



Codice del candidato:

Državni izpitni center



SESSIONE AUTUNNALE

Livello di base

MATEMATICA

Prova d'esame 2

- A) Quesiti brevi
B) Quesiti strutturati brevi

Lunedì, 26 agosto 2024 / 90 minuti (30 + 60)

Materiali e sussidi consentiti:

Al candidato sono consentiti l'uso della penna stilografica o della penna a sfera, della matita, della gomma, degli strumenti geometrici (un compasso e un righello, anche una squadretta) e la calcolatrice. Il fascicolo contiene l'allegato con le formule e i due fogli perforati della minuta, che il candidato deve staccare con attenzione.

MATURITÀ GENERALE

INDICAZIONI PER I CANDIDATI

Leggete con attenzione le seguenti indicazioni.

Non aprite la prova d'esame e non iniziate a svolgerla prima del via dell'insegnante preposto.

Incollate o scrivete il vostro numero di codice negli spazi appositi su questa pagina in alto a destra.

La prova d'esame si compone di due parti, denominate A e B. Il tempo a disposizione per l'esecuzione dell'intera prova è di 90 minuti: vi consigliamo di dedicare 30 minuti alla risoluzione della parte A, e 60 minuti a quella della parte B.

La parte A della prova d'esame contiene 8 quesiti brevi; la parte B della prova contiene 6 quesiti strutturati brevi. Il punteggio massimo che potete conseguire è di 60 punti, di cui 20 nella parte A e 40 nella parte B. Il punteggio conseguibile in ciascun quesito viene di volta in volta espressamente indicato. Per risolvere i quesiti potete fare uso dell'elenco di formule che trovate a pagina 3.

Scrivete le vostre risposte all'interno della prova, **nei riquadri appositamente previsti**, utilizzando la penna stilografica o la penna a sfera. Potete disegnare con la matita. In caso di errore, tracciate un segno sulla risposta scorretta e scrivete accanto ad essa quella corretta. Alle risposte e alle correzioni scritte in modo illeggibile verranno assegnati 0 punti. Le pagine 13 e 20 sono di riserva e vanno usate solo in caso di carenza di spazio. Qualora le doveste utilizzare, non dimenticate di indicare chiaramente quali quesiti avete risolto su di esse. Utilizzate i fogli della minuta solo per l'impostazione delle soluzioni, in quanto essi non verranno sottoposti a valutazione.

Le risposte devono riportare tutto il procedimento attraverso il quale si giunge alla soluzione, con i calcoli intermedi e le vostre deduzioni. Nel caso in cui un quesito sia stato risolto in più modi, deve essere indicata con chiarezza la soluzione da valutare.

Abbiate fiducia in voi stessi e nelle vostre capacità. Vi auguriamo buon lavoro.

La prova si compone di 20 pagine, di cui 1 vuota e 2 di riserva.

Non scrivete nel campo grigio. Non scrivete nel campo grigio. Non scrivete nel campo grigio. Non scrivete nel campo grigio. Non scrivete nel campo grigio.



M 2 4 2 4 0 1 1 2 1 0 3

Formule

(Somma e differenza di cubi) Per qualsiasi $a, b \in \mathbb{R}$ vale $a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$.

(Teorema di Euclide e dell'altezza) Il triangolo rettangolo ha i cateti a e b e l'ipotenusa c . L'altezza all'ipotenusa è h_c , la proiezione ortogonale del cateto a all'ipotenusa è a_1 , la proiezione ortogonale del cateto b all'ipotenusa è b_1 . Quindi vale $a^2 = ca_1$, $b^2 = cb_1$, $h_c^2 = a_1b_1$.

(Raggio della circonferenza circoscritta e della circonferenza inscritta a un triangolo) Il triangolo ha i lati a , b e c , il semiperimetro è $p = \frac{a+b+c}{2}$, l'area è A , il raggio della circonferenza inscritta al triangolo dato è r e il raggio della circonferenza circoscritta al triangolo dato è R .

$$\text{Perciò } r = \frac{A}{p} \text{ e } R = \frac{abc}{4A}.$$

(Formula di Erone) Il triangolo ha i lati a , b e c , il semiperimetro è $p = \frac{a+b+c}{2}$. Quindi la sua area

$$\text{è } A = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}.$$

(Area del triangolo) Siano $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ e $C(x_3, y_3)$ punti nel piano. L'area del triangolo di

$$\text{vertici } A, B \text{ e } C \text{ è } A = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|.$$

(Sfera) L'area della superficie totale e il volume della sfera di raggio r sono $S = 4\pi r^2$, $V = \frac{4\pi r^3}{3}$.

