



Šifra kandidata:
A jelölt kódszáma:

Državni izpitni center



JESENSKI IZPITNI ROK
ŐSZI VIZSGAIDŐSZAK

Osnovna raven
Alapszint
MATEMATIKA
Izpitna pola 1
1. feladatlap

- A) Kratke naloge / Rövid feladatok
B) Krajše strukturirane naloge / Rövidebb strukturált feladatok

Sreda, 25. avgust 2021 / 90 minut (30 + 60)
2021. augusztus 25., szerda / 90 perc (30 + 60)

Dovoljeno gradivo in pripomočki: Kandidat prinese naliveo pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko in geometrijsko orodje (šestilo in ravnilo, lahko tudi trikotnik) in računalo.

Priloga s formulami in konceptna lista so na perforiranih listih, ki jih kandidat pazljivo iztrga.

Engedélyezett segédeszközök: A jelölt töltőtollat vagy golyóstollat, ceruzát, radírt, rajzeszközöket (körzőt és vonalzó, esetleg háromszöget) és számológépet hoz magával.

A képleteket tartalmazó lap és a vázlatkészítéshez mellékelt lap perforált, ezeket a jelölt óvatosan kiszakíthatja.

SPLOŠNA MATURA
ÁLTALÁNOS ÉRETTSÉGI VIZSGA

Navodila kandidatu so na naslednji strani.
A jelöltnek szóló útmutató a következő oldalon olvasható.



NAVODILA KANDIDATU

Pazljivo preberite ta navodila.

Ne odpirajte izpitne pole in ne začenjajte reševati nalog, dokler vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.

~~Pri reševanju te izpitne pole uporaba računalna ni dovoljena.~~

Prilepite kodo oziroma vpišite svojo šifro (v okvirček desno zgoraj na prvi strani).

Izpitna pola je sestavljena iz dveh delov, dela A in dela B. Časa za reševanje je 90 minut. Priporočamo vam, da za reševanje dela A porabite 30 minut, za reševanje dela B pa 60 minut.

Izpitna pola vsebuje 8 kratkih nalog v delu A in 6 krajših strukturiranih nalog v delu B. Število točk, ki jih lahko dosežete, je 60, od tega 20 v delu A in 40 v delu B. Za posamezno nalogo je število točk navedeno v izpitni poli. Pri reševanju si lahko pomagate s standardno zbirko zahtevnejših formul na strani 3.

Rešitve pišite z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom v izpitno polo v za to predvideni prostor **znotraj okvirja**. Rišete lahko tudi s svinčnikom. Če se zmotite, napisano prečrtajte in rešitev zapišite na novo. Nečitljivi zapisi in nejasni popravki bodo ocenjeni z 0 točkami. Strani 13 in 20 sta rezervni; uporabite ju le, če vam zmanjka prostora. Jasno označite, katere naloge ste reševali na teh straneh. Osnutki rešitev, ki jih lahko naredite na konceptna lista, se pri ocenjevanju ne upoštevajo.

Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vsemi vmesnimi računi in sklepi. Če ste nalogo reševali na več načinov, jasno označite, katero rešitev naj ocenjevalec oceni.

Zaupajte vase in v svoje zmožnosti. Želimo vam veliko uspeha.

ÚTMUTATÓ A JELÖLTNEK

Figyelmesen olvassa el ezt az útmutatót!

Ne lapozzon, és ne kezdjen a feladatok megoldásába, amíg azt a felügyelő tanár nem engedélyezi!

~~E feladattlap megoldása során számológép nem alkalmazható.~~

Ragassza vagy írja be kódszámát (az első oldal jobb felső sarkában levő keretbe)!

A feladattlap két részből áll, az A és a B részből. A megoldásukra 90 perc áll a rendelkezésére. Azt javasoljuk, hogy az A részre 30 percet, a B részre 60 percet fordítson!

