



Š i f r a k a n d i d a t a :
A j e l ö l t k ó d s z á m a :

Državni izpitni center



JESENSKI IZPITNI ROK
ŐSZI VIZSGAIDŐSZAK

Osnovna raven
Alapszint
MATEMATIKA

==== Izpitna pola 2 ====
2. feladatlap

- A) Kratke naloge / Rövid feladatok
B) Krajše strukturirane naloge / Rövidebb strukturált feladatok

Ponedeljek, 26. avgust 2024 / 90 minut (30 + 60)
2024. augusztus 26., hétfő / 90 perc (30 + 60)

Dovoljeno gradivo in pripomočki: Kandidat prinese nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko, geometrijsko orodje (šestilo in ravnilo, lahko tudi trikotnik) in računalo.

Priloga s formulami in konceptna lista so na perforiranih listih, ki jih kandidat pazljivo iztrga.

Engedélyezett segédeszközök: A jelölt töltőtollat vagy golyóstollat, ceruzát, radírt, rajzeszközöket (körzőt és vonalzó, esetleg háromszöget) és számológépet hoz magával.

A képleteket tartalmazó lap és a vázlatkészítéshez mellékelt lap perforált, ezeket a jelölt óvatosan kiszakíthatja.

SPLOŠNA MATURA
ÁLTALÁNOS ÉRETTSÉGI VIZSGA

Navodila kandidatu so na naslednji strani.
A jelöltnak szóló útmutató a következő oldalon olvasható.

Ta pola ima 20 strani, od tega 2 rezervni.
A feladatlap 20 oldalas, ebből 2 tartalék.



NAVODILA KANDIDATU

Pazljivo preberite ta navodila.

Ne odpirajte izpitne pole in ne začenjajte reševati nalog, dokler vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.

Prilepite kodo oziroma vpišite svojo šifro (v okvirček desno zgoraj na prvi strani).

Izpitna pola je sestavljena iz dveh delov, dela A in dela B. Časa za reševanje je 90 minut. Priporočamo vam, da za reševanje dela A porabite 30 minut, za reševanje dela B pa 60 minut.

Izpitna pola vsebuje 8 kratkih nalog v delu A in 6 krajših strukturiranih nalog v delu B. Število točk, ki jih lahko dosežete, je 60, od tega 20 v delu A in 40 v delu B. Za posamezno nalogo je število točk navedeno v izpitni poli. Pri reševanju si lahko pomagate s standardno zbirko zahtevnejših formul na strani 3.

Rešitve pišite z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom v izpitno polo v za to predvideni prostor **znotraj okvirja**. Rišete lahko tudi s svinčnikom. Če se zmotite, napisano prečrtajte in rešitev zapišite na novo. Nečitljivi zapisi in nejasni popravki bodo ocenjeni z 0 točkami. Strani 13 in 20 sta rezervni; uporabite ju le, če vam zmanjka prostora. Jasno označite, katere naloge ste reševali na teh straneh. Osnutki rešitev, ki jih lahko naredite na konceptna lista, se pri ocenjevanju ne upoštevajo.

Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vsemi vmesnimi računi in sklepi. Če ste nalogo reševali na več načinov, jasno označite, katero rešitev naj ocenjevalec oceni.

Zaupajte vase in v svoje zmožnosti. Želimo vam veliko uspeha.

ÚTMUTATÓ A JELÖLTNEK

Figyelmesen olvassa el ezt az útmutatót!

Ne lapozzon, és ne kezdjen a feladatok megoldásába, amíg azt a felügyelő tanár nem engedélyezi!

Ragassza vagy írja be kódszámát (az első oldal jobb felső sarkában levő keretbe)!

A feladatlap két részből áll, az A és a B részből. A megoldásukra 90 perc áll a rendelkezésére. Azt javasoljuk, hogy az A részre 30 percet, a B részre 60 percet fordítson!

A feladatlap 8 rövid feladatot tartalmaz az A részben és 6 rövidebb strukturált feladatot a B részben. Összesen 60 pontot érhet el, ebből 20-at az A, és 40-et a B részben. A feladatlapban a feladatok mellett feltüntettük az elérhető pontszámot is. A feladatok megoldásakor használhatja a 4. oldalon található standard képletgyűjteményt.

