



Codice del candidato:

Državni izpitni center



SESSIONE AUTUNNALE

Livello di base
MATEMATICA

≡ Prova d'esame 1 ≡

- A) Quesiti brevi
B) Quesiti strutturati brevi

Lunedì, 26 agosto 2024 / 90 minuti (30 + 60)

Materiali e sussidi consentiti:

Al candidato sono consentiti l'uso della penna stilografica o della penna a sfera, della matita, della gomma, degli strumenti geometrici (un compasso e un righello, anche una squadretta).

Il fascicolo contiene l'allegato con le formule e i due fogli perforati della minuta, che il candidato deve staccare con attenzione.

MATURITÀ GENERALE

INDICAZIONI PER I CANDIDATI

Leggete con attenzione le seguenti indicazioni.

Non aprite la prova d'esame e non iniziate a svolgerla prima del via dell'insegnante preposto.

Nella risoluzione di questa prova d'esame non è consentito l'uso della calcolatrice.

Incollate o scrivete il vostro numero di codice negli spazi appositi su questa pagina in alto a destra.

La prova d'esame si compone di due parti, denominate A e B. Il tempo a disposizione per l'esecuzione dell'intera prova è di 90 minuti: vi consigliamo di dedicare 30 minuti alla risoluzione della parte A, e 60 minuti a quella della parte B.

La parte A della prova d'esame contiene 8 quesiti brevi; la parte B della prova contiene 6 quesiti strutturati brevi. Il punteggio massimo che potete conseguire è di 60 punti, di cui 20 nella parte A e 40 nella parte B. Il punteggio conseguibile in ciascun quesito viene di volta in volta espressamente indicato. Per risolvere i quesiti potete fare uso dell'elenco di formule che trovate a pagina 3.

Scrivete le vostre risposte all'interno della prova, **nei riquadri appositamente previsti**, utilizzando la penna stilografica o la penna a sfera. Potete disegnare con la matita. In caso di errore, tracciate un segno sulla risposta scorretta e scrivete accanto ad essa quella corretta. Alle risposte e alle correzioni scritte in modo illeggibile verranno assegnati 0 punti. Le pagine 13 e 20 sono di riserva e vanno usate solo in caso di carenza di spazio. Qualora le dovete utilizzare, non dimenticate di indicare chiaramente quali quesiti avete risolto su di esse. Utilizzate i fogli della minuta solo per l'impostazione delle soluzioni, in quanto essi non verranno sottoposti a valutazione.

Le risposte devono riportare tutto il procedimento attraverso il quale si giunge alla soluzione, con i calcoli intermedi e le vostre deduzioni. Nel caso in cui un quesito sia stato risolto in più modi, deve essere indicata con chiarezza la soluzione da valutare.

Abbiate fiducia in voi stessi e nelle vostre capacità. Vi auguriamo buon lavoro.

La prova si compone di 20 pagine, di cui 1 vuota e 2 di riserva.

Non scrivete nel campo grigio. Non scrivete nel campo grigio. Non scrivete nel campo grigio. Non scrivete nel campo grigio. Non scrivete nel campo grigio.



M 2 4 2 4 0 1 1 1 0 3

Formule

(Somma e differenza di cubi) Per qualsiasi $a, b \in \mathbb{R}$ vale $a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$.

(Teorema di Euclide e dell'altezza) Il triangolo rettangolo ha i cateti a e b e l'ipotenusa c . L'altezza all'ipotenusa è h_c , la proiezione ortogonale del cateto a all'ipotenusa è a_1 , la proiezione ortogonale del cateto b all'ipotenusa è b_1 . Quindi vale $a^2 = ca_1$, $b^2 = cb_1$, $h_c^2 = a_1b_1$.

(Raggio della circonferenza circoscritta e della circonferenza inscritta a un triangolo) Il triangolo ha i lati a , b e c , il semiperimetro è $p = \frac{a+b+c}{2}$, l'area è A , il raggio della circonferenza inscritta al triangolo dato è r e il raggio della circonferenza circoscritta al triangolo dato è R . Perciò $r = \frac{A}{p}$ e $R = \frac{abc}{4A}$.

(Formula di Erone) Il triangolo ha i lati a , b e c , il semiperimetro è $p = \frac{a+b+c}{2}$. Quindi la sua area è $A = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$.

(Area del triangolo) Siano $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ e $C(x_3, y_3)$ punti nel piano. L'area del triangolo di vertici A , B e C è $A = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$.