A feladattlap 8 rövid feladatot tartalmaz az A részben és 6 rövidebb strukturált feladatot a B részben. Összesen 60 pontot érhet el, ebből 20-at az A, és 40-et a B részben. A feladattalban a feladatok mellett feltüntetettük az elérhető pontszámot is. A feladatok megoldásakor használhatja a 4. oldalon található standard képletgyűjteményt.

Válaszait töltőtollal vagy golyóstollal írja a feladattlap erre kijelölt helyére, **a kereten belülre!** Rajzolásához használhat ceruzát is. Ha tévedett, a leírtat húzza át, majd választ írja le újra! Az olvashatatlan megoldásokat és a nem egyértelmű javításokat 0 ponttal értékeljük. A 13. és 20. oldal tartalék; ide csak akkor írjon, ha elfogy a helye. Egyértelműen jelölje meg, melyik feladatok megoldását írta erre az oldalra! A piszkozati lapokra készített vázlatokat az értékelés során nem vesszük figyelembe.

A válasznak tartalmaznia kell a megoldásig vezető műveletsort az összes köztes számítással és következtetéssel együtt. Ha a feladatot többféleképpen oldotta meg, egyértelműen jelölje, melyik megoldást értékelje az értékelő tanár!

Bízzon önmagában és képességeiben! Eredményes munkát kívánunk!

**Formule**

(Vsota in razlika kubov) Za poljubna $a, b \in \mathbb{R}$ velja $a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$.

(Evklidov in višinski izrek) Pravokotni trikotnik ima kateti a in b ter hipotenuzo c . Višina na hipotenuzo je v_c , pravokotna projekcija katete a na hipotenuzo je a_1 , pravokotna projekcija katete b na hipotenuzo pa b_1 . Tedaj velja $a^2 = ca_1$, $b^2 = cb_1$, $v_c^2 = a_1b_1$.

(Polmera trikotniku včrtanega in očrtanega kroga) Trikotnik ima stranice a, b in c , polovica obsega je $s = \frac{a+b+c}{2}$, ploščina je S , polmer danemu trikotniku včrtanega kroga je r in polmer danemu trikotniku očrtanega kroga je R . Tedaj je $r = \frac{S}{s}$ in $R = \frac{abc}{4S}$.

(Heronova formula) Trikotnik ima stranice a, b in c , polovica obsega je $s = \frac{a+b+c}{2}$. Tedaj je njegova ploščina $S = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$.

(Ploščina trikotnika) Naj bodo $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ in $C(x_3, y_3)$ točke v ravnini. Ploščina trikotnika z oglišči A, B in C je $S = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$.

(Krogla) Površina in prostornina krogle s polmerom r sta $P = 4\pi r^2$, $V = \frac{4\pi r^3}{3}$.

(Adicijski izreki) Za poljubna $x, y \in \mathbb{R}$ velja

$$\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \cos x \sin y, \quad \cos(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \sin x \sin y.$$

Za poljubna $x, y \in \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + \pi \cdot k; k \in \mathbb{Z} \right\}$, za katera je $x + y \neq \frac{\pi}{2} + \pi \cdot k$ za poljuben $k \in \mathbb{Z}$ in

$$\tan x \tan y \neq -1, \quad \text{velja} \quad \tan(x \pm y) = \frac{\tan x \pm \tan y}{1 \mp \tan x \tan y}.$$

(Kotne funkcije polovičnih kotov)

$$\text{Za poljuben } x \in \mathbb{R} \text{ velja} \quad \sin^2 \frac{x}{2} = \frac{1 - \cos x}{2}, \quad \cos^2 \frac{x}{2} = \frac{1 + \cos x}{2}.$$

$$\text{Za poljuben } x \in \mathbb{R} \setminus \{ \pi + \pi \cdot 2k; k \in \mathbb{Z} \} \text{ velja} \quad \tan \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}.$$

(Elipsa) Elipsa v ravnini ima polosi a in b ($a > b$), njena linearna ekscentričnost je e , njena numerična ekscentričnost je ε . Tedaj velja $e^2 = a^2 - b^2$, $\varepsilon = \frac{e}{a}$.

