



Šifra kandidata:

Državni izpitni center



M 2 3 2 4 0 2 1 2

JESENSKI IZPITNI ROK

Višja raven
MATEMATIKA
Izpitna pola 2

B) Krajše strukturirane naloge
C) Strukturirane naloge

Četrtek, 24. avgust 2023 / 90 minut (45 + 45)

Dovoljeno gradivo in pripomočki:

*Kandidat prinese nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko,
geometrijsko orodje (šestilo in ravnilo, lahko tudi trikotnik)
in računalno.*

Priloga s formulami in konceptna lista so na perforiranih listih, ki jih kandidat pazljivo iztrga.

SPLOŠNA MATURA

NAVODILA KANDIDATU

Pazljivo preberite ta navodila.

Ne odpirajte izpitne pole in ne začenjajte reševati nalog, dokler vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.

Prilepite kodo oziroma vpišite svojo šifro (v okvirček desno zgoraj na tej strani).

Izpitna pola je sestavljena iz dveh delov, dela B in dela C. Časa za reševanje je 90 minut. Priporočamo vam, da za reševanje dela B porabite 45 minut, za reševanje dela C pa 45 minut.

Izpitna pola vsebuje 6 krajših strukturiranih nalog v delu B in 2 strukturirani nalogi v delu C. Število točk, ki jih lahko dosežete, je 60, od tega 40 v delu B in 20 v delu C. Za posamezno nalogo je število točk navedeno v izpitni poli. Pri reševanju si lahko pomagate s standardno zbirko zahtevnejših formul na straneh 3 in 4.

Rešitve pišite z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom v izpitno polo v za to predvideni prostor **znotraj okvirja**. Rišete lahko tudi s svinčnikom. Če se zmotite, napisano prečrtajte in rešitev zapišite na novo. Nečitljivi zapisi in nejasni popravki bodo ocenjeni z 0 točkami. Strani 15 in 20 sta rezervni; uporabite ju le, če vam zmanjka prostora. Jasno označite, katere naloge ste reševali na teh straneh. Osnutki rešitev, ki jih lahko naredite na konceptna lista, se pri ocenjevanju ne upoštevajo.

Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vsemi vmesnimi računi in sklepi. Če ste nalogo reševali na več načinov, jasno označite, katero rešitev naj ocenjevalec oceni.

Zaupajte vase in v svoje zmožnosti. Želimo vam veliko uspeha.

Ta pola ima 20 strani, od tega 2 rezervni.



(Razčlenitev produkta kotnih funkcij) Za poljubna $x, y \in \mathbb{R}$ velja

$$\sin x \cdot \sin y = -\frac{1}{2}(\cos(x+y) - \cos(x-y)),$$

$$\cos x \cdot \cos y = \frac{1}{2}(\cos(x+y) + \cos(x-y)),$$

$$\sin x \cdot \cos y = \frac{1}{2}(\sin(x+y) + \sin(x-y)).$$

(Elipsa) Elipsa v ravnini ima polosi a in b ($a > b$), njena linearna ekscentričnost je e , njena

numerična ekscentričnost je ε . Tedaj velja $e^2 = a^2 - b^2$, $\varepsilon = \frac{c}{a}$.

(Hiperbola) Hiperbola v ravnini ima realno polos a in imaginarno polos b , njena linearna

ekscentričnost je e , njena numerična ekscentričnost je ε . Tedaj velja $e^2 = a^2 + b^2$, $\varepsilon = \frac{c}{a}$.

(Parabola) Parabola v ravnini z enačbo $y^2 = 2px$ ima gorišče v $G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$, enačba premice vodnice

dane parabole pa je $x = -\frac{p}{2}$.

(Aritmetično zaporedje) Vsota prvih n členov aritmetičnega zaporedja (a_n) je $S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$.

(Geometrijsko zaporedje) Vsota prvih n členov geometrijskega zaporedja (a_n) s kvociantom $q \in \mathbb{R}$

je $S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}$, če je $q \neq 1$, in $S_n = na_1$, če je $q = 1$.

(Limiti) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e$ in $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$.

