



Š i f r a k a n d i d a t a :
A j e l ö l t k ó d s z á m a :

Državni izpitni center



JESENSKI IZPITNI ROK
ŐSZI VIZSGAIDŐSZAK

Osnovna raven
Alapszint
MATEMATIKA

==== Izpitna pola 1 ====
1. feladatlap

- A) Kratke naloge / Rövid feladatok
B) Krajše strukturirane naloge / Rövidebb strukturált feladatok

Ponedeljek, 26. avgust 2024 / 90 minut (30 + 60)
2024. augusztus 26., hétfő / 90 perc (30 + 60)

Dovoljeno gradivo in pripomočki: Kandidat prinese nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko in geometrijsko orodje (šestilo in ravnilo, lahko tudi trikotnik).

Priloga s formulami in konceptna lista so na perforiranih listih, ki jih kandidat pazljivo iztrga.

Engedélyezett segédeszközök: A jelölt töltőtollat vagy golyóstollat, ceruzát, radírt, rajzeszközöket (körzőt és vonalzó, esetleg háromszöget).

A képleteket tartalmazó lap és a vázlatkészítéshez mellékelt lap perforált, ezeket a jelölt óvatosan kiszakíthatja.

SPLOŠNA MATURA
ÁLTALÁNOS ÉRETTSÉGI VIZSGA

Navodila kandidatu so na naslednji strani.
A jelöltnak szóló útmutató a következő oldalon olvasható.

*Ta pola ima 20 strani, od tega 2 rezervni.
A feladatlap 20 oldalas, ebből 2 tartalék.*



NAVODILA KANDIDATU

Pazljivo preberite ta navodila.

Ne odpirajte izpitne pole in ne začenjajte reševati nalog, dokler vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.

Pri reševanju te izpitne pole uporaba računalna ni dovoljena.

Prilepite kodo oziroma vpišite svojo šifro (v okvirček desno zgoraj na prvi strani).

Izpitna pola je sestavljena iz dveh delov, dela A in dela B. Časa za reševanje je 90 minut. Priporočamo vam, da za reševanje dela A porabite 30 minut, za reševanje dela B pa 60 minut.

Izpitna pola vsebuje 8 kratkih nalog v delu A in 6 krajših strukturiranih nalog v delu B. Število točk, ki jih lahko dosežete, je 60, od tega 20 v delu A in 40 v delu B. Za posamezno nalogo je število točk navedeno v izpitni poli. Pri reševanju si lahko pomagate s standardno zbirko zahtevnejših formul na strani 3.

Rešitve pišite z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom v izpitno polo v za to predvideni prostor **znotraj okvirja**. Rišete lahko tudi s svinčnikom. Če se zmotite, napisano prečrtajte in rešitev zapišite na novo. Nečitljivi zapisi in nejasni popravki bodo ocenjeni z 0 točkami. Strani 13 in 20 sta rezervni; uporabite ju le, če vam zmanjka prostora. Jasno označite, katere naloge ste reševali na teh straneh. Osnutki rešitev, ki jih lahko naredite na konceptna lista, se pri ocenjevanju ne upoštevajo.

Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vsemi vmesnimi računi in sklepi. Če ste nalogo reševali na več načinov, jasno označite, katero rešitev naj ocenjevalec oceni.

Zaupajte vase in v svoje zmožnosti. Želimo vam veliko uspeha.

ÚTMUTATÓ A JELÖLTNEK

Figyelmesen olvassa el ezt az útmutatót!

Ne lapozzon, és ne kezdjen a feladatok megoldásába, amíg azt a felügyelő tanár nem engedélyezi!

E feladatlap megoldása során számológép nem alkalmazható.

Ragassza vagy írja be kódszámát (az első oldal jobb felső sarkában levő keretbe)!

A feladatlap két részből áll, az A és a B részből. A megoldásukra 90 perc áll a rendelkezésére. Azt javasoljuk, hogy az A részre 30 percet, a B részre 60 percet fordítson!