(Hiperbola) Hiperbola v ravnini ima realno polos a in imaginarno polos b , njena linearna ekscentričnost je e , njena numerična ekscentričnost je ε . Tedaj velja $e^2 = a^2 + b^2$, $\varepsilon = \frac{e}{a}$.

(Parabola) Parabola v ravnini z enačbo $y^2 = 2px$ ima gorišče v $G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$, enačba premice vodnice dane parabole pa je $x = -\frac{p}{2}$.

(Aritmetično zaporedje) Vsota prvih n členov aritmetičnega zaporedja (a_n) je $S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$.

(Geometrijsko zaporedje) Vsota prvih n členov geometrijskega zaporedja (a_n) s kvocientom $q \in \mathbb{R}$

$$\text{je} \quad S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}, \quad \text{če je } q \neq 1, \text{ in } S_n = na_1, \quad \text{če je } q = 1.$$

(Limiti) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e$ in $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$.



Képletek

(Köbök összege és különbsége) Tetszőleges $a, b \in \mathbb{R}$ esetén fennáll $a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$.

(Euklidesz-tétel (befogótétel) és a magasságtétel) A derékszögű háromszög befogói a és b , az átfogója c . Az átfogóhoz tartozó magasság v_c , az a befogó merőleges vetülete az átfogóra a_1 , a b befogó merőleges vetülete az átfogóra b_1 . Ekkor fennáll: $a^2 = ca_1$, $b^2 = cb_1$, $v_c^2 = a_1b_1$.

(A háromszög beírt és körülírt körének sugara) A háromszög oldalai a , b és c , a félkerület $s = \frac{a+b+c}{2}$, a területe S , az adott háromszög beírt körének sugara r és az adott

háromszög körülírt körének sugara R . Ekkor fennáll: $r = \frac{S}{s}$ és $R = \frac{abc}{4S}$.

(Héron-képlet) A háromszög oldalai a , b és c , a félkerület $s = \frac{a+b+c}{2}$. Ekkor a területe

$$S = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}.$$

(A háromszög területe) Legyenek az $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ és $C(x_3, y_3)$ síkbeli pontok. Az A , B

és C csúcsú háromszög területe: $S = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$.

(Gömb) Az r sugarú gömb felszíne és térfogata $P = 4\pi r^2$, $V = \frac{4\pi r^3}{3}$.

(Addíciós tételek) Tetszőleges $x, y \in \mathbb{R}$ esetén fennáll

$$\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \cos x \sin y, \quad \cos(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \sin x \sin y$$

Tetszőleges $x, y \in \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + \pi \cdot k; k \in \mathbb{Z} \right\}$, amelyre $x + y \neq \frac{\pi}{2} + \pi \cdot k$ tetszőleges $k \in \mathbb{Z}$ és

$\tan x \tan y \neq -1$, fennáll $\tan(x \pm y) = \frac{\tan x \pm \tan y}{1 \mp \tan x \tan y}$.

(A félszögek szögfüggvényei)

Tetszőleges $x \in \mathbb{R}$ esetén fennáll $\sin^2 \frac{x}{2} = \frac{1 - \cos x}{2}$, $\cos^2 \frac{x}{2} = \frac{1 + \cos x}{2}$.

Tetszőleges $x \in \mathbb{R} \setminus \{ \pi + \pi \cdot 2k; k \in \mathbb{Z} \}$ esetén fennáll $\tan \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$.

(Ellipszis) A síkbeli ellipszis féltengelyei a és b ($a > b$), a lineáris excentricitása e , a numerikus excentricitása ε . Ekkor fennáll: $e^2 = a^2 + b^2$, $\varepsilon = \frac{e}{a}$.