(Teoremi di addizione) Per qualsiasi $x, y \in \mathbb{R}$ vale

$$\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \cos x \sin y, \quad \cos(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \sin x \sin y.$$

Per qualsiasi $x, y \in \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + \pi \cdot k; k \in \mathbb{Z} \right\}$, per i quali $x + y \neq \frac{\pi}{2} + \pi \cdot k$ per qualsiasi $k \in \mathbb{Z}$ e

$$\tan x \tan y \neq -1, \text{ vale } \tan(x \pm y) = \frac{\tan x \pm \tan y}{1 \mp \tan x \tan y}.$$

(Formule di bisezione)

$$\text{Per qualsiasi } x \in \mathbb{R} \text{ vale } \sin^2 \frac{x}{2} = \frac{1 - \cos x}{2}, \quad \cos^2 \frac{x}{2} = \frac{1 + \cos x}{2}.$$

$$\text{Per un qualsiasi } x \in \mathbb{R} \setminus \{ \pi + \pi \cdot 2k; k \in \mathbb{Z} \} \text{ vale } \tan \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}.$$

(Ellisse) L'ellisse nel piano ha i semiassi a e b ($a > b$), la sua eccentricità lineare è e , la sua eccentricità numerica è ε . Quindi vale $e^2 = a^2 - b^2$, $\varepsilon = \frac{e}{a}$.

(Iperbole) L'iperbole nel piano ha il semiasse reale a e il semiasse immaginario b , la sua eccentricità lineare è e , la sua eccentricità numerica è ε . Quindi vale $e^2 = a^2 + b^2$, $\varepsilon = \frac{e}{a}$.

(Parabola) Parabola nel piano di equazione $y^2 = 2px$ ha il fuoco in $F\left(\frac{p}{2}, 0\right)$, l'equazione della retta direttrice della parabola data è $x = -\frac{p}{2}$.

(Successione aritmetica) La somma dei primi n termini della successione aritmetica (a_n) è

$$S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n).$$

(Successione geometrica) La somma dei primi n termini della successione geometrica (a_n) di

$$\text{ragione } q \in \mathbb{R} \text{ è } S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}, \text{ se } q \neq 1, \text{ e } S_n = na_1, \text{ se } q = 1.$$

(Limiti) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e$ e $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$.



Pagina vuota



Foglio per la minuta

**Foglio per la minuta**



Foglio per la minuta

**Foglio per la minuta**



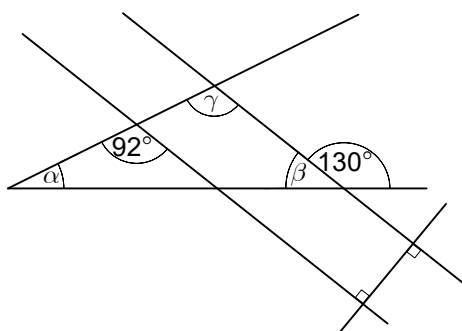
M 2 4 2 4 0 1 1 2 1 0 9

A) QUESITI BREVI

1. È data la successione con il termine generale $a_n = \frac{6-2n}{3n+1}$. Calcolate i primi quattro termini di tale successione.

(2 punti)

2. Scrivete le ampiezze degli angoli α , β e γ .

 $\alpha =$ _____ $\beta =$ _____ $\gamma =$ _____

(3 punti)



3. Il volume di un cubo è di $32,768 \text{ cm}^3$. Calcolate la lunghezza dello spigolo del cubo.

(2 punti)

4. In dieci lanci successivi di un dado da gioco sono usciti i seguenti numeri:

4, 3, 1, 3, 5, 6, 4, 3, 2, 6

Scrivete la media aritmetica e la mediana dei numeri usciti.

Media aritmetica: _____

Mediana: _____

(2 punti)



5. Nel triangolo ABC gli angoli misurano $\sphericalangle BAC = 31^\circ$ e $\sphericalangle ABC = 45^\circ$, un lato misura $b = 5$ cm. Calcolate il lato $a = |BC|$ di tale triangolo. Scrivete il risultato a due cifre decimali.

