



Šifra kandidata:

**Državni izpitni center**



M 2 3 2 4 0 2 1 1

JESENSKI IZPITNI ROK

**Višja raven**  
**MATEMATIKA**  
==== Izpitna pola 1 ====

- B) Krajše strukturirane naloge  
C) Strukturirane naloge

**Četrtek, 24. avgust 2023 / 90 minut (45 + 45)**

*Dovoljeno gradivo in pripomočki:*

*Kandidat prinese nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko in geometrijsko orodje (šestilo in ravnilo, lahko tudi trikotnik).*

*Priloga s formulami in konceptna lista so na perforiranih listih, ki jih kandidat pazljivo iztrga.*

**SPLOŠNA MATURA**

**NAVODILA KANDIDATU**

**Pazljivo preberite ta navodila.**

**Ne odpirajte izpitne pole in ne začenjajte reševati nalog, dokler vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.**

**Pri reševanju te izpitne pole uporaba računalna ni dovoljena.**

Prilepite kodo oziroma vpišite svojo šifro (v okvirček desno zgoraj na tej strani).

Izpitna pola je sestavljena iz dveh delov, dela B in dela C. Časa za reševanje je 90 minut. Priporočamo vam, da za reševanje dela B porabite 45 minut, za reševanje dela C pa 45 minut.

Izpitna pola vsebuje 6 krajših strukturiranih nalog v delu B in 2 strukturirani nalogi v delu C. Število točk, ki jih lahko dosežete, je 60, od tega 40 v delu B in 20 v delu C. Za posamezno nalogo je število točk navedeno v izpitni poli. Pri reševanju si lahko pomagate s standardno zbirko zahtevnejših formul na straneh 3 in 4.

Rešitve pišite z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom v izpitno polo v za to predvideni prostor **znotraj okvirja**. Rišete lahko tudi s svinčnikom. Če se zmotite, napisano prečrtajte in rešitev zapišite na novo. Nečitljivi zapisi in nejasni popravki bodo ocenjeni z 0 točkami. Strani 15 in 20 sta rezervni; uporabite ju le, če vam zmanjka prostora. Jasno označite, katere naloge ste reševali na teh straneh. Osnutki rešitev, ki jih lahko naredite na konceptna lista, se pri ocenjevanju ne upoštevajo.

Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vsemi vmesnimi računi in sklepi. Če ste nalogo reševali na več načinov, jasno označite, katero rešitev naj ocenjevalec oceni.

Zaupajte vase in v svoje zmožnosti. Želimo vam veliko uspeha.

*Ta pola ima 20 strani, od tega 2 rezervni.*



**Formule**

(Vsota in razlika potenc z naravnim eksponentom) Za poljubna  $a, b \in \mathbb{R}$  in za poljubno naravno število  $n$  velja

$$a^{2n+1} + b^{2n+1} = (a+b)(a^{2n} - a^{2n-1}b + a^{2n-2}b^2 - \dots + a^2b^{2n-2} - ab^{2n-1} + b^{2n}),$$

$$a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \dots + a^2b^{n-3} + ab^{n-2} + b^{n-1}).$$

(Evklidov in višinski izrek) Pravokotni trikotnik ima kateti  $a$  in  $b$  ter hipotenuzo  $c$ . Višina na hipotenuzo je  $v_c$ , pravokotna projekcija katete  $a$  na hipotenuzo je  $a_1$ , pravokotna projekcija katete  $b$  na hipotenuzo pa  $b_1$ . Tedaj velja  $a^2 = ca_1$ ,  $b^2 = cb_1$ ,  $v_c^2 = a_1b_1$ .

(Polmera trikotniku včrtanega in očrtanega kroga) Trikotnik ima stranice  $a, b$  in  $c$ , polovica obsega je  $s = \frac{a+b+c}{2}$ , ploščina je  $S$ , polmer danemu trikotniku včrtanega kroga je  $r$  in polmer danemu trikotniku očrtanega kroga je  $R$ . Tedaj je  $r = \frac{S}{s}$  in  $R = \frac{abc}{4S}$ .

(Heronova formula) Trikotnik ima stranice  $a, b$  in  $c$ , polovica obsega je  $s = \frac{a+b+c}{2}$ . Tedaj je njegova ploščina  $S = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ .

(Ploščina trikotnika) Naj bodo  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$  in  $C(x_3, y_3)$  točke v ravnini. Ploščina trikotnika z oglišči  $A, B$  in  $C$  je enaka  $S = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$ .

(Krogla) Površina in prostornina krogle s polmerom  $r$  sta  $P = 4\pi r^2$ ,  $V = \frac{4\pi r^3}{3}$ .

(Razdalja točke od premice) Naj bodo  $a, b, c, x_0, y_0 \in \mathbb{R}$  in naj  $a$  in  $b$  ne bosta oba enaka 0.

Razdalja točke  $T_0(x_0, y_0)$  od premice  $p$ , podane z enačbo  $ax + by - c = 0$ , je

$$d(T_0, p) = \frac{|ax_0 + by_0 - c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}.$$

(Logaritem) Naj bosta  $a > 0$ ,  $a \neq 1$ ,  $b > 0$ ,  $b \neq 1$ . Tedaj za vsak  $x > 0$  velja  $\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$ .

