



Codice del candidato:

Državni izpitni center



SESSIONE AUTUNNALE

Livello di base
MATEMATICA
≡≡ Prova d'esame 2 ≡≡

- A) Quesiti brevi
B) Quesiti strutturati brevi

Giovedì, 24 agosto 2023 / 90 minuti (30 + 60)

Materiali e sussidi consentiti:

Al candidato sono consentiti l'uso della penna stilografica o della penna a sfera, della matita, della gomma, degli strumenti geometrici (un compasso e un righello, anche una squadretta) e la calcolatrice. Il fascicolo contiene l'allegato con le formule e i due fogli perforati della minuta, che il candidato deve staccare con attenzione.

MATURITÀ GENERALE

INDICAZIONI PER I CANDIDATI

Leggete con attenzione le seguenti indicazioni.

Non aprite la prova d'esame e non iniziate a svolgerla prima del via dell'insegnante preposto.

Incollate o scrivete il vostro numero di codice negli spazi appositi su questa pagina in alto a destra.

La prova d'esame si compone di due parti, denominate A e B. Il tempo a disposizione per l'esecuzione dell'intera prova è di 90 minuti: vi consigliamo di dedicare 30 minuti alla risoluzione della parte A, e 60 minuti a quella della parte B.

La parte A della prova d'esame contiene 8 quesiti brevi; la parte B della prova contiene 6 quesiti strutturati brevi. Il punteggio massimo che potete conseguire è di 60 punti, di cui 20 nella parte A e 40 nella parte B. Il punteggio conseguibile in ciascun quesito viene di volta in volta espressamente indicato. Per risolvere i quesiti potete fare uso dell'elenco di formule che trovate a pagina 3.

Scrivete le vostre risposte all'interno della prova, **nei riquadri appositamente previsti**, utilizzando la penna stilografica o la penna a sfera. Potete disegnare con la matita. In caso di errore, tracciate un segno sulla risposta scorretta e scrivete accanto ad essa quella corretta. Alle risposte e alle correzioni scritte in modo illeggibile verranno assegnati 0 punti. Le pagine 13 e 20 sono di riserva e vanno usate solo in caso di carenza di spazio. Qualora le doveste utilizzare, non dimenticate di indicare chiaramente quali quesiti avete risolto su di esse. Utilizzate i fogli della minuta solo per l'impostazione delle soluzioni, in quanto essi non verranno sottoposti a valutazione.

Le risposte devono riportare tutto il procedimento attraverso il quale si giunge alla soluzione, con i calcoli intermedi e le vostre deduzioni. Nel caso in cui un quesito sia stato risolto in più modi, deve essere indicata con chiarezza la soluzione da valutare.

Abbiate fiducia in voi stessi e nelle vostre capacità. Vi auguriamo buon lavoro.

La prova si compone di 20 pagine, di cui 1 vuota e 2 di riserva.

**Formule**

(Somma e differenza di cubi) Per qualsiasi $a, b \in \mathbb{R}$ vale $a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$.

(Teorema di Euclide e dell'altezza) Il triangolo rettangolo ha i cateti a e b e l'ipotenusa c . L'altezza all'ipotenusa è h_c , la proiezione ortogonale del cateto a all'ipotenusa è a_1 , la proiezione ortogonale del cateto b all'ipotenusa è b_1 . Quindi vale $a^2 = ca_1$, $b^2 = cb_1$, $h_c^2 = a_1b_1$.

(Raggio della circonferenza circoscritta e della circonferenza inscritta a un triangolo) Il triangolo ha i lati a, b e c , il semiperimetro è $p = \frac{a+b+c}{2}$, l'area è A , il raggio della circonferenza inscritta al triangolo dato è r e il raggio della circonferenza circoscritta al triangolo dato è R .

$$\text{Perciò } r = \frac{A}{p} \text{ e } R = \frac{abc}{4A}.$$

(Formula di Erone) Il triangolo ha i lati a, b e c , il semiperimetro è $p = \frac{a+b+c}{2}$. Quindi la sua area è $A = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$.

