\int (x-1) \cdot f(x) dx = \frac{x^{102}}{102} - x + C$ (lahko brez C) ... 1 točka.
Skupaj	3		
4.3	2	♦ izračun $\lim_{n \rightarrow \infty} f_n\left(\frac{1}{4}\right) = 1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \dots = \frac{1}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{4}{3}$	Le zapis ali uporaba formule za vsoto geometrijske vrste ali ugotovitev, da je $f_n\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{1 - \left(\frac{1}{4}\right)^{n+1}}{\frac{3}{4}}$... 1 točka.
	Skupaj	2	
4.4	1	♦ ugotovitev, da je $f_1(-1) = 0$ in $f_2(-1) = 1$	Upoštevamo že eno od vrednosti $f_1(-1)$ ali $f_2(-1)$.
	3	♦ dokaz s popolno indukcijo	Le ločitev obravnave za sode in lihe indekse f_{2n} oz. f_{2n-1} ... 1 točka, le zapis ali upoštevanje indukcijske predpostavke $f_{2n}(-1) = 1$ ali $f_{2n-1}(-1) = 0$... 1 točka.
Skupaj	4		

Skupno število točk IP 2: 40