



Codice del candidato:

Državni izpitni center



SESSIONE AUTUNNALE

Livello di base
MATEMATICA
≡≡≡ Prova d'esame 2 ≡≡≡

- A) Quesiti brevi
B) Quesiti strutturati brevi

Mercoledì, 25 agosto 2021 / 90 minuti (30 + 60)

Materiali e sussidi consentiti:

Al candidato sono consentiti l'uso della penna stilografica o della penna a sfera, della matita, della gomma, degli strumenti geometrici (un compasso e un righello, anche una squadretta) e la calcolatrice. Il fascicolo contiene l'allegato con le formule e i due fogli della minuta, che il candidato deve staccare con attenzione.

MATURITÀ GENERALE

INDICAZIONI PER I CANDIDATI

Leggete con attenzione le seguenti indicazioni.

Non aprite la prova d'esame e non iniziate a svolgerla prima del via dell'insegnante preposto.

Incollate o scrivete il vostro numero di codice negli spazi appositi su questa pagina in alto a destra.

La prova d'esame si compone di due parti, denominate A e B. Il tempo a disposizione per l'esecuzione dell'intera prova è di 90 minuti: vi consigliamo di dedicare 30 minuti alla risoluzione della parte A, e 60 minuti a quella della parte B.

La parte A della prova d'esame contiene 8 quesiti brevi; la parte B della prova contiene 6 quesiti strutturati brevi. Il punteggio massimo che potete conseguire è di 60 punti, di cui 20 nella parte A e 40 nella parte B. Il punteggio conseguibile in ciascun quesito viene di volta in volta espressamente indicato. Per risolvere i quesiti potete fare uso dell'elenco di formule che trovate a pagina 3.

Scrivete le vostre risposte all'interno della prova, **nei riquadri appositamente previsti**, utilizzando la penna stilografica o la penna a sfera. Disegnate a matita i grafici delle funzioni. In caso di errore, tracciate un segno sulla risposta scorretta e scrivete accanto ad essa quella corretta. Alle risposte e alle correzioni scritte in modo illeggibile verranno assegnati 0 punti. Le pagine 13 e 20 sono di riserva e vanno usate solo in caso di carenza di spazio. Qualora le doveste utilizzare, non dimenticate di indicare chiaramente quali quesiti avete risolto su di esse. Utilizzate i fogli della minuta solo per l'impostazione delle soluzioni, in quanto essi non verranno sottoposti a valutazione.

Le risposte devono riportare tutto il procedimento attraverso il quale si giunge alla soluzione, con i calcoli intermedi e le vostre deduzioni. Nel caso in cui un quesito sia stato risolto in più modi, deve essere indicata con chiarezza la soluzione da valutare.

Abbiate fiducia in voi stessi e nelle vostre capacità. Vi auguriamo buon lavoro.

La prova si compone di 20 pagine, di cui 1 vuota e 2 di riserva.

**Formule**

(Somma e differenza di cubi) Per qualsiasi $a, b \in \mathbb{R}$ vale $a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$.

(Teorema di Euclide e dell'altezza) Il triangolo rettangolo ha i cateti a e b e l'ipotenusa c . L'altezza all'ipotenusa è h_c , la proiezione ortogonale del cateto a all'ipotenusa è a_1 , la proiezione ortogonale del cateto b all'ipotenusa è b_1 . Quindi vale $a^2 = ca_1$, $b^2 = cb_1$, $h_c^2 = a_1b_1$.

(Raggio della circonferenza circoscritta e della circonferenza inscritta a un triangolo) Il triangolo ha i lati a, b e c , il semiperimetro è $p = \frac{a+b+c}{2}$, l'area è A , il raggio della circonferenza inscritta al triangolo dato è r e il raggio della circonferenza circoscritta al triangolo dato è R .

$$\text{Perciò } r = \frac{A}{p} \text{ e } R = \frac{abc}{4A}.$$

(Formula di Erone) Il triangolo ha i lati a, b e c , il semiperimetro è $p = \frac{a+b+c}{2}$. Quindi la sua area è $A = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$.

(Area del triangolo) Siano $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ e $C(x_3, y_3)$ punti nel piano. L'area del triangolo di vertici A, B e C è $A = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$.

(Sfera) L'area della superficie totale e il volume della sfera di raggio r sono $S = 4\pi r^2$, $V = \frac{4\pi r^3}{3}$.