(Nedoločeni integral) Naj bo $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$. Tedaj je za vsak $C \in \mathbb{R}$

$$\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} + C \quad \text{in} \quad \int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin x + C.$$

(Integracija po delih) Naj bo $D \subseteq \mathbb{R}$ in $u, v: D \rightarrow \mathbb{R}$ odvedljivi funkciji. Tedaj velja

$$\int u \cdot v' = u \cdot v - \int v \cdot u'.$$

(Volumen rotacijskega telesa) Naj bo $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ zvezna funkcija. Volumen telesa, ki ga dobimo tako, da lik, ki ga omejujejo graf funkcije f , abscisna os ter premici $x = a$ in $x = b$, zavrtimo

okrog abscisne osi za 360° , je $V = \pi \int_a^b (f(x))^2 dx$.

(Bernoullijeva formula) Naj bo p verjetnost, da se v danem poskusu zgodi dogodek A . Verjetnost, da se dogodek A v n zaporednih ponovitvah poskusa zgodi natanko k -krat, je

$$P(n, p, k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}.$$



M 2 3 2 4 0 2 1 2 0 5

V sivo polje ne pišite. V sivo polje ne pišite. V sivo polje ne pišite. V sivo polje ne pišite. V sivo polje ne pišite. V sivo polje ne pišite. V sivo polje ne pišite. V sivo polje ne pišite. V sivo polje ne pišite. V sivo polje ne pišite.

Konceptni list



Konceptni list

Empty rectangular box for writing.



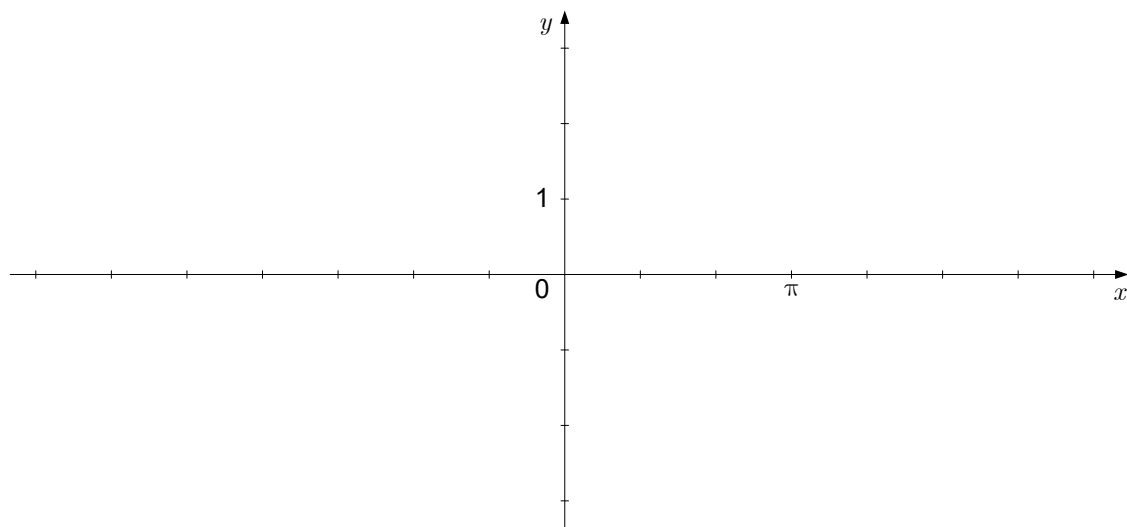
Konceptni list

Empty rectangular area for writing.



2. Funkcija f je dana s predpisom $f(x) = 2 \sin x - 1$.

2.1. V danem koordinatnem sistemu narišite graf funkcije f .



(3)

2.2. Izračunajte odvod $f'(x)$.

(2)

2.3. Izračunajte nedoločeni integral $\int f(x) dx$.

(3)

(8 točk)



4. V preglednici so zapisani po štirje začetni členi štirih zaporedij. Natanko eno od njih je aritmetično in natanko eno je geometrijsko zaporedje. Za vsako zaporedje v desnem stolpcu napišite, ali je zaporedje aritmetično (A), geometrijsko (G) ali nič od tega (N). (Glejte primer v prvi vrstici.)

$\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \dots$	N
11, 111, 1111, 11111, ...	
$2, \frac{3}{2}, \frac{9}{8}, \frac{27}{32}, \dots$	
4, -1, -6, -11, ...	

Za geometrijsko zaporedje v preglednici izračunajte vsoto vseh (neskončno mnogo) členov.