(Area del triangolo) Siano $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ e $C(x_3, y_3)$ punti nel piano. L'area del triangolo di vertici A, B e C è $A = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$.

(Sfera) L'area della superficie totale e il volume della sfera di raggio r sono $S = 4\pi r^2$, $V = \frac{4\pi r^3}{3}$.

(Teoremi di addizione) Per qualsiasi $x, y \in \mathbb{R}$ vale

$$\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \cos x \sin y, \quad \cos(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \sin x \sin y.$$

Per qualsiasi $x, y \in \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + \pi \cdot k; k \in \mathbb{Z} \right\}$, per i quali $x + y \neq \frac{\pi}{2} + \pi \cdot k$ per qualsiasi $k \in \mathbb{Z}$ e

$$\tan x \tan y \neq -1, \text{ vale } \tan(x \pm y) = \frac{\tan x \pm \tan y}{1 \mp \tan x \tan y}.$$

(Formule di bisezione)

$$\text{Per qualsiasi } x \in \mathbb{R} \text{ vale } \sin^2 \frac{x}{2} = \frac{1 - \cos x}{2}, \quad \cos^2 \frac{x}{2} = \frac{1 + \cos x}{2}.$$

$$\text{Per un qualsiasi } x \in \mathbb{R} \setminus \{ \pi + \pi \cdot 2k; k \in \mathbb{Z} \} \text{ vale } \tan \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}.$$

(Ellisse) L'ellisse nel piano ha i semiassi a e b ($a > b$), la sua eccentricità lineare è e , la sua eccentricità numerica è ε . Quindi vale $e^2 = a^2 - b^2$, $\varepsilon = \frac{e}{a}$.

(Iperbole) L'iperbole nel piano ha il semiasse reale a e il semiasse immaginario b , la sua eccentricità lineare è e , la sua eccentricità numerica è ε . Quindi vale $e^2 = a^2 + b^2$, $\varepsilon = \frac{e}{a}$.

(Parabola) Parabola nel piano di equazione $y^2 = 2px$ ha il fuoco in $F\left(\frac{p}{2}, 0\right)$, l'equazione della retta direttrice della parabola data è $x = -\frac{p}{2}$.

(Successione aritmetica) La somma dei primi n termini della successione aritmetica (a_n) è

$$S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n).$$

(Successione geometrica) La somma dei primi n termini della successione geometrica (a_n) di

$$\text{ragione } q \in \mathbb{R} \text{ è } S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}, \text{ se } q \neq 1, \text{ e } S_n = na_1, \text{ se } q = 1.$$

(Limiti) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e$ e $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$.



Pagina vuota

Non scrivete nel campo grigio. Non scrivete nel campo grigio. Non scrivete nel campo grigio. Non scrivete nel campo grigio. Non scrivete nel campo grigio. Non scrivete nel campo grigio.



M 2 3 2 4 0 1 1 2 1 0 5

Foglio per la minuta



Foglio per la minuta

A large, empty rectangular box intended for taking minutes.

Non scrivete nel campo grigio. Non scrivete nel campo grigio. Non scrivete nel campo grigio. Non scrivete nel campo grigio.

Non scrivete nel campo grigio. Non scrivete nel campo grigio. Non scrivete nel campo grigio. Non scrivete nel campo grigio. Non scrivete nel campo grigio. Non scrivete nel campo grigio. Non scrivete nel campo grigio.



Foglio per la minuta



Foglio per la minuta

A large, empty rectangular box intended for taking minutes.

Non scrivete nel campo grigio. Non scrivete nel campo grigio. Non scrivete nel campo grigio. Non scrivete nel campo grigio.