(Sfera) L'area della superficie totale e il volume della sfera di raggio r sono $S = 4\pi r^2$, $V = \frac{4\pi r^3}{3}$.

(Teoremi di addizione) Per qualsiasi $x, y \in \mathbb{R}$ vale

$$\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \cos x \sin y, \quad \cos(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \sin x \sin y.$$

Per qualsiasi $x, y \in \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + \pi \cdot k; k \in \mathbb{Z} \right\}$, per i quali $x + y \neq \frac{\pi}{2} + \pi \cdot k$ per qualsiasi $k \in \mathbb{Z}$ e

$$\tan x \tan y \neq -1, \quad \text{vale} \quad \tan(x \pm y) = \frac{\tan x \pm \tan y}{1 \mp \tan x \tan y}.$$

(Formule di bisezione)

$$\text{Per qualsiasi } x \in \mathbb{R} \text{ vale } \sin^2 \frac{x}{2} = \frac{1 - \cos x}{2}, \quad \cos^2 \frac{x}{2} = \frac{1 + \cos x}{2}.$$

$$\text{Per un qualsiasi } x \in \mathbb{R} \setminus \{ \pi + \pi \cdot 2k; k \in \mathbb{Z} \} \text{ vale } \tan \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}.$$

(Ellisse) L'ellisse nel piano ha i semiassi a e b ($a > b$), la sua eccentricità lineare è e , la sua eccentricità numerica è ε . Quindi vale $e^2 = a^2 - b^2$, $\varepsilon = \frac{e}{a}$.

(Iperbole) L'iperbole nel piano ha il semiasse reale a e il semiasse immaginario b , la sua eccentricità lineare è e , la sua eccentricità numerica è ε . Quindi vale $e^2 = a^2 + b^2$, $\varepsilon = \frac{e}{a}$.

(Parabola) Parabola nel piano di equazione $y^2 = 2px$ ha il fuoco in $F\left(\frac{p}{2}, 0\right)$, l'equazione della retta direttrice della parabola data è $x = -\frac{p}{2}$.

(Successione aritmetica) La somma dei primi n termini della successione aritmetica (a_n) è $S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$.

(Successione geometrica) La somma dei primi n termini della successione geometrica (a_n) di ragione $q \in \mathbb{R}$ è $S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}$, se $q \neq 1$, e $S_n = na_1$, se $q = 1$.

(Limiti) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e$ e $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$.



Pagina vuota



Foglio per la minuta



Foglio per la minuta

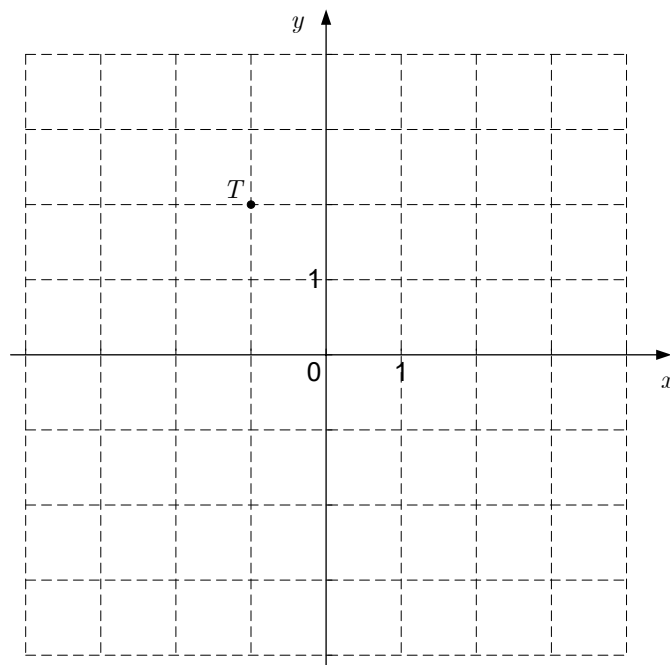




Foglio per la minuta

**A) QUESITI BREVI**

1. È dato il punto $T(-1, 2)$ nel piano (vedi figura). Otteniamo il punto A proiettando il punto T attraverso l'asse delle ascisse, il punto B invece proiettando il punto T attraverso l'asse delle ordinate. Scrivete i punti A e B con le coordinate.