(5 točk)

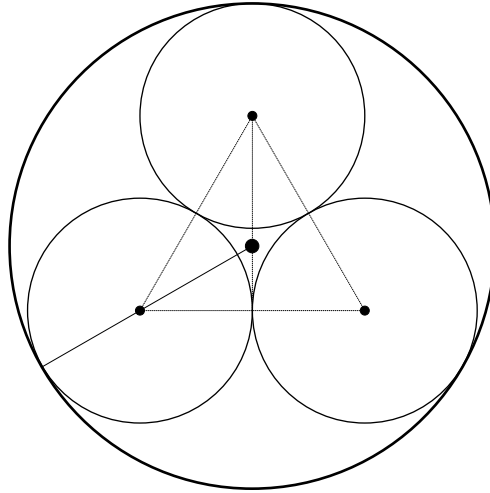


M 2 3 2 4 0 2 1 2 1 3

5. V razredu z 28 učenci je 12 deklet in 16 fantov. Trem fantom je ime Anže.
- 5.1. Učitelj bo za spraševanje naključno izbral enega učenca (dekle ali fanta) v razredu. Izračunajte verjetnost dogodka A , da bo naključno vprašanemu učencu ime Anže. (1)
- 5.2. Učitelj bo za spraševanje naključno izbral dva fanta v razredu. Izračunajte verjetnost dogodka B , da bo natanko enemu od njih ime Anže. (3)
- 5.3. Učitelj bo za spraševanje naključno izbral tri učence v razredu. Izračunajte verjetnost dogodka C , da bosta v naključno izbrani trojici zastopana oba spola. (4)
- (8 točk)



6. V krog s polmerom R vrišemo tri manjše kroge s polmerom r (glejte skico). Izračunajte polmer r manjšega kroga, če je R enak 3. Rezultat naj bo točen.



(5 točk)

V sivo polje ne pišite. V sivo polje ne pišite. V sivo polje ne pišite. V sivo polje ne pišite. V sivo polje ne pišite. V sivo polje ne pišite. V sivo polje ne pišite. V sivo polje ne pišite. V sivo polje ne pišite. V sivo polje ne pišite.



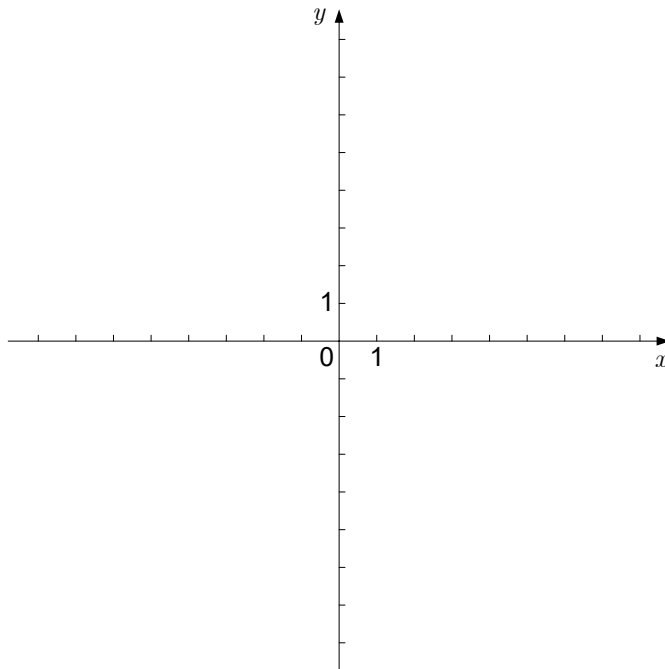
Rezervna stran

OBRNITE LIST.

**C) STRUKTURIRANE NALOGE**

1. Dani sta krivulji z enačbama $x^2 + y^2 = 25$ in $xy = 12$.

1.1. Izračunajte presečišča krivulj in krivulji narišite v dani koordinatni sistem.



1.2. Izračunajte kot, pod katerim se krivulji sekata v točki $P(x_1, 3)$.

(4 točke)

1.3. Izračunajte prostornino vrtenine, ki nastane, ko krivuljo $xy = 12$ zavrtimo okrog abscisne osi za 360° na intervalu $[4, 6]$.

(4 točke)

(3 točke)



2. Naj bo p polinom tretje stopnje, za katerega velja $p(-1) = -6$, $p(0) = -2$, $p(1) = -2$ in $p(2) = 0$.
- 2.1. Izračunajte koeficiente polinoma. (5 točk)
- 2.2. Dokažite, da ima enačba $p(x) = -1$ vsaj eno rešitev na intervalu $[1, 2]$. (2 točki)
- 2.3. Z metodo bisekcije poiščite interval dolžine največ $1/8$, na katerem leži rešitev enačbe $p(x) + 1 = 0$. (2 točki)