A feladatlap 8 rövid feladatot tartalmaz az A részben és 6 rövidebb strukturált feladatot a B részben. Összesen 60 pontot érhet el, ebből 20-at az A, és 40-et a B részben. A feladatlapban a feladatok mellett feltüntetettük az elérhető pontszámot is. A feladatok megoldásakor használhatja a 4. oldalon található standard képletgyűjteményt.

Válaszait töltőtollal vagy golyóstollal írja a feladatlap erre kijelölt helyére, **a kereten belülre!** Rajzoláshoz használhat ceruzát is. Ha tévedett, a leírtat húzza át, majd választát írja le újra! Az olvashatatlan megoldásokat és a nem egyértelmű javításokat 0 ponttal értékeljük. A 13. és 20. oldal tartalék; ide csak akkor írjon, ha elfogy a helye. Egyértelműen jelölje meg, melyik feladatok megoldását írta erre az oldalra! A piszkozati lapokra készített vázlatokat az értékelés során nem vesszük figyelembe.

A válasznak tartalmaznia kell a megoldásig vezető műveletsort az összes köztes számítással és következtetéssel együtt. Ha a feladatot többféleképpen oldotta meg, egyértelműen jelölje, melyik megoldást értékelje az értékelő tanár!

Bízzon önmagában és képességeiben! Eredményes munkát kívánunk!

**Formule**

(Vsota in razlika kubov) Za poljubna $a, b \in \mathbb{R}$ velja $a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$.

(Evklidov in višinski izrek) Pravokotni trikotnik ima kateti a in b ter hipotenuzo c . Višina na hipotenuzo je v_c , pravokotna projekcija katete a na hipotenuzo je a_1 , pravokotna projekcija katete b na hipotenuzo pa b_1 . Tedaj velja $a^2 = ca_1$, $b^2 = cb_1$, $v_c^2 = a_1b_1$.

(Polmera trikotniku včrtanega in očrtanega kroga) Trikotnik ima stranice a, b in c , polovica obsega je $s = \frac{a+b+c}{2}$, ploščina je S , polmer danemu trikotniku včrtanega kroga je r in polmer danemu trikotniku očrtanega kroga je R . Tedaj je $r = \frac{S}{s}$ in $R = \frac{abc}{4S}$.

(Heronova formula) Trikotnik ima stranice a, b in c , polovica obsega je $s = \frac{a+b+c}{2}$. Tedaj je njegova ploščina $S = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$.

(Ploščina trikotnika) Naj bodo $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ in $C(x_3, y_3)$ točke v ravnini. Ploščina trikotnika z oglišči A, B in C je $S = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$.

(Krogla) Površina in prostornina krogle s polmerom r sta $P = 4\pi r^2$, $V = \frac{4\pi r^3}{3}$.

(Adicijski izreki) Za poljubna $x, y \in \mathbb{R}$ velja

$$\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \cos x \sin y, \quad \cos(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \sin x \sin y.$$

Za poljubna $x, y \in \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + \pi \cdot k; k \in \mathbb{Z} \right\}$, za katera je $x + y \neq \frac{\pi}{2} + \pi \cdot k$ za poljuben $k \in \mathbb{Z}$ in

$$\tan x \tan y \neq -1, \text{ velja } \tan(x \pm y) = \frac{\tan x \pm \tan y}{1 \mp \tan x \tan y}.$$

(Kotne funkcije polovičnih kotov)

$$\text{Za poljuben } x \in \mathbb{R} \text{ velja } \sin^2 \frac{x}{2} = \frac{1 - \cos x}{2}, \quad \cos^2 \frac{x}{2} = \frac{1 + \cos x}{2}.$$

$$\text{Za poljuben } x \in \mathbb{R} \setminus \{\pi + \pi \cdot 2k; k \in \mathbb{Z}\} \text{ velja } \tan \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}.$$

(Elipsa) Elipsa v ravnini ima polos a in b ($a > b$), njena linearna ekscentričnost je e , njena numerična ekscentričnost je ε . Tedaj velja $e^2 = a^2 - b^2$, $\varepsilon = \frac{e}{a}$.

