



Šifra kandidata:
A jelölt kódszáma:

Državni izpitni center



SPOMLADANSKI IZPITNI ROK
TAVASZI VIZSGAIDŐSZAK

Osnovna raven
Alapszint
MATEMATIKA

Izpitna pola 2
2. feladatlap

- A) Kratke naloge / Rövid feladatok
B) Krajše strukturirane naloge / Rövidebb strukturált feladatok

Sobota, 8. junij 2024 / 90 minut (30 + 60)
2024. június 8., szombat / 90 perc (30 + 60)

Dovoljeno gradivo in pripomočki: Kandidat prinese nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko, geometrijsko orodje (šestilo in ravnilo, lahko tudi trikotnik) in računalno.

Priloga s formulami in konceptna lista so na perforiranih listih, ki jih kandidat pazljivo iztrga.

Engedélyezett segédeszközök: A jelölt töltőtollat vagy golyóstollat, ceruzát, radírt, rajzeszközöket (körzőt és vonalzőt, esetleg háromszöget) és számológépet hoz magával.

A képleteket tartalmazó lap és a vázlatkészítéshez mellékelt lap perforált, ezeket a jelölt óvatosan kiszakíthatja.

SPLOŠNA MATURA
ÁLTALÁNOS ÉRETTSÉGI VIZSGA

Navodila kandidatu so na naslednji strani.
A jelöltnak szóló útmutató a következő oldalon olvasható.

Ta pola ima 20 strani, od tega 2 rezervni.
A feladatlap 20 oldalas, ebből 2 tartalék.



NAVODILA KANDIDATU

Pazljivo preberite ta navodila.

Ne odpirajte izpitne pole in ne začenjajte reševati nalog, dokler vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.

Prilepite kodo oziroma vpišite svojo šifro (v okvirček desno zgoraj na prvi strani).

Izpitna pola je sestavljena iz dveh delov, dela A in dela B. Časa za reševanje je 90 minut. Priporočamo vam, da za reševanje dela A porabite 30 minut, za reševanje dela B pa 60 minut.

Izpitna pola vsebuje 8 kratkih nalog v delu A in 6 krajših strukturiranih nalog v delu B. Število točk, ki jih lahko dosežete, je 60, od tega 20 v delu A in 40 v delu B. Za posamezno nalogo je število točk navedeno v izpitni poli. Pri reševanju si lahko pomagate s standardno zbirko zahtevnejših formul na strani 3.

Rešitve pišite z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom v izpitno polo v za to predvideni prostor **znotraj okvirja**. Rišete lahko tudi s svinčnikom. Če se zmotite, napisano prečrtajte in rešitev zapišite na novo. Nečitljivi zapisi in nejasni popravki bodo ocenjeni z 0 točkami. Strani 13 in 20 sta rezervni; uporabite ju le, če vam zmanjka prostora. Jasno označite, katere naloge ste reševali na teh straneh. Osnutki rešitev, ki jih lahko naredite na konceptna lista, se pri ocenjevanju ne upoštevajo.

Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vsemi vmesnimi računi in sklepi. Če ste nalogo reševali na več načinov, jasno označite, katero rešitev naj ocenjevalec oceni.

Zaupajte vase in v svoje zmožnosti. Želimo vam veliko uspeha.

ÚTMUTATÓ A JELŐLTNEK

Figyelmesen olvassa el ezt az útmutatót!

Ne lapozzon, és ne kezdjen a feladatok megoldásába, amíg azt a felügyelő tanár nem engedélyezi!

Ragassza vagy írja be kódszámát (az első oldal jobb felső sarkában levő keretbe)!

A feladatlapon két részből áll, az A és a B részből. A megoldásukra 90 perc áll a rendelkezésére. Azt javasoljuk, hogy az A részre 30 percet, a B részre 60 percet fordítson!

A feladatlapon 8 rövid feladatot tartalmaz az A részben és 6 rövidebb strukturált feladatot a B részben. Összesen 60 pontot érhet el, ebből 20-at az A, és 40-et a B részben. A feladatlapon a feladatok mellett feltüntettük az elérhető pontszámot is. A feladatok megoldásakor használhatja a 4. oldalon található standard képletgyűjteményt.