(3 punti)

6. In una scatola ci sono 5 palline bianche e 7 palline azzurre. Scegliamo a caso una pallina. Calcolate la probabilità dell'evento A , che sia stata scelta una pallina azzurra. Nell'espressione impostata scrivete il numeratore e il denominatore.

$$P(A) = \frac{\boxed{}}{\boxed{}}$$

(2 punti)



7. Gli spigoli di base di un parallelepipedo misurano $a = 5$ e $b = 12$, l'altezza del parallelepipedo è $h = 84$. Calcolate la lunghezza della diagonale della base e la lunghezza della diagonale interna del parallelepipedo.

(3 punti)

8. Calcolate la costante $a \in \mathbb{R}$ in modo che il numero $x_1 = -1$ sia uno zero del polinomio $p(x) = 3x^3 + ax^2 + 15x + 10$.

(3 punti)

L



0



**B) QUESITI STRUTTURATI BREVI**

1. Sono dati gli insiemi $A = \{4, 5, 6\}$ e $B = \{1, 2, 5, 10\}$ e l'insieme universo $\mathbb{N}_{10} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$.

Scrivete gli insiemi elencando i loro elementi.

$$A \cap B =$$

$$B^C =$$

$$A - B =$$

$$\mathcal{P}(A) =$$

Possiamo scrivere gli insiemi A e B anche diversamente. Determinate i numeri naturali a , b e c , in modo che valga: $A = \{n \in \mathbb{N}; a < n \leq b\}$ e $B = \{n \in \mathbb{N}; n \mid c\}$.

$$a = \underline{\hspace{2cm}}, \quad b = \underline{\hspace{2cm}}, \quad c = \underline{\hspace{2cm}}$$

(7 punti)



2. Srečko ha acquistato 10 azioni della ditta RASTKO, d. d. Dopo una settimana il valore delle azioni è diminuito del 20 % e nella settimana successiva è sceso ancora del 5 %, toccando il prezzo di 38 EUR per azione. A quale prezzo Srečko ha acquistato le azioni? Quanto ha pagato complessivamente? Di quale valore percentuale si è abbassato il prezzo delle azioni in due settimane?

(5 punti)



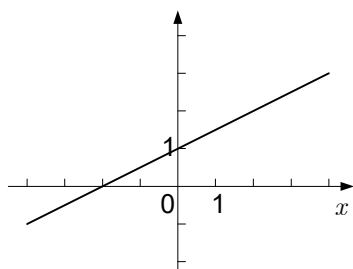
3. In un trapezio isoscele le basi misurano 30 cm e 16 cm, il lato obliquo 25 cm. Calcolate l'altezza del trapezio, l'area del trapezio e l'ampiezza dell'angolo α tra la base maggiore e il lato obliquo. Arrotondate l'ampiezza dell'angolo al centesimo di grado. Disegnate lo schizzo.

(7 punti)

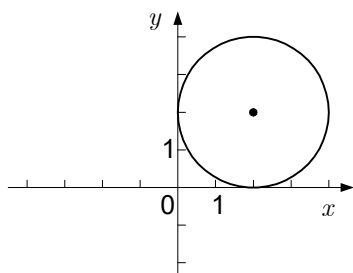


M 2 4 2 4 0 1 1 2 1 1 7

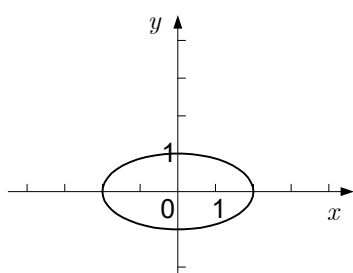
4. Qui sotto sono disegnate una retta, una circonferenza e un'ellisse. Scrivete le loro equazioni.



Equazione:



Equazione:



Equazione:

(7 punti)



5. Con le cifre 1, 2, 3, 4, 7, 9 componiamo numeri di tre cifre con cifre diverse. Quanti numeri possiamo comporre? Quanti numeri dispari possiamo comporre? Quanti numeri, maggiori di 300 e minori di 500, possiamo comporre?

(6 punti)



6. È data la funzione f con la dipendenza $f(x) = \sqrt{x} + a$, $a \in \mathbb{R}$.

6.1. Per $a = 3$ calcolate la derivata e l'integrale indefinito della funzione f .

(4)

6.2. Determinate $a > 0$ in modo che il grafico della funzione, l'asse delle ascisse e le rette $x = 1$ e $x = 4$ delimitino una figura di area $A = 6$.

(4)

(8 punti)



Pagina di riserva