(Teoremi di addizione) Per qualsiasi $x, y \in \mathbb{R}$ vale

$$\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \cos x \sin y, \quad \cos(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \sin x \sin y.$$

Per qualsiasi $x, y \in \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + \pi \cdot k; k \in \mathbb{Z} \right\}$, per i quali $x + y \neq \frac{\pi}{2} + \pi \cdot k$ per qualsiasi $k \in \mathbb{Z}$ e

$$\tan x \tan y \neq -1, \text{ vale } \tan(x \pm y) = \frac{\tan x \pm \tan y}{1 \mp \tan x \tan y}.$$

(Formule di bisezione)

$$\text{Per qualsiasi } x \in \mathbb{R} \text{ vale } \sin^2 \frac{x}{2} = \frac{1 - \cos x}{2}, \quad \cos^2 \frac{x}{2} = \frac{1 + \cos x}{2}.$$

$$\text{Per un qualsiasi } x \in \mathbb{R} \setminus \{ \pi + \pi \cdot 2k; k \in \mathbb{Z} \} \text{ vale } \tan \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}.$$

(Ellisse) L'ellisse nel piano ha i semiassi a e b ($a > b$), la sua eccentricità lineare è e , la sua eccentricità numerica è ε . Quindi vale $e^2 = a^2 - b^2$, $\varepsilon = \frac{e}{a}$.

(Iperbole) L'iperbole nel piano ha il semiasse reale a e il semiasse immaginario b , la sua eccentricità lineare è e , la sua eccentricità numerica è ε . Quindi vale $e^2 = a^2 + b^2$, $\varepsilon = \frac{e}{a}$.

(Parabola) Parabola nel piano di equazione $y^2 = 2px$ ha il fuoco in $F\left(\frac{p}{2}, 0\right)$, l'equazione della retta direttrice della parabola data è $x = -\frac{p}{2}$.

(Successione aritmetica) La somma dei primi n termini della successione aritmetica (a_n) è

$$S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n).$$

(Successione geometrica) La somma dei primi n termini della successione geometrica (a_n) di

$$\text{ragione } q \in \mathbb{R} \text{ è } S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}, \text{ se } q \neq 1, \text{ e } S_n = na_1, \text{ e } q = 1.$$

(Limiti) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e$ e $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$.



Pagina vuota

Non scrivete nel campo grigio. Non scrivete nel campo grigio. Non scrivete nel campo grigio. Non scrivete nel campo grigio. Non scrivete nel campo grigio.



Foglio per la minuta



Foglio per la minuta

Empty rectangular area for notes.

Non scrivete nel campo grigio. Non scrivete nel campo grigio. Non scrivete nel campo grigio. Non scrivete nel campo grigio. Non scrivete nel campo grigio.



M 2 1 2 4 0 1 1 2 1 0 7

Foglio per la minuta



Foglio per la minuta

A large, empty rectangular box intended for taking minutes.

Non scrivete nel campo grigio. Non scrivete nel campo grigio. Non scrivete nel campo grigio. Non scrivete nel campo grigio.

**A) QUESITI BREVI**

1. Nella tabella sottostante sono date due proposizioni. Stabilite i loro valori logici e, nella sezione Valore della proposizione, cerciate 1 se la proposizione è vera (corretta), 0 se la proposizione è falsa (non corretta).

| Proposizione | Valore della proposizione | |
|--|---------------------------|---|
| <i>A</i> : Il numero 49 è un numero primo. | 1 | 0 |
| <i>B</i> : Il massimo comune divisore dei numeri 36 e 84 è 12. | 1 | 0 |

(2 punti)

2. La somma delle ampiezze di un angolo al centro e di un angolo alla circonferenza che insistono sullo stesso arco è 33° . Quanto misura ciascuno dei due angoli?

(2 punti)



3. Scrivete il vertice del grafico della funzione quadratica espressa dalla dipendenza

$$f(x) = x^2 - 2x + 1.$$

(2 punti)

4. È data la successione di termine generale $a_n = 20 - 3n$. Calcolate la somma di tutti i termini positivi della successione data.

(3 punti)



5. Il prezzo di un maglione è stato ribassato del 20 %. Qual era il prezzo iniziale del maglione, se dopo il ribasso esso costava 84 €?

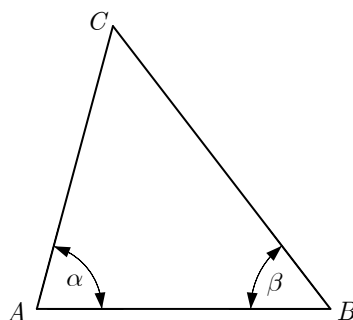
(2 punti)

6. Calcolate gli integrali definiti $\int_0^{2\sqrt{2}} x dx$ e $\int_{-2\sqrt{2}}^{2\sqrt{2}} x dx$.

(3 punti)



7. Calcolate la lunghezza del lato AC (v. figura), se $\alpha = 75^\circ$, $\beta = 52,5^\circ$ e $|BC| = 12$. Arrotondate il risultato a tre cifre decimali.