(Hiperbola) Hiperbola v ravnini ima realno polos a in imaginarno polos b , njena linearna ekscentričnost je e , njena numerična ekscentričnost je ε . Tedaj velja $e^2 = a^2 + b^2$, $\varepsilon = \frac{e}{a}$.

(Parabola) Parabola v ravnini z enačbo $y^2 = 2px$ ima gorišče v $G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$, enačba premice vodnice dane parabole pa je $x = -\frac{p}{2}$.

(Aritmetično zaporedje) Vsota prvih n členov aritmetičnega zaporedja (a_n) je $S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$.

(Geometrijsko zaporedje) Vsota prvih n členov geometrijskega zaporedja (a_n) s kvocientom $q \in \mathbb{R}$

$$\text{je } S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}, \text{ če je } q \neq 1, \text{ in } S_n = na_1, \text{ če je } q = 1.$$

(Limiti) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e$ in $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$.



Képletek

(Köbök összege és különbsége) Tetszőleges $a, b \in \mathbb{R}$ esetén fennáll $a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$.

(Euklidesz-tétel (befogótétel) és a magasságtétel) A derékszögű háromszög befogói a és b , az átfogója c . Az átfogóhoz tartozó magasság v_c , az a befogó merőleges vetülete az átfogóra a_1 , a befogó merőleges vetülete az átfogóra b_1 . Ekkor fennáll: $a^2 = ca_1$, $b^2 = cb_1$, $v_c^2 = a_1b_1$.

(A háromszög beírt és körülírt körének sugara) A háromszög oldalai a , b és c , a félkerület

$$s = \frac{a+b+c}{2}, \text{ a területe } S, \text{ az adott háromszög beírt körének sugara } r \text{ és az adott}$$

$$\text{háromszög körülírt körének sugara } R. \text{ Ekkor fennáll: } r = \frac{S}{s} \text{ és } R = \frac{abc}{4S}.$$

(Héron-képlet) A háromszög oldalai a , b és c , a félkerület $s = \frac{a+b+c}{2}$. Ekkor a területe

$$S = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}.$$

(A háromszög területe) Legyenek az $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ és $C(x_3, y_3)$ síkbeli pontok. Az A , B

$$\text{és } C \text{ csúcsú háromszög területe: } S = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|.$$

(Gömb) Az r sugarú gömb felszíne és térfogata $P = 4\pi r^2$, $V = \frac{4\pi r^3}{3}$.

(Addíciós tételek) Tetszőleges $x, y \in \mathbb{R}$ esetén fennáll

$$\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \cos x \sin y, \quad \cos(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \sin x \sin y.$$

Tetszőleges $x, y \in \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + \pi \cdot k; k \in \mathbb{Z} \right\}$, amelyre $x + y \neq \frac{\pi}{2} + \pi \cdot k$ tetszőleges $k \in \mathbb{Z}$ és

$$\tan x \tan y \neq -1, \text{ fennáll } \tan(x \pm y) = \frac{\tan x \pm \tan y}{1 \mp \tan x \tan y}.$$

(A félszögek szögfüggvényei)

$$\text{Tetszőleges } x \in \mathbb{R} \text{ esetén fennáll } \sin^2 \frac{x}{2} = \frac{1 - \cos x}{2}, \quad \cos^2 \frac{x}{2} = \frac{1 + \cos x}{2}.$$

$$\text{Tetszőleges } x \in \mathbb{R} \setminus \{ \pi + \pi \cdot 2k; k \in \mathbb{Z} \} \text{ esetén fennáll } \tan \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}.$$

(Ellipszis) A síkbeli ellipszis féltengelyei a és b ($a > b$), a lineáris excentricitása e , a numerikus excentricitása ε . Ekkor fennáll: $e^2 = a^2 - b^2$, $\varepsilon = \frac{e}{a}$.