(Adicijski izreki) Za poljubna  $x, y \in \mathbb{R}$  velja

$$\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \cos x \sin y, \quad \cos(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \sin x \sin y.$$

Za poljubna  $x, y \in \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + \pi \cdot k; k \in \mathbb{Z} \right\}$ , za katera je  $x + y \neq \frac{\pi}{2} + \pi \cdot k$  za poljuben  $k \in \mathbb{Z}$  in

$$\tan x \tan y \neq -1, \text{ velja } \tan(x \pm y) = \frac{\tan x \pm \tan y}{1 \mp \tan x \tan y}.$$

(Kotne funkcije polovičnih kotov) Za poljuben  $x \in \mathbb{R}$  velja

$$\sin^2 \frac{x}{2} = \frac{1 - \cos x}{2}, \quad \cos^2 \frac{x}{2} = \frac{1 + \cos x}{2}.$$

Za poljuben  $x \in \mathbb{R} \setminus \{ \pi + \pi \cdot 2k; k \in \mathbb{Z} \}$  velja  $\tan \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$ .

(Faktorizacija vsote in razlike kotnih funkcij) Za poljubna  $x, y \in \mathbb{R}$  velja

$$\sin x \pm \sin y = 2 \sin \frac{x \pm y}{2} \cos \frac{x \mp y}{2},$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2},$$

$$\cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}.$$







**Konceptni list**

Empty rectangular box for writing.





### Konceptni list

Empty rectangular box for writing the concept list.

















**C) STRUKTURIRANE NALOGE**

1. Dana je funkcija  $f(x) = x \cdot e^{2x}$ .

1.1. Poiščite prvi odvod dane funkcije  $f'(x)$  in pokažite, da je drugi odvod

$$f''(x) = 2e^{2x}(2x + 2).$$

(2 točki)

1.2. Zapišite vrednosti realnih števil  $a$ ,  $b$ ,  $c$  in  $d$ , da bodo za funkcijo  $f$  veljale naslednje trditve:

- Število stacionarnih točk funkcije  $f$  je  $a$ .
- $f$  narašča na intervalu  $[b, \infty)$  in pada na  $(-\infty, b]$ .
- $f$  je konkavna na intervalu  $(-\infty, c]$  in konveksna na  $[c, \infty)$ .
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = d$ .

(4 točke)

1.3. Naj bo  $f'''(x)$  tretji odvod funkcije  $f$  (odvod drugega odvoda) in  $f^{(4)}(x)$  njen četrti odvod.

Poiščite  $f'''(x)$  in pokažite, da je  $f^{(4)}(x) = 8e^{2x}(2x + 4)$ .

(2 točki)

1.4. Postavite domnevo za  $n$ -ti odvod funkcije  $f^{(n)}(x)$  in jo dokažite s popolno indukcijo.

(3 točke)

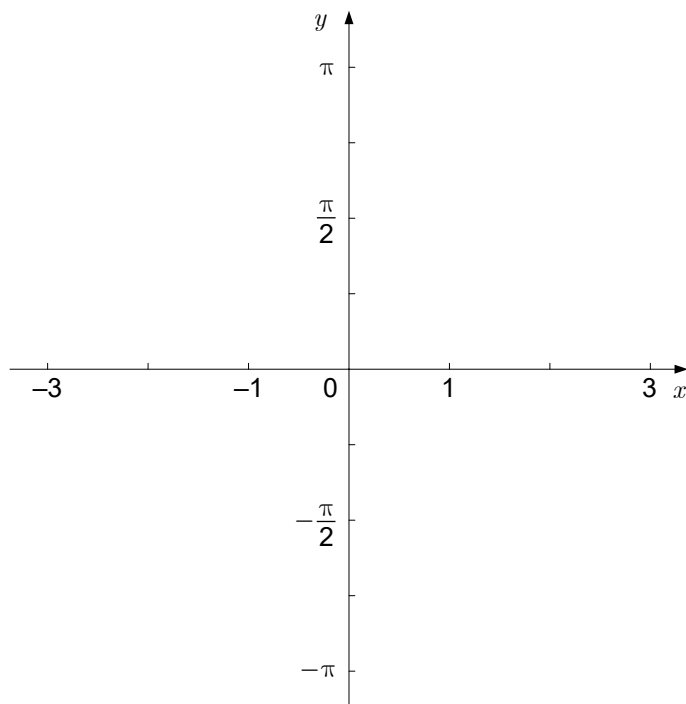






2. Dani sta funkciji  $f(x) = -\frac{\pi}{4} + \arcsin x$  in  $g(x) = \cos x$ .

2.1. Narišite graf funkcije  $f$  v dani koordinatni sistem.



2.2. Izračunajte  $(f \circ g)\left(\frac{\pi}{20}\right)$ .

(3 točke)

2.3. Rešite enačbo  $g(x) - g(2x) + g(3x) = 1$ .

(2 točki)

(4 točke)