Válaszait töltőtollal vagy golyóstollal írja a feladatlapon erre kijelölt helyére, **a kereten belülre!** Rajzoláshoz használhat ceruzát is. Ha tévedett, a leírtat húzza át, majd választ írja le újra! Az olvashatatlan megoldásokat és a nem egyértelmű javításokat 0 ponttal értékeljük. A 13. és 20. oldal tartalék; ide csak akkor írjon, ha elfogy a helye. Egyértelműen jelölje meg, melyik feladatok megoldását írta erre az oldalra! A piszkozati lapokra készített vázlatokat az értékelés során nem vesszük figyelembe.

A válasznak tartalmaznia kell a megoldásig vezető műveletsort az összes köztes számítással és következtetéssel együtt. Ha a feladatot többféleképpen oldotta meg, egyértelműen jelölje, melyik megoldást értékelje az értékelő tanár!

Bízzon önmagában és képességeiben! Eredményes munkát kívánunk!

**Formule**

(Vsota in razlika kubov) Za poljubna $a, b \in \mathbb{R}$ velja $a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$.

(Evklidov in višinski izrek) Pravokotni trikotnik ima kateti a in b ter hipotenuzo c . Višina na hipotenuzo je v_c , pravokotna projekcija katete a na hipotenuzo je a_1 , pravokotna projekcija katete b na hipotenuzo pa b_1 . Tedaj velja $a^2 = ca_1$, $b^2 = cb_1$, $v_c^2 = a_1b_1$.

(Polmera trikotniku včrtanega in očrtanega kroga) Trikotnik ima stranice a, b in c , polovica obsega je $s = \frac{a+b+c}{2}$, ploščina je S , polmer danemu trikotniku včrtanega kroga je r in polmer danemu trikotniku očrtanega kroga je R . Tedaj je $r = \frac{S}{s}$ in $R = \frac{abc}{4S}$.

(Heronova formula) Trikotnik ima stranice a, b in c , polovica obsega je $s = \frac{a+b+c}{2}$. Tedaj je njegova ploščina $S = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$.

(Ploščina trikotnika) Naj bodo $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ in $C(x_3, y_3)$ točke v ravnini. Ploščina trikotnika z oglišči A, B in C je $S = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$.

(Krogla) Površina in prostornina krogle s polmerom r sta $P = 4\pi r^2$, $V = \frac{4\pi r^3}{3}$.

(Adicijski izreki) Za poljubna $x, y \in \mathbb{R}$ velja

$$\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \cos x \sin y, \quad \cos(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \sin x \sin y.$$

Za poljubna $x, y \in \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + \pi \cdot k; k \in \mathbb{Z} \right\}$, za katera je $x + y \neq \frac{\pi}{2} + \pi \cdot k$ za poljuben $k \in \mathbb{Z}$ in

$$\tan x \tan y \neq -1, \quad \text{velja} \quad \tan(x \pm y) = \frac{\tan x \pm \tan y}{1 \mp \tan x \tan y}.$$

(Kotne funkcije polovičnih kotov)

$$\text{Za poljuben } x \in \mathbb{R} \text{ velja} \quad \sin^2 \frac{x}{2} = \frac{1 - \cos x}{2}, \quad \cos^2 \frac{x}{2} = \frac{1 + \cos x}{2}.$$

$$\text{Za poljuben } x \in \mathbb{R} \setminus \{ \pi + \pi \cdot 2k; k \in \mathbb{Z} \} \text{ velja} \quad \tan \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}.$$

(Elipsa) Elipsa v ravnini ima polosi a in b ($a > b$), njena linearna ekscentričnost je e , njena numerična ekscentričnost je ε . Tedaj velja $e^2 = a^2 - b^2$, $\varepsilon = \frac{e}{a}$.

(Hiperbola) Hiperbola v ravnini ima realno polos a in imaginarno polos b , njena linearna ekscentričnost je e , njena numerična ekscentričnost je ε . Tedaj velja $e^2 = a^2 + b^2$, $\varepsilon = \frac{e}{a}$.

(Parabola) Parabola v ravnini z enačbo $y^2 = 2px$ ima gorišče v $G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$, enačba premice vodnice dane parabole pa je $x = -\frac{p}{2}$.

(Aritmetično zaporedje) Vsota prvih n členov aritmetičnega zaporedja (a_n) je $S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$.

(Geometrijsko zaporedje) Vsota prvih n členov geometrijskega zaporedja (a_n) s kvocientom $q \in \mathbb{R}$

$$\text{je} \quad S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}, \quad \text{če je } q \neq 1, \text{ in } S_n = na_1, \quad \text{če je } q = 1.$$

(Limiti) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e$ in $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$.