(Hiperbola) A síkbeli hiperbola valós féltengelye a , képzetes féltengelye b , a lineáris

$$\text{excentricitása } e, \text{ a numerikus excentricitása } \varepsilon. \text{ Ekkor fennáll: } e^2 = a^2 + b^2, \quad \varepsilon = \frac{e}{a}.$$

(Parabola) Az $y^2 = 2px$ egyenletű síkbeli parabola $G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$ fókuszponttal, az adott parabola

$$\text{vezéregyenesének egyenlete } x = -\frac{p}{2}.$$

(Számítási sorozat) Az (a_n) számtani sorozat első n elemének összege $S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$.

(Mértani sorozat) A $q \in \mathbb{R}$ hányadosú (a_n) mértani sorozat első n elemének összege

$$S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}, \text{ ha } q \neq 1, \text{ és } S_n = na_1, \text{ ha } q = 1.$$

(Határértékek) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e$ és $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$.

V sivo polje ne pišite. / A szürke mezőbe ne írjon! V sivo polje ne pišite. / A szürke mezőbe ne írjon! V sivo polje ne pišite. / A szürke mezőbe ne írjon!



Konceptni list / *Piszkozati lap*



M 2 4 2 4 0 1 1 1 M 0 6

Konceptni list / *Piszkozati lap*

V sivo polje ne pišite. / A szürke mezőbe ne írjon! V sivo polje ne pišite. / A szürke mezőbe ne írjon! V sivo polje ne pišite. / A szürke mezőbe ne írjon!



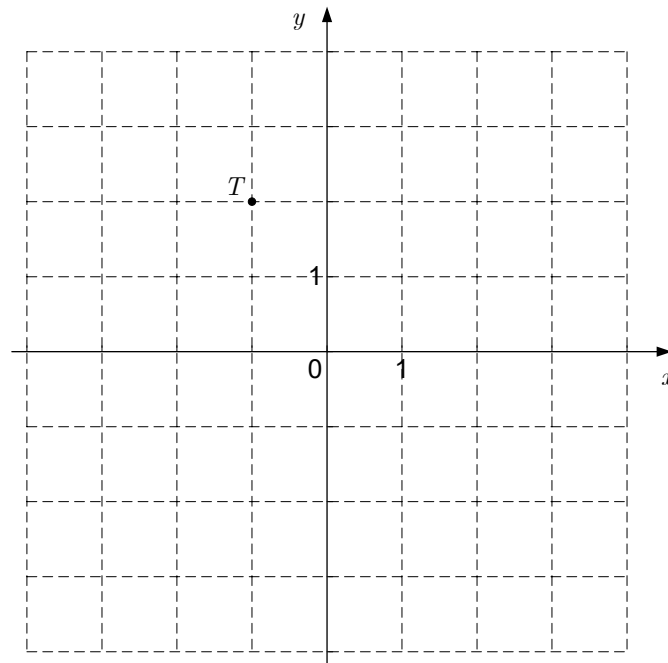
Konceptni list / *Piszkozati lap*

**Konceptni list / *Piszkozati lap***

**A) KRATKE NALOGE / RÖVID FELADATOK**

1. V ravnini je dana točka $T(-1, 2)$ (gl. sliko). Točko A dobimo tako, da točko T prezrcalimo čez abscisno os, točko B pa tako, da točko T prezrcalimo čez ordinatno os. Zapišite točki A in B s koordinatami.

Adott a síkban a $T(-1, 2)$ pont (lásd a képet). Az A pontot a T pont abszcisszatengelyre történő tükrözésével, a B pontot pedig a T pont ordinátatengelyre történő tükrözésével kapjuk meg. Írja fel az A és B pontot a koordinátáival!



