



Codice del candidato:

Državni izpitni center



SESSIONE PRIMAVERILE

Livello di base
MATEMATICA

≡≡≡ Prova d'esame 2 ≡≡≡

- A) Quesiti brevi
B) Quesiti strutturati brevi

Sabato, 8 giugno 2024 / 90 minuti (30 + 60)

Materiali e sussidi consentiti:

Al candidato sono consentiti l'uso della penna stilografica o della penna a sfera, della matita, della gomma, degli strumenti geometrici (un compasso e un righello, anche una squadretta) e la calcolatrice. Il fascicolo contiene l'allegato con le formule e i due fogli perforati della minuta, che il candidato deve staccare con attenzione.

MATURITÀ GENERALE

INDICAZIONI PER I CANDIDATI

Leggete con attenzione le seguenti indicazioni.

Non aprite la prova d'esame e non iniziate a svolgerla prima del via dell'insegnante preposto.

Incollate o scrivete il vostro numero di codice negli spazi appositi su questa pagina in alto a destra.

La prova d'esame si compone di due parti, denominate A e B. Il tempo a disposizione per l'esecuzione dell'intera prova è di 90 minuti: vi consigliamo di dedicare 30 minuti alla risoluzione della parte A, e 60 minuti a quella della parte B.

La parte A della prova d'esame contiene 8 quesiti brevi; la parte B della prova contiene 6 quesiti strutturati brevi. Il punteggio massimo che potete conseguire è di 60 punti, di cui 20 nella parte A e 40 nella parte B. Il punteggio conseguibile in ciascun quesito viene di volta in volta espressamente indicato. Per risolvere i quesiti potete fare uso dell'elenco di formule che trovate a pagina 3.

Scrivete le vostre risposte all'interno della prova, **nei riquadri appositamente previsti**, utilizzando la penna stilografica o la penna a sfera. Potete disegnare con la matita. In caso di errore, tracciate un segno sulla risposta scorretta e scrivete accanto ad essa quella corretta. Alle risposte e alle correzioni scritte in modo illeggibile verranno assegnati 0 punti. Le pagine 13 e 20 sono di riserva e vanno usate solo in caso di carenza di spazio. Qualora le doveste utilizzare, non dimenticate di indicare chiaramente quali quesiti avete risolto su di esse. Utilizzate i fogli della minuta solo per l'impostazione delle soluzioni, in quanto essi non verranno sottoposti a valutazione.

Le risposte devono riportare tutto il procedimento attraverso il quale si giunge alla soluzione, con i calcoli intermedi e le vostre deduzioni. Nel caso in cui un quesito sia stato risolto in più modi, deve essere indicata con chiarezza la soluzione da valutare.

Abbiate fiducia in voi stessi e nelle vostre capacità. Vi auguriamo buon lavoro.

La prova si compone di 20 pagine, di cui 1 vuota e 2 di riserva.

**Formule**

(Somma e differenza di cubi) Per qualsiasi $a, b \in \mathbb{R}$ vale $a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$.

(Teorema di Euclide e dell'altezza) Il triangolo rettangolo ha i cateti a e b e l'ipotenusa c . L'altezza all'ipotenusa è h_c , la proiezione ortogonale del cateto a all'ipotenusa è a_1 , la proiezione ortogonale del cateto b all'ipotenusa è b_1 . Quindi vale $a^2 = ca_1$, $b^2 = cb_1$, $h_c^2 = a_1b_1$.

(Raggio della circonferenza circoscritta e della circonferenza inscritta a un triangolo) Il triangolo ha i lati a, b e c , il semiperimetro è $p = \frac{a+b+c}{2}$, l'area è A , il raggio della circonferenza inscritta al triangolo dato è r e il raggio della circonferenza circoscritta al triangolo dato è R .

$$\text{Perciò } r = \frac{A}{p} \text{ e } R = \frac{abc}{4A}.$$

(Formula di Erone) Il triangolo ha i lati a, b e c , il semiperimetro è $p = \frac{a+b+c}{2}$. Quindi la sua area è

$$A = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}.$$

(Area del triangolo) Siano $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ e $C(x_3, y_3)$ punti nel piano. L'area del triangolo di vertici A, B e C è

$$A = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|.$$

(Sfera) L'area della superficie totale e il volume della sfera di raggio r sono $S = 4\pi r^2$, $V = \frac{4\pi r^3}{3}$.

(Teoremi di addizione) Per qualsiasi $x, y \in \mathbb{R}$ vale

$$\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \cos x \sin y, \quad \cos(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \sin x \sin y.$$

Per qualsiasi $x, y \in \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + \pi \cdot k; k \in \mathbb{Z} \right\}$, per i quali $x + y \neq \frac{\pi}{2} + \pi \cdot k$ per qualsiasi $k \in \mathbb{Z}$ e

$$\tan x \tan y \neq -1, \text{ vale } \tan(x \pm y) = \frac{\tan x \pm \tan y}{1 \mp \tan x \tan y}.$$

(Formule di bisezione)

$$\text{Per qualsiasi } x \in \mathbb{R} \text{ vale } \sin^2 \frac{x}{2} = \frac{1 - \cos x}{2}, \quad \cos^2 \frac{x}{2} = \frac{1 + \cos x}{2}.$$

$$\text{Per un qualsiasi } x \in \mathbb{R} \setminus \{ \pi + \pi \cdot 2k; k \in \mathbb{Z} \} \text{ vale } \tan \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}.$$

(Ellisse) L'ellisse nel piano ha i semiassi a e b ($a > b$), la sua eccentricità lineare è e , la sua eccentricità numerica è ε . Quindi vale $e^2 = a^2 - b^2$, $\varepsilon = \frac{e}{a}$.