Képletek

(Köbök összege és különbsége) Tetszőleges $a, b \in \mathbb{R}$ esetén fennáll $a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$.

(Euklidesz-tétel (befogótétel) és a magasságtétel) A derékszögű háromszög befogói a és b , az átfogója c . Az átfogóhoz tartozó magasság v_c , az a befogó merőleges vetülete az átfogóra a_1 , a b befogó merőleges vetülete az átfogóra b_1 . Ekkor fennáll: $a^2 = ca_1$, $b^2 = cb_1$, $v_c^2 = a_1b_1$.

(A háromszög beírt és körülírt körének sugara) A háromszög oldalai a , b és c , a félkerület $s = \frac{a+b+c}{2}$, a területe S , az adott háromszög beírt körének sugara r és az adott

háromszög körülírt körének sugara R . Ekkor fennáll: $r = \frac{S}{s}$ és $R = \frac{abc}{4S}$.

(Héron-képlet) A háromszög oldalai a , b és c , a félkerület $s = \frac{a+b+c}{2}$. Ekkor a területe

$$S = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}.$$

(A háromszög területe) Legyenek az $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ és $C(x_3, y_3)$ síkbeli pontok. Az A , B és C csúcsú háromszög területe: $S = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$.

(Gömb) Az r sugarú gömb felszíne és térfogata $P = 4\pi r^2$, $V = \frac{4\pi r^3}{3}$.

(Addíciós tételek) Tetszőleges $x, y \in \mathbb{R}$ esetén fennáll

$$\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \cos x \sin y, \quad \cos(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \sin x \sin y.$$

Tetszőleges $x, y \in \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + \pi \cdot k; k \in \mathbb{Z} \right\}$, amelyre $x + y \neq \frac{\pi}{2} + \pi \cdot k$ tetszőleges $k \in \mathbb{Z}$ és

$$\tan x \tan y \neq -1, \quad \text{fennáll} \quad \tan(x \pm y) = \frac{\tan x \pm \tan y}{1 \mp \tan x \tan y}.$$

(A félszögek szögfüggvényei)

$$\text{Tetszőleges } x \in \mathbb{R} \text{ esetén fennáll} \quad \sin^2 \frac{x}{2} = \frac{1 - \cos x}{2}, \quad \cos^2 \frac{x}{2} = \frac{1 + \cos x}{2}.$$

$$\text{Tetszőleges } x \in \mathbb{R} \setminus \{ \pi + \pi \cdot 2k; k \in \mathbb{Z} \} \text{ esetén fennáll} \quad \tan \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}.$$

(Ellipszis) A síkbeli ellipszis féltengelyei a és b ($a > b$), a lineáris excentricitása e , a numerikus excentricitása ε . Ekkor fennáll: $e^2 = a^2 - b^2$, $\varepsilon = \frac{e}{a}$.

(Hiperbola) A síkbeli hiperbola valós féltengelye a , képzetes féltengelye b , a lineáris

excentricitása e , a numerikus excentricitása ε . Ekkor fennáll: $e^2 = a^2 + b^2$, $\varepsilon = \frac{e}{a}$.

(Parabola) Az $y^2 = 2px$ egyenletű síkbeli parabola $G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$ fókuszponttal, az adott parabola

vezéregyenésének egyenlete $x = -\frac{p}{2}$.

(Számítási sorozat) Az (a_n) számtani sorozat első n elemének összege $S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$.

(Mértani sorozat) A $q \in \mathbb{R}$ hányadosú (a_n) mértani sorozat első n elemének összege

$$S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}, \quad \text{ha } q \neq 1, \quad \text{és} \quad S_n = na_1, \quad \text{ha } q = 1.$$

(Határértékek) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e$ és $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$.

V sivo polje ne pišite. / A szürke mezőbe ne írjon! V sivo polje ne pišite. / A szürke mezőbe ne írjon! V sivo polje ne pišite. / A szürke mezőbe ne írjon!



Konceptni list / *Piszkozati lap*



Konceptni list / *Piszkozati lap*

V sivo polje ne pišite. / A szürke mezőbe ne írjon! V sivo polje ne pišite. / A szürke mezőbe ne írjon! V sivo polje ne pišite. / A szürke mezőbe ne írjon!

V sivo polje ne pišite. / A szürke mezőbe ne írjon! V sivo polje ne pišite. / A szürke mezőbe ne írjon! V sivo polje ne pišite. / A szürke mezőbe ne írjon!