(2 punti)

2. Qual è il più grande numero naturale a due cifre che nella divisione con 13 dà come resto 5?

(2 punti)



3. Risolvete il sistema di equazioni:
- $$\begin{aligned} 2x - y &= 3 \\ -x + 3y &= -19 \end{aligned}$$

(3 punti)

4. Risolvete l'equazione $2^{-5x-1} = 64$.

(3 punti)



5. È data l'espressione algebrica $A = x - 2x\sqrt{y^3 - 4}$. Calcolate A , se $x = 3$ e $y = 2$.

(2 punti)

6. Nell'insieme dei numeri complessi risolvete l'equazione $x^2 - 2x + 2 = 0$.

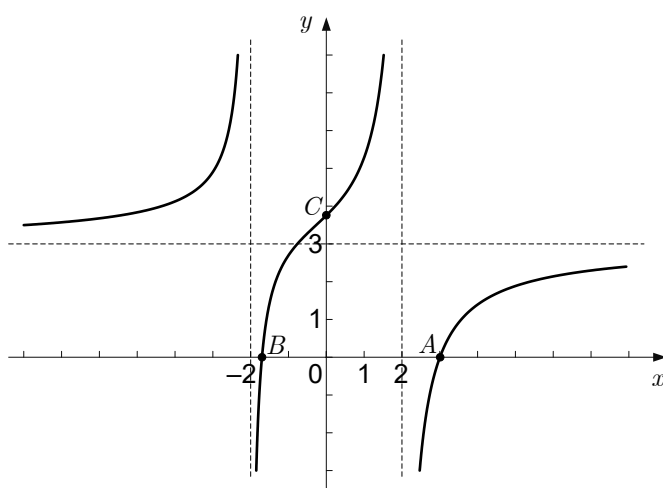
(3 punti)



7. Una gara di tennis è iniziata alle 15.45 ed è terminata lo stesso giorno alle 19.05. Quante ore e quanti minuti è durata la gara? Scrivete la risposta.

(2 punti)

8. I punti A , B e C appartengono al grafico della funzione $f(x) = \frac{(3x+5)(x-3)}{(x+2)(x-2)}$. Il grafico della funzione f è dato nella figura sottostante. Scrivete le coordinate mancanti dei punti A , B e C .



$$A(x_1, 0)$$

$$x_1 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$B(x_2, 0)$$

$$x_2 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$C(0, y_1)$$

$$y_1 = \underline{\hspace{2cm}}$$

(3 punti)

L



0



**B) QUESITI STRUTTURATI BREVI**

1. Nelle tre righe sottostanti sono scritti i termini di tre successioni aritmetiche. Scrivete nelle cornici vuote i termini mancanti di tali successioni. Alla fine di ogni riga scrivete la ragione d della successione relativa alla riga.

$$\begin{array}{ccccccc} 2, & 5, & 8, & 11, & \boxed{} & \dots & d = \boxed{} \\ -5, & \boxed{}, & 3, & 7, & 11 & \dots & d = \boxed{} \\ 11, & \boxed{}, & 1, & \boxed{}, & -9 & \dots & d = \boxed{} \end{array}$$

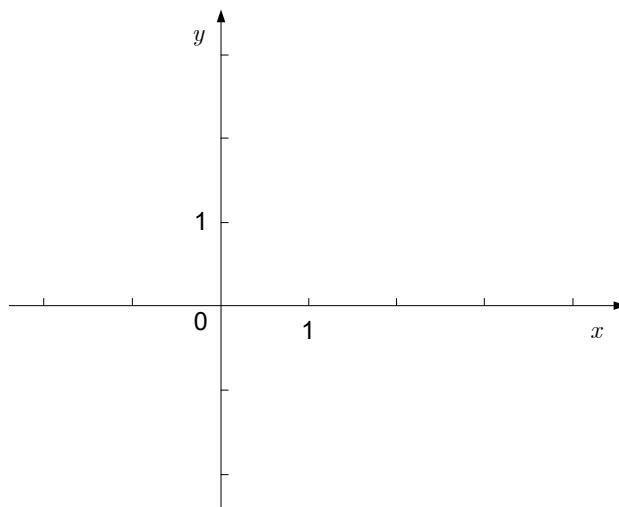
(7 punti)

M 2 4 2 4 0 1 1 1 1 1 5

(7 punti)



3. Sono date le due funzioni $f(x) = \log_2 x + 1$ e $g(x) = -\log_2 x + 7$. Calcolate l'intersezione del grafico della funzione f con l'asse delle ascisse e tracciate il grafico della funzione f . Calcolate l'intersezione dei grafici delle funzioni f e g .