(Iperbole) L'iperbole nel piano ha il semiasse reale a e il semiasse immaginario b , la sua eccentricità lineare è e , la sua eccentricità numerica è ε . Quindi vale $e^2 = a^2 + b^2$, $\varepsilon = \frac{e}{a}$.

(Parabola) Parabola nel piano di equazione $y^2 = 2px$ ha il fuoco in $F\left(\frac{p}{2}, 0\right)$, l'equazione della retta direttrice della parabola data è $x = -\frac{p}{2}$.

(Successione aritmetica) La somma dei primi n termini della successione aritmetica (a_n) è

$$S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n).$$

(Successione geometrica) La somma dei primi n termini della successione geometrica (a_n) di

$$\text{ragione } q \in \mathbb{R} \text{ è } S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}, \text{ se } q \neq 1, \text{ e } S_n = na_1, \text{ se } q = 1.$$

(Limiti) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e$ e $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$.



Pagina vuota



Foglio per la minuta

A large, empty rectangular box intended for taking minutes.

Non scrivete nel campo grigio. Non scrivete nel campo grigio. Non scrivete nel campo grigio. Non scrivete nel campo grigio.



Foglio per la minuta

A large, empty rectangular box intended for taking minutes.

Non scrivete nel campo grigio. Non scrivete nel campo grigio. Non scrivete nel campo grigio. Non scrivete nel campo grigio.



A) QUESITI BREVI

1. Tre termini successivi di una successione aritmetica sono 11, x e 7. Calcolate x .

(2 punti)

2. Risolvete l'equazione $|x + 7| = 9$.

(2 punti)



3. Scrivete l'espressione $\frac{a^2 \cdot \sqrt{a}}{\left(\frac{1}{a}\right)^2}$ nella forma a^k , dove $k \in \mathbb{Q}$.

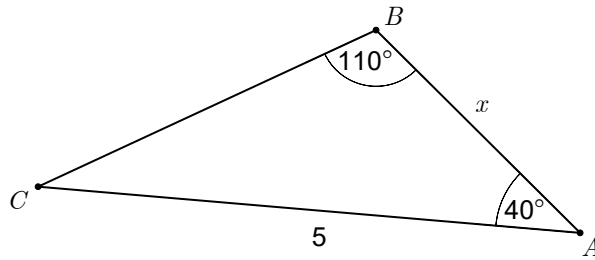
(2 punti)

4. Di quale valore percentuale dobbiamo aumentare il numero 8 per ottenere il 40 % del numero 25?

(3 punti)

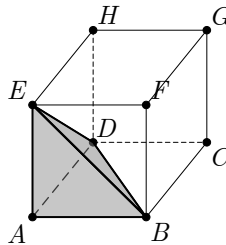


5. Calcolate il lato sconosciuto x del triangolo ABC .



(3 punti)

6. Lo spigolo del cubo $ABCDEFGH$ misura 5. Calcolate il volume della piramide $ABDE$.

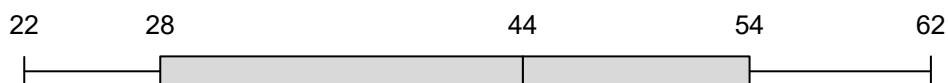


(2 punti)



7. Le due scatole a baffi mostrano la distribuzione delle età di dieci attori e di dieci attrici durante l'assegnazione del premio Oscar per il miglior attore protagonista dall'anno 2010 al 2019.

età delle attrici premiate



età degli attori premiati



Indicate nella tabella la correttezza delle affermazioni elencate.

Metà dei maschi premiati aveva un'età superiore ai 50 anni.	sì	no
La mediana delle età delle femmine premiate è minore della mediana delle età dei maschi premiati.	sì	no
Almeno 5 delle attrici premiate aveva, alla consegna dei premi, meno di 54 anni.	sì	no

(3 punti)

8. Lanciamo contemporaneamente due dadi da gioco. Qual è la probabilità che su almeno un dado esca il sei?

(3 punti)

**B) QUESITI STRUTTURATI BREVI**

1. Sono date la funzione quadratica $f(x) = -2x^2 + 3x - 4$ e la funzione lineare $g(x) = 2x - 4$.
Calcolate le due intersezioni fra i loro grafici.

(6 punti)



2. Completate la tabella 1 scrivendo accanto a ciascuna proposizione il valore 1, se essa è vera, e il valore 0, se essa è falsa. Seguite l'esempio della prima riga.