M 2 4 1 4 0 1 1 2 M 0 7

Konceptni list / *Piszkozati lap*



Konceptni list / *Piszkozati lap*

A large, empty rectangular box with a thin black border occupies the central portion of the page, intended for handwritten notes or a concept list.

**A) KRATKE NALOGE / RÖVID FELADATOK**

1. Trije zaporedni členi aritmetičnega zaporedja so 11, x in 7. Izračunajte x .
A számtani sorozat három egymást követő tagja 11, x és 7. Számítsa ki az x értékét!

(2 točki/pont)

2. Rešite enačbo $|x + 7| = 9$.
Oldja meg az $|x + 7| = 9$ egyenletet!

(2 točki/pont)



3. Zapišite izraz $\frac{a^2 \cdot \sqrt{a}}{\left(\frac{1}{a}\right)^2}$ v obliki a^k , kjer je $k \in \mathbb{Q}$.

Írja fel az $\frac{a^2 \cdot \sqrt{a}}{\left(\frac{1}{a}\right)^2}$ kifejezést a^k alakban, ahol $k \in \mathbb{Q}$!

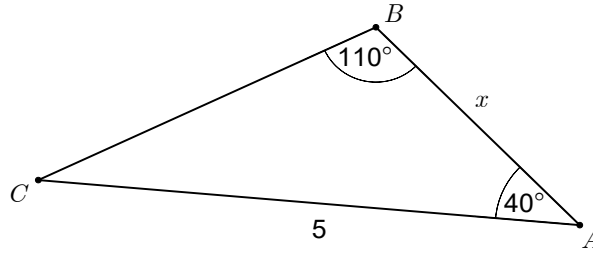
(2 točki/pont)

4. Za koliko odstotkov moramo povečati število 8, da dobimo 40 % števila 25?
Hány százalékkal kell a 8-at megnövelni, hogy a 25-ös szám 40%-át kapjuk?

(3 točke/pont)

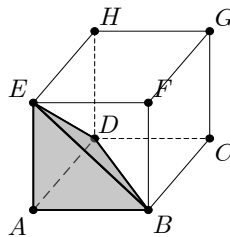


5. Izračunajte neznanu stranico x v trikotniku ABC .
Számítsa ki az ABC háromszög ismeretlen x oldalát!



(3 točke/pont)

6. Rob kocke $ABCDEFGH$ meri 5. Izračunajte prostornino piramide $ABDE$.
Az $ABCDEFGH$ kocka éle 5. Számítsa ki az $ABDE$ gúla térfogatát!

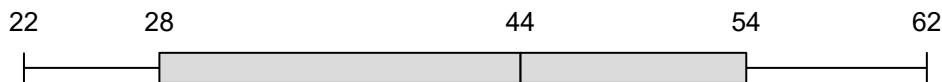


(2 točki/pont)



7. Škatli z brki prikazujeta razporeditev starosti desetih igralk in desetih igralcev ob prejemu nagrade oskar za glavno vlogo med letoma 2010 in 2019.
A dobozdiagramok tíz színésznő és tíz férfi színész életkorának eloszlását szemléltetik a legjobb főszereplőnek járó Oscar-díj átvételekor 2010 és 2019 között.

starost nagrajenih igralk / a díjazott színésznők életkora



starost nagrajenih igralcev / a díjazott férfi színészek életkora



V tabeli označite pravilnost navedenih trditev. / Jelölje a táblázatban a kijelentések helyességét!

Polovica moških nagrajencev je bila starejša od 50 let. <i>A férfi díjazottak fele volt idősebb 50 évnél.</i>	da <i>igen</i>	ne <i>nem</i>
Mediana starosti ženskih nagrajenk je manjša od mediane starosti moških nagrajencev. <i>A női díjazottak életkorának mediánja kisebb a férfi díjazottak életkorának mediánjánál.</i>	da <i>igen</i>	ne <i>nem</i>
Vsaj 5 nagrajenih igralk je bilo ob prejemu nagrade mlajših od 54 let. <i>A női díjazottak közül legalább 5 volt a díjnyeréskor fiatalabb 54 évnél.</i>	da <i>igen</i>	ne <i>nem</i>

(3 točke/pont)

8. Hkrati vržemo dve igralni kocki. Kolikšna je verjetnost, da bo vsaj na eni padla šestica?
Két dobókockával dobunk egyidejűleg. Mekkora a valószínűsége annak, hogy legalább az egyikkel hatost dobunk?