(2 točki/pont)

2. Katero je največje dvomestno naravno število, ki da pri deljenju s 13 ostane 5?
Melyik az a legnagyobb kétjegyű természetes szám, amely 13-mal elosztva az 5 maradékot adja?

(2 točki/pont)



3. Rešite sistem enačb:

Oldja meg az egyenletrendszer!

$$2x - y = 3$$

$$-x + 3y = -19$$

(3 točke/pont)

4. Rešite enačbo $2^{-5x-1} = 64$.

Oldja meg a $2^{-5x-1} = 64$ egyenletet!

(3 točke/pont)



5. Dan je algebrski izraz $A = x - 2x\sqrt{y^3 - 4}$. Izračunajte A , če je $x = 3$ in $y = 2$.

Adott az $A = x - 2x\sqrt{y^3 - 4}$ algebrai kifejezés. Számítsa ki az A -t, ha $x = 3$ és $y = 2$!

(2 točki/pont)

6. V množici kompleksnih števil rešite enačbo $x^2 - 2x + 2 = 0$.

Oldja meg az $x^2 - 2x + 2 = 0$ egyenletet a komplex számok halmazán!

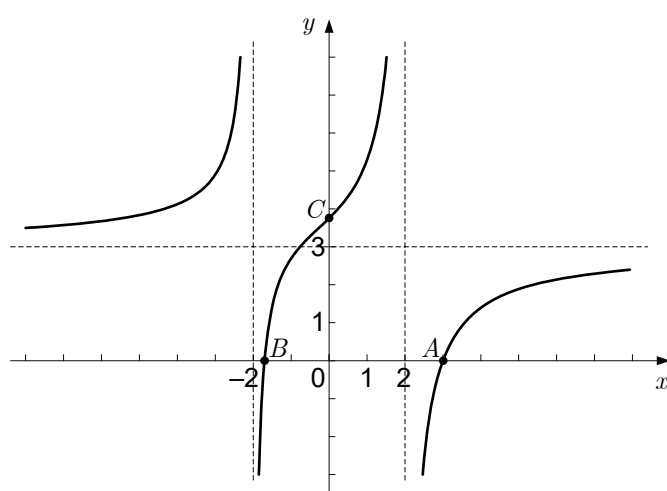
(3 točke/pont)



7. Teniški dvoboj se je začel ob 15.45 in se končal isti dan ob 19.05. Koliko ur in koliko minut je trajal dvoboj? Zapišite odgovor.
A teniszmeccs 15.45-kor kezdődött, és ugyanazon a napon 19.05-kor ért véget. Hány óra és hány perces volt a meccs? A választ írja le!

(2 točki/pont)

8. Točke A , B in C ležijo na grafu funkcije $f(x) = \frac{(3x+5)(x-3)}{(x+2)(x-2)}$. Graf funkcije f je na spodnji sliki. Zapišite manjkajoče koordinate točk A , B in C .
 Az A , B és C pont illeszkedik az $f(x) = \frac{(3x+5)(x-3)}{(x+2)(x-2)}$ függvény grafikonjára. Az f függvény grafikonja az alábbi képen látható. Írja fel az A , B és C pont hiányzó koordinátáit!



$A(x_1, 0)$

$x_1 = \underline{\hspace{2cm}}$

$B(x_2, 0)$

$x_2 = \underline{\hspace{2cm}}$

$C(0, y_1)$

$y_1 = \underline{\hspace{2cm}}$

(3 točke/pont)

V sivo polje ne pišite. / A szürke mezőbe ne írjon!