**A) QUESITI BREVI**

1. Sviluppate le espressioni:

$$(2a - 3)^2 =$$

$$(a + 2)^3 =$$

(3 punti)

2. Il volume di un cono è 64. Calcolate il raggio del cono se la sua altezza è 4.

(2 punti)



3. È dato il polinomio $p(x) = 3(x-1)^3(x+2)^2$. Scrivete nella tabella le proprietà del polinomio. Basatevi sulla prima riga.

zero di grado dispari	$x = 1$
coefficiente direttivo del polinomio	
grado del polinomio	
termine noto del polinomio	

(3 punti)

4. Calcolate con esattezza il valore del coefficiente angolare della retta $y = kx + 2$, che è parallela alla retta tangente al grafico della funzione $f(x) = x^3 + 2x^2 + 4$ nel punto di ascissa $x_0 = -2,1$.

(2 punti)



5. Esprimete G_0 dalla formula $G_n = G_0 + \frac{G_0 \cdot p \cdot n}{100}$.

(2 punti)

6. Nel rombo $ABCD$ il lato misura 10 e l'altezza 7. Calcolate le ampiezze degli angoli alla base.

(3 punti)



7. Scrivete l'insieme di definizione di ciascuna delle funzioni date nella tabella. Seguite il primo esempio, che è già risolto.

Funzione	Insieme di definizione
$f_1(x) = \log_3(x-2)$	$(2, \infty)$
$f_2(x) = 3x - 2$	
$f_3(x) = x^{-1}$	
$f_4(x) = \sqrt{x-1}$	

(3 punti)

8. È data l'equazione quadratica $3x^2 + mx - 4 = 0$. Calcolate il valore del coefficiente m , in modo che la somma delle due soluzioni dell'equazione sia uguale a 2.

(2 punti)

Non scrivete nel campo grigio. Non scrivete nel campo grigio. Non scrivete nel campo grigio. Non scrivete nel campo grigio. Non scrivete nel campo grigio.



Pagina di riserva

VOLTATE IL FOGLIO.

**B) QUESITI STRUTTURATI BREVI**

1. Nel piano sono dati i punti $A(1, 5)$ e $B(3, 1)$.

1.1. Calcolate la distanza tra i punti A e B .

(2)

1.2. Scrivete l'equazione della circonferenza se i punti A e B sono gli estremi del suo diametro.

Calcolate l'area del cerchio così ottenuto. Arrotondate il risultato a tre cifre decimali.

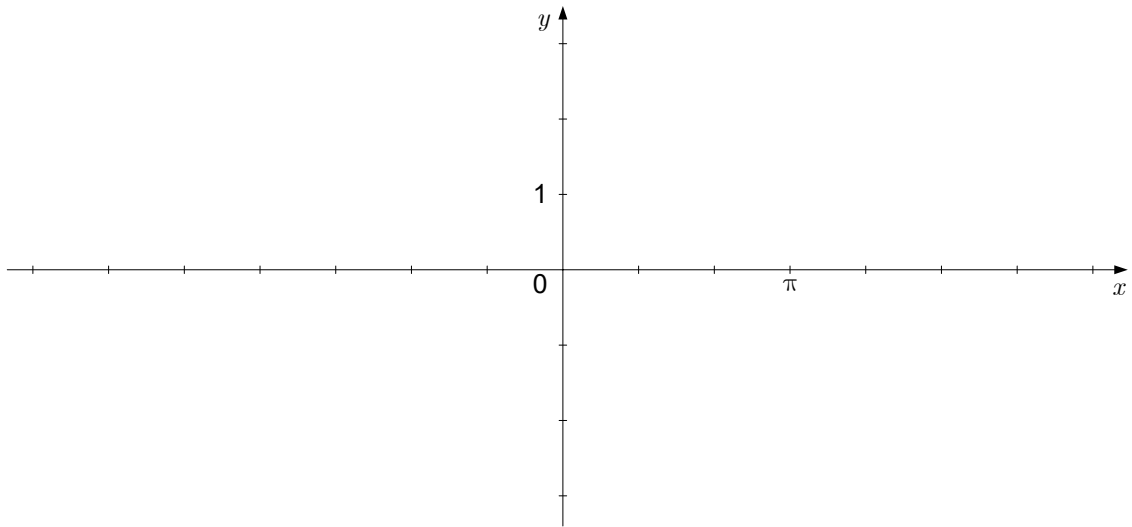
(5)