(7 punti)

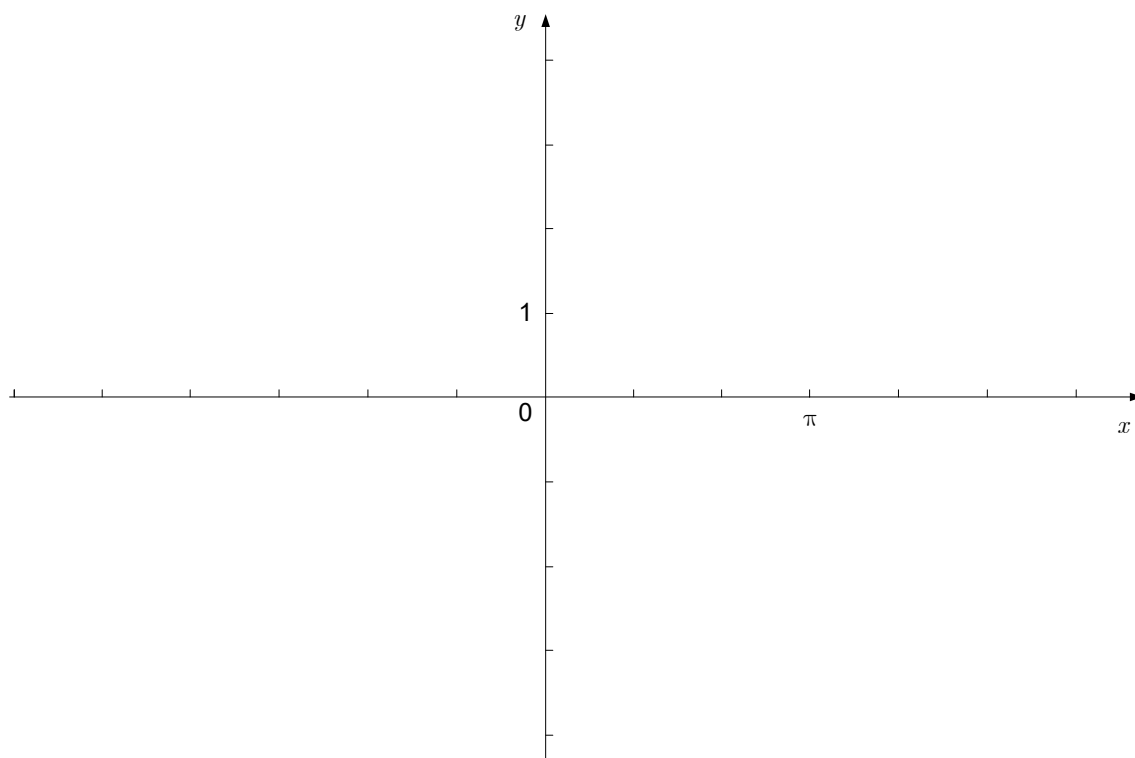


4. Siano $\vec{a}$ e $\vec{b}$ due vettori unitari nel piano che racchiudono l'angolo $\varphi = \frac{\pi}{3}$. Dimostrate che i due vettori $\vec{a} + 2\vec{b}$ e $5\vec{a} - 4\vec{b}$ sono ortogonali.

(5 punti)



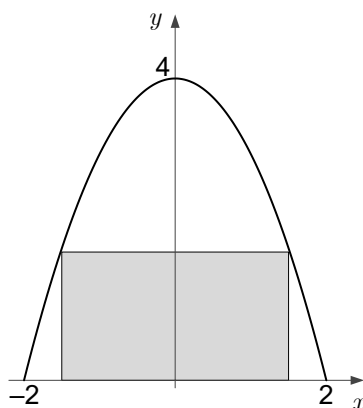
5. È data la funzione $f(x) = 2 \sin x - 1$. Calcolate gli zeri della funzione e tracciate il suo grafico nel sistema di coordinate dato.



(8 punti)



6. Un arco ha la forma di una parabola quadratica. L'arco è alto 4 m, e anche la larghezza alla base misura 4 m. Qual è l'altezza massima che può misurare una cassa di sezione rettangolare e della larghezza di 3 m, per poter essere fatta passare sotto l'arco? Osservate la figura.



(6 punti)



Pagina di riserva