(3 točke/pont)

V sivo polje ne pišite. / A szürke mezőbe ne írjon! V sivo polje ne pišite. / A szürke mezőbe ne írjon! V sivo polje ne pišite. / A szürke mezőbe ne írjon!



Rezervna stran / *Tartalék oldal*

**OBRNITE LIST.
LAPOZZON!**

**B) KRAJŠE STRUKTURIRANE NALOGE / RÖVIDEBB STRUKTURÁLT FELADATOK**

1. Dani sta kvadratna funkcija $f(x) = -2x^2 + 3x - 4$ in linearna funkcija $g(x) = 2x - 4$. Izračunajte presečišči njunih grafov.

Adott az $f(x) = -2x^2 + 3x - 4$ másodfokú függvény és a $g(x) = 2x - 4$ lineáris függvény.

Számítsa ki a grafikonjaik mindkét metszéspontját!

(6 točk/pont)



2. Dopolnite preglednico 1 tako, da k izjavi zapišete 1, če je izjava resnična, in 0, če je izjava neresnična. Glejte prvo vrstico.
Egészítse ki az 1. sz. táblázatot úgy, hogy az igaz kijelentéshez 1-est, a hamis kijelentéshez pedig 0-t ír. Nézze meg az első sor megoldását!

Izjava Kijelentés	Resničnost/neresničnost izjave A kijelentés igazságértéke
Praštevil je neskončno mnogo. Végtelen sok prímszám van.	1
$(A \setminus B) \subseteq A$	
Za disjunktni končni množici A in B velja $m(A \cup B) = m(A) + m(B)$, kjer je z $m(A)$ označena moč množice A . <i>A diszjunkt A és B halmazra fennáll, hogy $m(A \cup B) = m(A) + m(B)$, ahol az $m(A)$ az A halmaz számosságát jelenti.</i>	
Elementi potenčne množice so množice. <i>A hatványhalmaz elemei halmazok.</i>	
Za kartezični produkt velja $A \times B = B \times A$. <i>A Descartes-féle szorzatra fennáll az $A \times B = B \times A$ összefüggés.</i>	

Preglednica 1 / 1. sz. táblázat

- Naj bo izjava F resnična (1), izjava G pa neresnična (0). Dopolnite preglednico 2 tako, da k sestavljeni izjavi zapišete 1, če je sestavljena izjava resnična, in 0, če je sestavljena izjava neresnična. Glejte prvi vrstici.
Legyen az F kijelentés igaz (1), a G kijelentés pedig hamis (0). Egészítse ki a 2. sz. táblázatot úgy, hogy az összetett kijelentéshez 1-est ír, ha a kijelentés igaz, és 0-t, ha a kijelentés hamis. Nézze meg az első két sort!

Izjava Kijelentés	Resničnost/neresničnost izjave A kijelentés igazságértéke
F	1
G	0
$F \wedge G$	
$F \vee G$	
$(F \wedge G) \Rightarrow (F \vee G)$	

Preglednica 2 / 2. sz. táblázat

(7 točk/pont)



3. Alja in Brina skupaj tehtata 99 kg, Brina in Zoja skupaj pa 107 kg. Če na tehtnico skupaj stopita Alja in Zoja, ta pokaže 110 kg. Koliko tehta vsaka od deklet? Zapišite odgovor.
Alja és Brina összesen 99 kg-ot nyom, Brina és Zoja pedig összesen 107 kg-ot. Ha a mérlegre Alja és Zoja állnak rá együtt, akkor 110 kg-ot mutat a kijelző. Mennyi a lányok tömege külön-külön? Válaszát írja le!

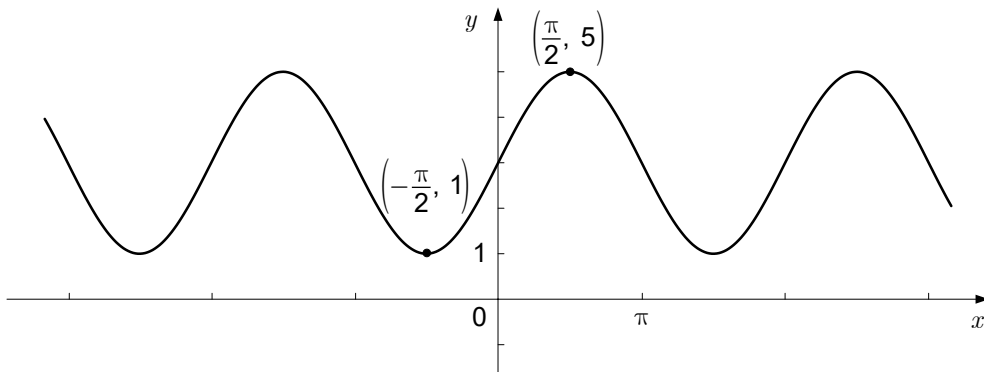
(5 točk/pont)