Proposizione	Proposizione vera/falsa
I numeri primi sono infiniti.	1
$(A \setminus B) \subseteq A$	
Per i due insiemi finiti disgiunti A e B vale $m(A \cup B) = m(A) + m(B)$, dove $m(A)$ è la potenza dell'insieme A .	
Gli elementi dell'insieme potenza sono degli insiemi.	
Per il prodotto cartesiano vale che $A \times B = B \times A$.	

Tabella 1

Sia F una proposizione vera (1), e G invece una proposizione falsa (0). Completate la tabella 2 scrivendo accanto a ciascuna proposizione composta il valore 1, se essa è vera e il valore 0, se essa è falsa. Seguite gli esempi delle prime due righe.

Proposizione	Proposizione vera/falsa
F	1
G	0
$F \wedge G$	
$F \vee G$	
$(F \wedge G) \Rightarrow (F \vee G)$	

Tabella 2

(7 punti)



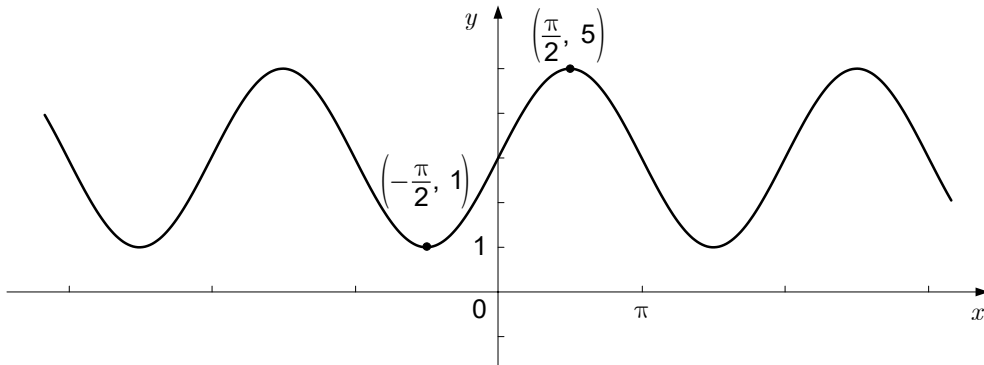
3. Alja e Brina pesano complessivamente 99 kg, mentre Brina e Zoja pesano complessivamente 107 kg. Se Alja e Zoja salgono insieme sulla bilancia, questa indica 110 kg. Quanto pesa ciascuna ragazza? Scrivete la risposta.

(5 punti)



4. Risolvete i due quesiti seguenti:

- 4.1. La figura mostra una parte del grafico della funzione $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ con la dipendenza $f(x) = A \sin x + C$, dove $A, C \in \mathbb{R}$. La funzione f ha il massimo relativo $M = 5$ e il minimo relativo $m = 1$. Determinate i numeri A e C .



(2)

- 4.2. È data la funzione $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ con la dipendenza $g(x) = -2 \sin x + 1$. Calcolate tutte le intersezioni del grafico della funzione g con la retta di equazione $y = 2$.

(5)
(7 punti)

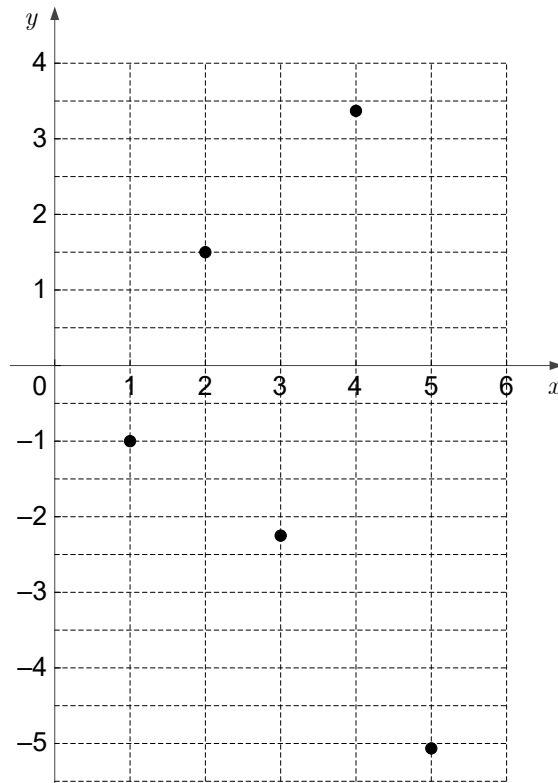


5. In un sistema di coordinate abbiamo i punti $A(5, 1)$ e $B(2, 3)$. Scrivete il vettore \overline{AB} con le coordinate (componenti). Calcolate le coordinate del punto C sulla bisettrice dei quadranti dispari in modo che valga $\overline{AB} \perp \overline{AC}$.

(7 punti)



6. Nel sottostante sistema di coordinate è disegnato il grafico di una successione geometrica infinita di termine generale a_n (i primi cinque termini).



Scrivete i primi due termini della successione.

Calcolate il quinto termine della successione.

Calcolate il più piccolo numero naturale n , per il quale la somma $S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$ sia maggiore di 500 000.

(8 punti)



Pagina di riserva