(Hiperbola) A síkbeli hiperbola valós féltengelye a , képzetes féltengelye b , a lineáris excentricitása e , a numerikus excentricitása ε . Ekkor fennáll: $e^2 = a^2 + b^2$, $\varepsilon = \frac{e}{a}$.

(Parabola) Az $y^2 = 2px$ egyenletű síkbeli parabola $G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$ fókuszponttal, az adott parabola

vezéregyenesének egyenlete $x = -\frac{p}{2}$.

(Számítási sorozat) Az (a_n) számtani sorozat első n elemének összege $S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$.

(Mértani sorozat) A $q \in \mathbb{R}$ hányadosú (a_n) mértani sorozat első n elemének összege

$$S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}, \text{ ha } q \neq 1, \text{ és } S_n = na_1, \text{ ha } q = 1.$$

(Határértékek) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e$ és $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$.



M 2 1 2 4 0 1 1 1 M 0 5

Konceptni list / *Piszkozati lap*

Blank area for writing the concept list.

V sivo polje ne pišite. / A szürke mezőbe ne írjon! V sivo polje ne pišite. / A szürke mezőbe ne írjon! V sivo polje ne pišite. / A szürke mezőbe ne írjon!



Konceptni list / *Piszkozati lap*

Empty rectangular box for writing.



M 2 1 2 4 0 1 1 1 M 0 7

Konceptni list / *Piszkozati lap*

Large empty rectangular area for writing or drawing.

V sivo polje ne pišite. / A szürke mezőbe ne írjon! V sivo polje ne pišite. / A szürke mezőbe ne írjon! V sivo polje ne pišite. / A szürke mezőbe ne írjon!



Konceptni list / *Piszkozati lap*

Empty rectangular box for writing.

**A) KRATKE NALOGE / RÖVID FELADATOK**

1. V spodnji preglednici ob vsaki trditvi obkrožite DA, če je trditev resnična (pravilna), ali NE, če je trditev neresnična (nepravilna). (Glejte prvo trditev.)

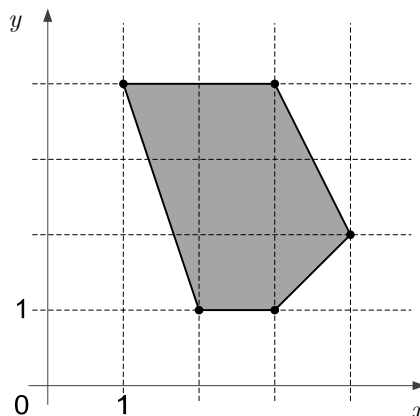
Az alábbi táblázatban karikázza be az IGEN szót, ha a kijelentés igaz (helyes), és a NEM szót, ha a kijelentés hamis (hibás). (Nézze meg az első kijelentést!)

Trditev Kijelentés	Resničnost/Neresničnost trditve A kijelentés igaz/hamis	
Število 125 je deljivo s 5. A 125 osztható 5-tel.	DA IGEN	NE NEM
Število 2021 je deljivo s 5. A 2021 osztható 5-tel.	DA IGEN	NE NEM
Število $2^{2021} + 2^{2023}$ je deljivo s 5. A $2^{2021} + 2^{2023}$ osztható 5-tel.	DA IGEN	NE NEM
Število $100!$ je deljivo s 5. A $100!$ osztható 5-tel.	DA IGEN	NE NEM

(3 točke/pont)

2. Izračunajte ploščino lika.

Számítsa ki a síkidom területét!