Rezervna stran / *Tartalék oldal*

**OBRNITE LIST.
LAPOZZON!**

**B) KRAJŠE STRUKTURIRANE NALOGE / RÖVIDEBB STRUKTURÁLT FELADATOK**

1. V spodnjih treh vrsticah so zapisani členi treh aritmetičnih zaporedij. V prazne okvirčke zapišite manjkajoče člene teh zaporedij. Na koncu vsake vrstice zapišite diferenco d zaporedja te vrstice. *Az alábbi három sorban három számtani sorozat tagjait írták fel. Írja be az üres keretekbe a sorozatok hiányzó tagjait! Minden sor végére írja be a sorban található sorozat d különbségét!*

$$2, \quad 5, \quad 8, \quad 11, \quad \boxed{} \quad \dots \quad d = \boxed{}$$

$$-5, \quad \boxed{}, \quad 3, \quad 7, \quad 11 \quad \dots \quad d = \boxed{}$$

$$11, \quad \boxed{}, \quad 1, \quad \boxed{}, \quad -9 \quad \dots \quad d = \boxed{}$$

(7 točk/pont)



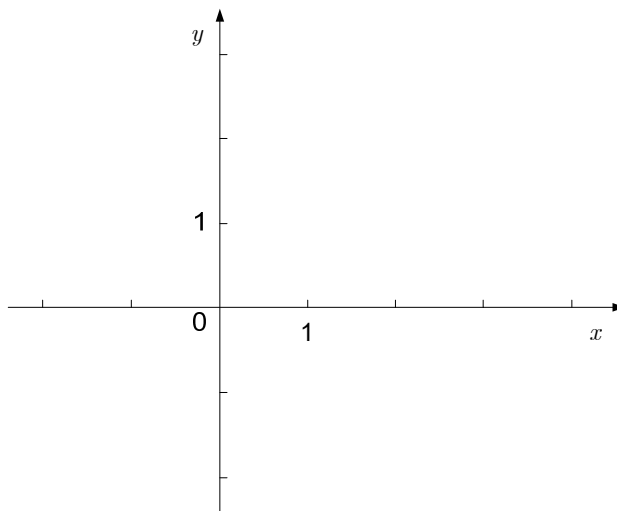
2. Izraza $x^4 + 2x^3 - 3x^2 - 6x$ in $x^4 + 5x^2 - 36$ v realnem razstavite na nerazcepne faktorje.

Alakítsa tovább nem bontható tényezők szorzatává az $x^4 + 2x^3 - 3x^2 - 6x$ és $x^4 + 5x^2 - 36$ kifejezéseket a valós számok halmazán!

(7 točk/pont)



3. Dani sta funkciji $f(x) = \log_2 x + 1$ in $g(x) = -\log_2 x + 7$. Izračunajte presečišče grafa funkcije f z abscisno osjo in narišite graf funkcije f . Izračunajte presečišče grafov funkcij f in g .
Adott az $f(x) = \log_2 x + 1$ és $g(x) = -\log_2 x + 7$ függvény. Számítsa ki az f függvény metszéspontját az abszcisszatengellyel, és ábrázolja az f függvény grafikonját! Számítsa ki az f és g függvény grafikonjának metszéspontját!



(7 točk/pont)



4. Naj bosta $\vec{a}$ in $\vec{b}$ enotska vektorja v ravnini, ki oklepata kot $\varphi = \frac{\pi}{3}$. Pokažite, da sta vektorja $\vec{a} + 2\vec{b}$ in $5\vec{a} - 4\vec{b}$ pravokotna.