(3 punti)

8. La funzione $h: [0, 20] \rightarrow \mathbb{R}$ con la dipendenza $h(t) = 3 \cdot 1,2^t + 14$ descrive la variazione dell'altezza di un oggetto in funzione del tempo. Il tempo è misurato in secondi, l'altezza in metri. Calcolate a quale altezza si trova l'oggetto nell'istante $t = 0$. Calcolate quando l'oggetto sarà a un'altezza di 30 metri. Arrotondate il risultato a una cifra decimale.

(3 punti)

Non scrivete nel campo grigio. Non scrivete nel campo grigio. Non scrivete nel campo grigio. Non scrivete nel campo grigio. Non scrivete nel campo grigio.



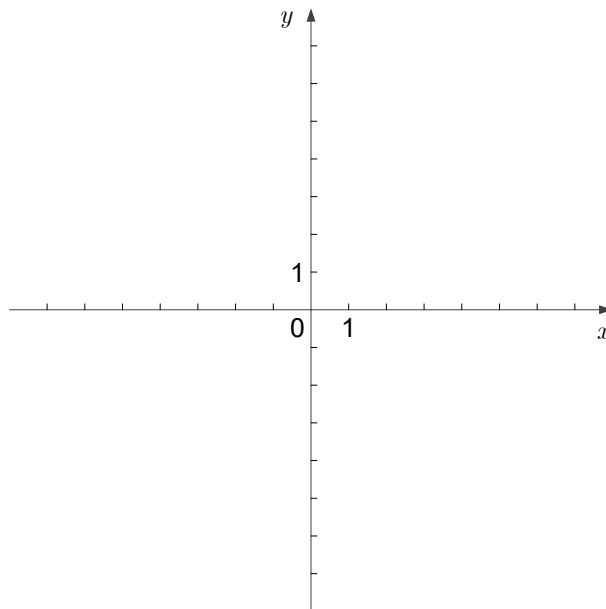
Pagina di riserva

VOLTATE IL FOGLIO.

**B) QUESITI STRUTTURATI BREVI**

1. È data la retta p di equazione $x - 2y + 3 = 0$.

Tracciate la retta p e calcolate l'area del triangolo che la retta p racchiude con gli assi delle coordinate.



Scrivete l'equazione della retta, che è parallela alla retta p e passa per il punto $A(-2, -10)$.

(7 punti)



2. In un acquario vuoto, posto su di una superficie orizzontale, abbiamo versato 18 litri d'acqua. L'acquario ha la forma di un parallelepipedo di lunghezza 5 dm, larghezza 3 dm e altezza 4 dm.

Quale altezza raggiunge l'acqua?

Quale valore percentuale del volume dell'acquario è occupato dal volume dell'acqua versata?

(5 punti)



3. Il triangolo $\triangle ABC$ ha i lati lunghi 4, 6 e 8. Il triangolo $\triangle A'B'C'$ è simile al triangolo $\triangle ABC$, il suo lato più corto è invece lungo 8. Scrivete nella tabella sottostante le soluzioni.

| Quesito | Soluzione |
|---|-----------|
| Perimetro $\triangle ABC$ | |
| Perimetro $\triangle A'B'C'$ | |
| Area $\triangle ABC$ | |
| Area $\triangle A'B'C'$ | |
| Rapporto tra i perimetri $\frac{2p_{\triangle A'B'C'}}{2p_{\triangle ABC}}$ | |
| Rapporto tra le aree $\frac{A_{\triangle A'B'C'}}{A_{\triangle ABC}}$ | |

(7 punti)



4. Il quinto termine di una successione geometrica decrescente è uguale a otto volte il secondo termine, il prodotto del secondo e del quarto termine è 144. Calcolate il primo termine a_1 e la ragione q .

(8 punti)

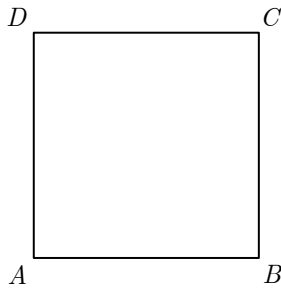


5. Marjetica ha 21 amiche e 11 amici (solamente uno degli amici si chiama Andrej e solamente uno si chiama Borut). Inviterà a una festa 3 amiche e 4 amici. In quanti modi lo può fare? Qual è la probabilità, che tra gli invitati ci siano Andrej e Borut, se Marjetica sceglierà gli invitati a caso?

(6 punti)



6. Il quadrato $ABCD$ ha il lato lungo a . Sono dati i vettori $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$ e $\vec{b} = \overrightarrow{AC}$. Per quale numero reale m i vettori $m\vec{a} + \vec{b}$ e $\vec{a} - 2\vec{b}$ sono ortogonali?



(7 punti)



Pagina di riserva