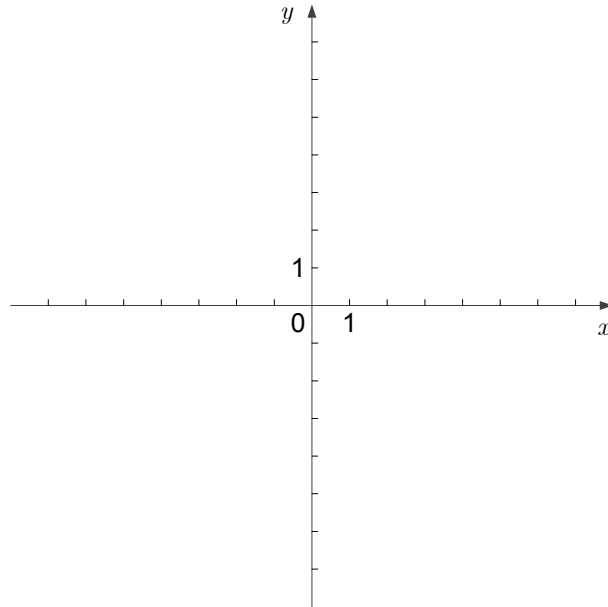
(2 točkil pont)



3. Brez uporabe odvoda narišite graf racionalne funkcije $f: \mathbb{R} - \{1\} \rightarrow \mathbb{R}$, dane s predpisom

$$f(x) = \frac{x+2}{x-1}.$$

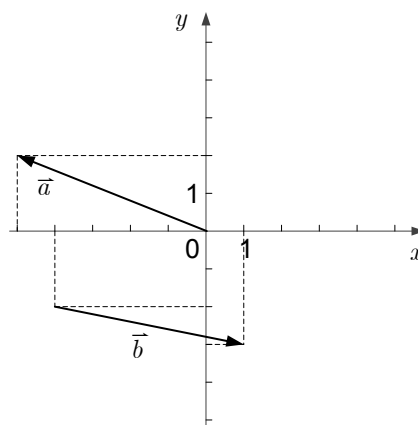
Deriválás nélkül ábrázolja az $f(x) = \frac{x+2}{x-1}$ hozzárendelési szabállyal megadott $f: \mathbb{R} - \{1\} \rightarrow \mathbb{R}$ racionális törtfüggvény grafikonját!



(3 točke/pont)

4. Zapišite koordinate (komponente) vektorjev \vec{a} in \vec{b} , ki sta narisana na sliki.

Írja le a képen ábrázolt \vec{a} és \vec{b} vektorok koordinátáit!



(2 točki/pont)



5. Sod v obliki valja ima višino 50 cm in prostornino 20 ℓ. Izračunajte polmer valja. Rezultat zapišite v decimetrih, zaokroženo na eno decimalko.

A 20 ℓ térfogatú henger alakú hordó magassága 50 cm. Számítsa ki a henger sugarát! Az eredményt deciméterben adja meg, egy tizedesjegyre kerekítve!

(3 točke/pont)

6. Izračunajte odvod funkcije s predpisom $f(x) = \sin x - e^{-x}$.

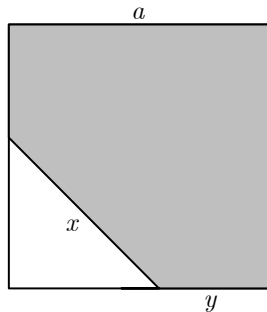
Deriválja az $f(x) = \sin x - e^{-x}$ hozzárendelési szabállyal megadott függvényt!

(2 točki/pont)



7. Kvadratu s stranico dolžine 7 odrežemo enakokraki pravokotni trikotnik s krakoma dolžine 4 (glejte sliko). Izračunajte obseg tako nastalega petkotnika.

A 7 oldalhosszúságú négyzetből kivágunk egy egyenlő szárú derékszögű háromszöget, amelynek befogói 4 hosszúságúak (ahogy az a képen látható). Számítsa ki az így keletkezett ötszög területét!



(3 točke/pont)

8. Funkcija $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ima predpis $f(x) = \sqrt[5]{x}$. Zapišite predpis inverzne funkcije f^{-1} in predpis odvoda f' dane funkcije f .

Az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ függvény hozzárendelési szabálya $f(x) = \sqrt[5]{x}$. Írja le a megadott f függvény f^{-1} inverz függvényének és az f' deriváltjának hozzárendelési szabályát!