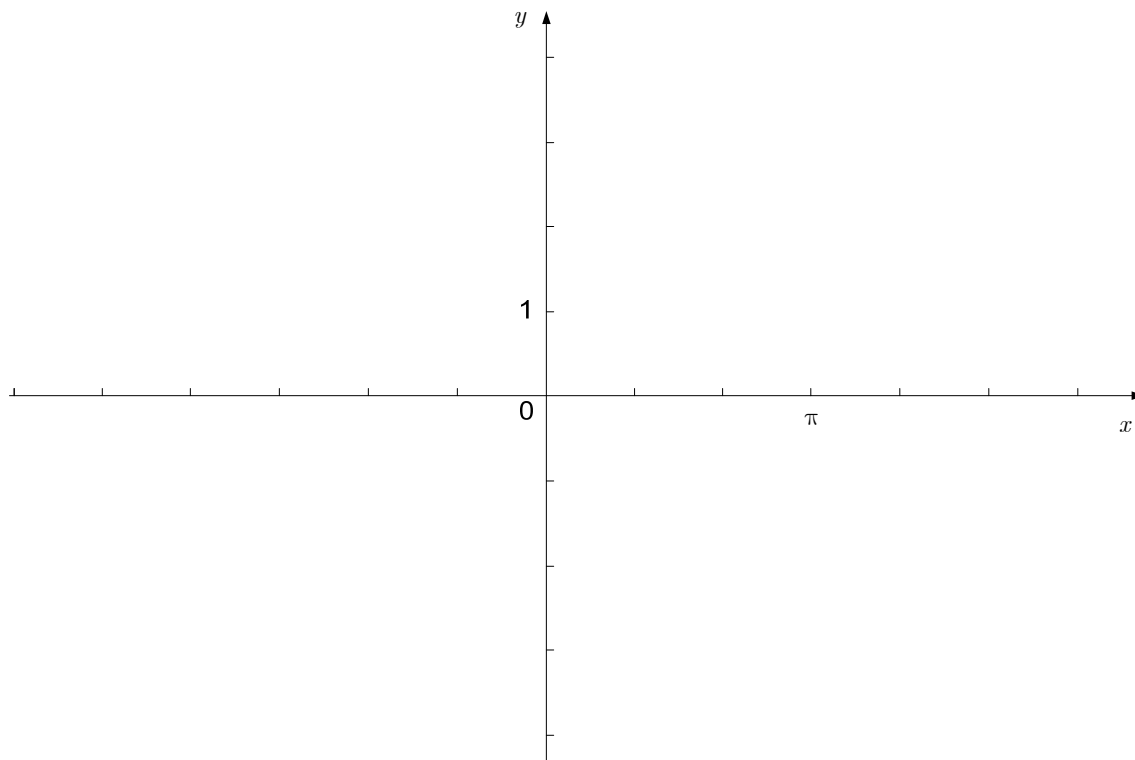
Legyen $\vec{a}$ és $\vec{b}$ a sík két egységvektora, hajlásszögük $\varphi = \frac{\pi}{3}$. Mutassa meg, hogy az $\vec{a} + 2\vec{b}$ és $5\vec{a} - 4\vec{b}$ vektor merőleges egymásra!

(5 točk/pont)



5. Dana je funkcija $f(x) = 2\sin x - 1$. Izračunajte ničle funkcije in narišite njen graf v dani koordinatni sistem.

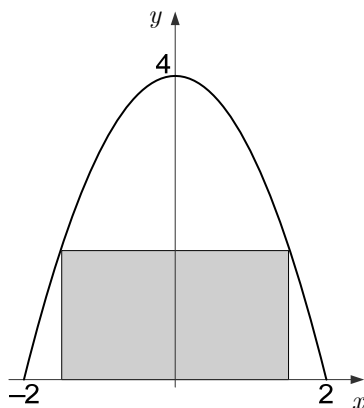
Adott az $f(x) = 2\sin x - 1$ függvény. Számítsa ki a függvény zérushelyeit, és ábrázolja a grafikonját a megadott koordináta-rendszerben!



(8 točk/pont)



6. Obok ima obliko kvadratne parabole. Visok je 4 m, pa tudi njegova širina ob dnu meri 4 m. Koliko največ lahko meri v višino zaboj s pravokotnim prerezom in širino 3 m, da ga bomo lahko potisnili pod obokom? Glejte sliko.
- A boltív négyzetes parabola alakú. Magassága 4 m, és az alján a szélessége is 4 m. Legfeljebb milyen magasságú lehet az a téglalap keresztmetszetű doboz, amelynek szélessége 3 m, hogy azt áttolhassuk a boltív alatt? Nézze meg a képet!*



(6 točk/pont)



Rezervna stran / *Tartalék oldal*