(7 punti)



2. La funzione f è espressa dalla dipendenza $f(x) = 2 \sin x - 1$.

2.1. Tracciate il grafico della funzione f nel sistema di coordinate dato.



(3)

2.2. Calcolate la derivata $f'(x)$.

(2)

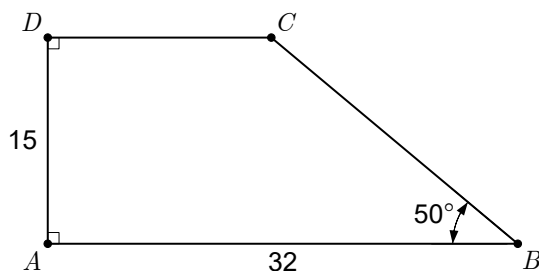
2.3. Calcolate l'integrale indefinito $\int f(x) dx$.

(3)

(8 punti)



3. La figura mostra il trapezio $ABCD$, i cui angoli interni nei vertici A e D sono retti, l'angolo $\sphericalangle ABC = 50^\circ$, il lato $a = |AB|$ è lungo 32 unità, il lato $d = |AD|$ invece 15 unità (il disegno della figura geometrica non è in scala).



Calcolate la lunghezza del lato $b = |BC|$, l'area del trapezio e la lunghezza della diagonale $e = |AC|$. Arrotondate i risultati a una cifra decimale.

(7 punti)



4. Nella tabella sono riportati quattro termini iniziali di quattro successioni, delle quali una è aritmetica, e una geometrica. Nella corrispondente riga della colonna di destra, per ogni successione scrivete se è aritmetica (A), geometrica (G) oppure niente di tutto ciò (N). Seguite l'esempio già risolto nella prima riga.

$\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \dots$	N
11, 111, 1111, 11111, ...	
$2, \frac{3}{2}, \frac{9}{8}, \frac{27}{32}, \dots$	
4, -1, -6, -11, ...	

Per la successione geometrica della tabella, calcolate la somma di tutti gli infiniti termini della successione.

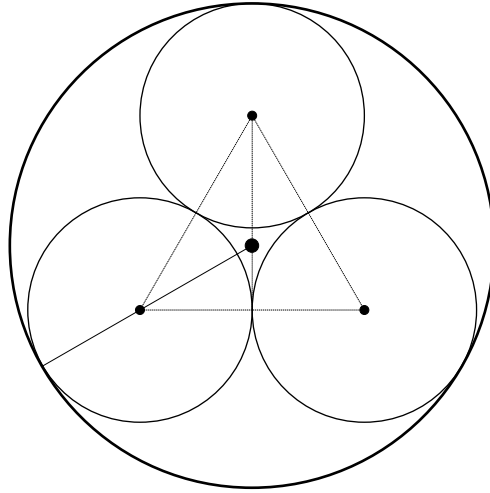
(5 punti)



5. Una classe è composta da 28 alunni, di cui 12 sono femmine e 16 maschi. Tre maschi si chiamano Anže.
- 5.1. Un insegnante sceglierà a caso per un'interrogazione un alunno (femmina o maschio) della classe. Calcolate la probabilità dell'evento A , che l'alunno scelto a caso si chiami Anže. (1)
- 5.2. Un insegnante sceglierà a caso per un'interrogazione due maschi della classe. Calcolate la probabilità dell'evento B , che esattamente uno di loro si chiami Anže. (3)
- 5.3. Un insegnante sceglierà per un'interrogazione a caso tre alunni della classe. Calcolate la probabilità dell'evento C , che nel trio scelto a caso siano rappresentati ambedue i sessi. (4)
- (8 punti)



6. Nel cerchio di raggio R inscriviamo tre cerchi più piccoli di raggio r (si veda lo schizzo sottostante). Calcolate il raggio r del cerchio più piccolo se R è uguale a 3. Il risultato sia esatto.



(5 punti)



Pagina di riserva