(2 točki/pont)



M 2 1 2 4 0 1 1 1 M 1 3

Rezervna stran / *Tartalék oldal*

V sivo polje ne pišite. / A szürke mezőbe ne írjon! V sivo polje ne pišite. / A szürke mezőbe ne írjon! V sivo polje ne pišite. / A szürke mezőbe ne írjon!

**OBRNITE LIST.
LAPOZZON!**

**B) KRAJŠE STRUKTURIRANE NALOGE / RÖVIDEBB STRUKTURÁLT FELADATOK**

1. Dana je kvadratna enačba $x^2 - 2x + a = 0$. Naj bo $x_1 = 1 - 2i$ rešitev enačbe. Zapišite še drugo rešitev in izračunajte a . Izračunajte, za katere $a \in \mathbb{R}$ enačba $x^2 - 2x + a = 0$ nima realnih rešitev.

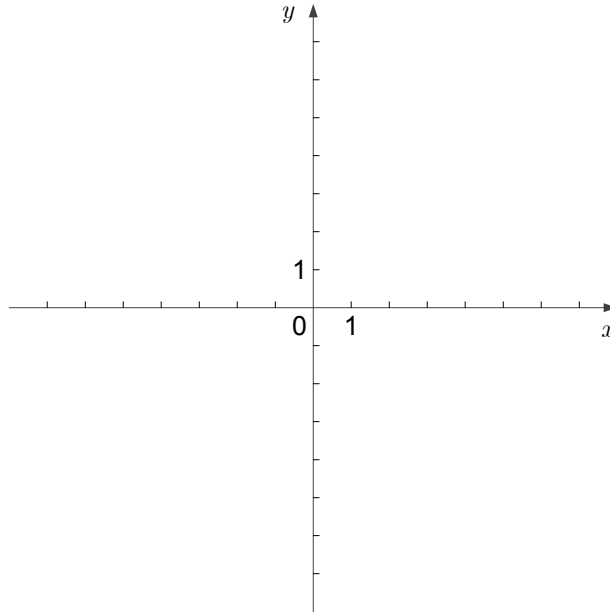
Adott az $x^2 - 2x + a = 0$ másodfokú egyenlet. Legyen $x_1 = 1 - 2i$ az egyenlet megoldása. Írja fel a másik megoldását is, és számítsa ki az a értékét! Számítsa ki, az $a \in \mathbb{R}$ mely értékeire nincs valós megoldása az $x^2 - 2x + a = 0$ egyenletnek!

(5 točk/pont)



2. V ravnino, opremljeno s koordinatnim sistemom, narišite krožnico z enačbo $x^2 + y^2 = 25$ in premico z enačbo $2x - y = 0$ ter izračunajte in zapišite njuni presečišči.

A koordináta-rendszerrel ellátott síkban ábrázolja az $x^2 + y^2 = 25$ egyenletű körvonalat és a $2x - y = 0$ egyenletű egyenest, valamint számítsa ki és írja le mindkét metszéspontjukat!



(8 točk/pont)



3. Dana je funkcija f s predpisom $f(x) = -4 \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$.

Izračunajte $f\left(\frac{\pi}{4}\right)$ in ničle funkcije f ter zapišite zalogo vrednosti Z_f .

Izračunajte smerni koeficient tangente na graf funkcije f v točki $T\left(\frac{3\pi}{4}, 0\right)$.

Adott az $f(x) = -4 \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ hozzárendelési szabállyal megadott f függvény.

Számítsa ki az $f\left(\frac{\pi}{4}\right)$ értékét, az f függvény zérushelyeit, valamint írja fel a Z_f értékészletet!

Számítsa ki az f függvény grafikonjához a $T\left(\frac{3\pi}{4}, 0\right)$ pontban húzható érintő egyenes irányítányezőjét!

(6 točk/pont)



4. Naj bo f funkcija s predpisom $f(x) = a \cdot 3^{x-1} + b$, $a, b \in \mathbb{R}$.

Izračunajte števili a in b , če je $f(1) = -1$ in $f(3) = -17$.