4. Rešite naslednji dve nalogi / Oldja meg a következő két feladatot:

4.1. Na sliki je del grafa funkcije $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ s predpisom $f(x) = A \sin x + C$, kjer sta $A, C \in \mathbb{R}$. Funkcija f ima lokalni maksimum $M = 5$ in lokalni minimum $m = 1$. Določite števili A in C .

A képen az $f(x) = A \sin x + C$, ahol az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ függvény grafikonjának $A, C \in \mathbb{R}$ része látható. Az f függvény lokális maximuma $M = 5$, lokális minimuma $m = 1$. Határozza meg az A és C számok értékét!



(2)

4.2. Dana je funkcija $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ s predpisom $g(x) = -2 \sin x + 1$. Izračunajte vsa presečišča grafa funkcije g in premice z enačbo $y = 2$.

Adott a $g(x) = -2 \sin x + 1$ hozzárendelési szabállyal megadott $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ függvény.

Számítsa ki a g függvény grafikonjának és az $y = 2$ egyenletű egyenesnek az összes metszéspontját!

(5)

(7 točk/pont)



5. V koordinatnem sistemu imamo točki $A(5, 1)$ in $B(2, 3)$. Zapišite vektor \overline{AB} s koordinatama (komponentama). Izračunajte koordinati točke C na simetrali lih kvadrantov, da bo veljalo $\overline{AB} \perp \overline{AC}$.

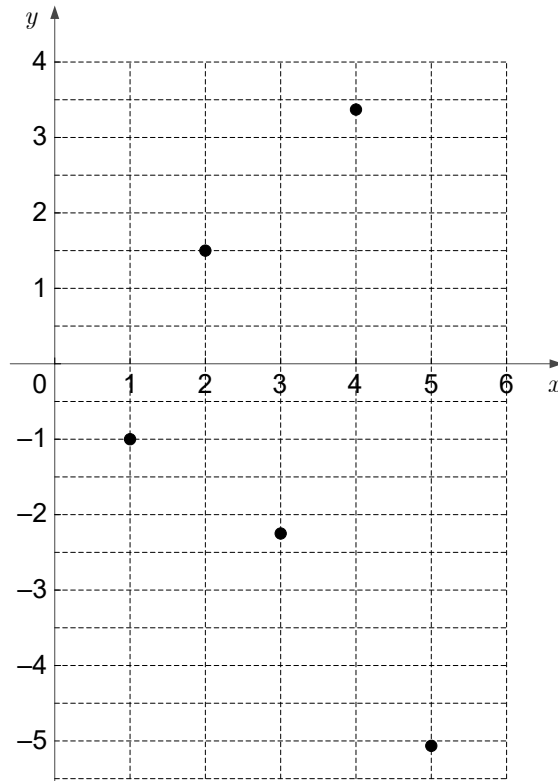
Adott a koordináta-rendszerben az $A(5, 1)$ és $B(2, 3)$ pont. Írja fel az \overline{AB} vektort komponenseivel (koordinátáival)! Számítsa ki a C pont koordinátáit a páratlan síknegyedek szimmetriatengelyén, hogy fennálljon az $\overline{AB} \perp \overline{AC}$!

(7 točk/pont)



6. V koordinatnem sistemu je narisana graf neskončnega geometrijskega zaporedja s splošnim členom a_n (prvih pet členov).

Adott a koordináta-rendszerben az a_n általános tagú végtelen mértani sorozat grafikonja (az első öt tagja).



Zapišite prva dva člena zaporedja. / Írja fel a sorozat első két tagját!

Izračunajte peti člen zaporedja. / Számítsa ki a sorozat ötödik tagját!

Izračunajte najmanjše naravno število n , za katerega je vsota $S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$ večja od 500 000. / Számítsa ki azt a legkisebb n természetes számot, amelyre az $S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$ összeg nagyobb lesz 500 000-nél!

(8 točk/pont)



Rezervna stran / *Tartalék oldal*