Naj bo $a = b = 1$. Zapišite največjo množico, na kateri je funkcija f definirana, in zalogo vrednosti funkcije f .

Adott az f függvény a következő hozzárendelési szabállyal: $f(x) = a \cdot 3^{x-1} + b$, $a, b \in \mathbb{R}$.

Számítsa ki az a és b számok értékét, ha fennáll: $f(1) = -1$ és $f(3) = -17$!

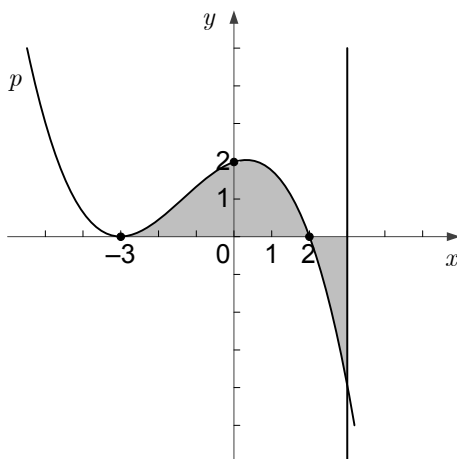
Legyen $a = b = 1$. Írja le azt a legnagyobb halmazzt, amelyen az f függvény értelmezett, és az f függvény értékkészletét is!

(7 točk/pont)



5. Na sliki je narisana graf polinoma p tretje stopnje. Ploščina lika S_1 , ki ga graf omejuje z abscisno osjo med ničlami -3 in 2 , je enaka $\frac{625}{108}$, ploščina lika S_2 , ki ga graf omejuje z abscisno osjo in premico $x = 3$, pa je enaka $\frac{193}{108}$.

A képen a harmadfokú p polinom grafikonja látható. Az S_1 síkidom területe $\frac{625}{108}$, ezt a síkidomot a grafikon az abszcisszatengellyel határolja a -3 és 2 zérushelyek között, az S_2 síkidom területe $\frac{193}{108}$, ezt a síkidomot pedig a grafikon az abszcissza tengellyel és az $x = 3$ egyenessel határolja.



Zapišite predpis $p(x)$ polinoma p v faktorizirani obliki in izračunajte vodilni koeficient.

Izračunajte $\int_{-3}^3 p(x) dx$.

Írja fel a p polinom $p(x)$ hozzárendelési szabályát gyöktényezősz alakban, és számítsa ki a főegyütthatót!

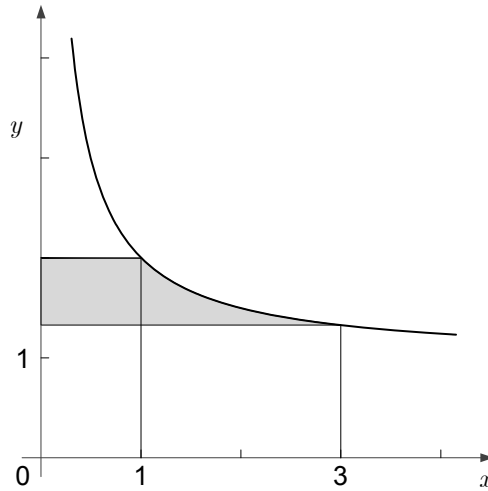
Számítsa ki az $\int_{-3}^3 p(x) dx$ értékét!

(6 točk/pont)



6. Na sliki je del grafa funkcije f s predpisom $f(x) = 1 + \frac{1}{x}$. Izračunajte ploščino osenčenega območja. Rezultat naj bo točen.

A képen az $f(x) = 1 + \frac{1}{x}$ hozzárendelési szabállyal megadott f függvény grafikonjának egy részlete látható. Számítsa ki a satírozott tartomány területét! Az eredmény legyen pontos!



(8 točk/pont)



Rezervna stran / *Tartalék oldal*