Válaszait töltőtollal vagy golyóstollal írja a feladatlap erre kijelölt helyére, **a kereten belülre!** Rajzoláshoz használhat ceruzát is. Ha tévedett, a leírtat húzza át, majd választát írja le újra! Az olvashatatlan megoldásokat és a nem egyértelmű javításokat 0 ponttal értékeljük. A 13. és 20. oldal tartalék; ide csak akkor írjon, ha elfogy a helye. Egyértelműen jelölje meg, melyik feladatok megoldását írta erre az oldalra! A piszkozati lapokra készített vázlatokat az értékelés során nem vesszük figyelembe.

A válasznak tartalmaznia kell a megoldásig vezető műveletsort az összes köztes számítással és következtetéssel együtt. Ha a feladatot többféleképpen oldotta meg, egyértelműen jelölje, melyik megoldást értékelje az értékelő tanár!

Bízzon önmagában és képességeiben! Eredményes munkát kívánunk!

**Formule**

(Vsota in razlika kubov) Za poljubna $a, b \in \mathbb{R}$ velja $a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$.

(Evklidov in višinski izrek) Pravokotni trikotnik ima kateti a in b ter hipotenuzo c . Višina na hipotenuzo je v_c , pravokotna projekcija katete a na hipotenuzo je a_1 , pravokotna projekcija katete b na hipotenuzo pa b_1 . Tedaj velja $a^2 = ca_1$, $b^2 = cb_1$, $v_c^2 = a_1b_1$.

(Polmera trikotniku včrtanega in očrtanega kroga) Trikotnik ima stranice a, b in c , polovica obsega je $s = \frac{a+b+c}{2}$, ploščina je S , polmer danemu trikotniku včrtanega kroga je r in polmer danemu trikotniku očrtanega kroga je R . Tedaj je $r = \frac{S}{s}$ in $R = \frac{abc}{4S}$.

(Heronova formula) Trikotnik ima stranice a, b in c , polovica obsega je $s = \frac{a+b+c}{2}$. Tedaj je njegova ploščina $S = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$.

(Ploščina trikotnika) Naj bodo $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ in $C(x_3, y_3)$ točke v ravnini. Ploščina trikotnika z oglišči A, B in C je $S = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$.

(Krogla) Površina in prostornina krogle s polmerom r sta $P = 4\pi r^2$, $V = \frac{4\pi r^3}{3}$.

(Adicijski izreki) Za poljubna $x, y \in \mathbb{R}$ velja

$$\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \cos x \sin y, \quad \cos(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \sin x \sin y.$$

Za poljubna $x, y \in \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + \pi \cdot k; k \in \mathbb{Z} \right\}$, za katera je $x + y \neq \frac{\pi}{2} + \pi \cdot k$ za poljuben $k \in \mathbb{Z}$ in

$$\tan x \tan y \neq -1, \text{ velja } \tan(x \pm y) = \frac{\tan x \pm \tan y}{1 \mp \tan x \tan y}.$$

(Kotne funkcije polovičnih kotov)

$$\text{Za poljuben } x \in \mathbb{R} \text{ velja } \sin^2 \frac{x}{2} = \frac{1 - \cos x}{2}, \quad \cos^2 \frac{x}{2} = \frac{1 + \cos x}{2}.$$

$$\text{Za poljuben } x \in \mathbb{R} \setminus \{\pi + \pi \cdot 2k; k \in \mathbb{Z}\} \text{ velja } \tan \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}.$$

(Elipsa) Elipsa v ravnini ima polos a in b ($a > b$), njena linearna ekscentričnost je e , njena numerična ekscentričnost je ε . Tedaj velja $e^2 = a^2 - b^2$, $\varepsilon = \frac{e}{a}$.

(Hiperbola) Hiperbola v ravnini ima realno polos a in imaginarno polos b , njena linearna ekscentričnost je e , njena numerična ekscentričnost je ε . Tedaj velja $e^2 = a^2 + b^2$, $\varepsilon = \frac{e}{a}$.

(Parabola) Parabola v ravnini z enačbo $y^2 = 2px$ ima gorišče v $G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$, enačba premice vodnice dane parabole pa je $x = -\frac{p}{2}$.

(Aritmetično zaporedje) Vsota prvih n členov aritmetičnega zaporedja (a_n) je $S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$.

(Geometrijsko zaporedje) Vsota prvih n členov geometrijskega zaporedja (a_n) s kvocientom $q \in \mathbb{R}$

$$\text{je } S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}, \text{ če je } q \neq 1, \text{ in } S_n = na_1, \text{ če je } q = 1.$$

(Limiti) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e$ in $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$.



Képletek

(Köbök összege és különbsége) Tetszőleges $a, b \in \mathbb{R}$ esetén fennáll $a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$.

(Euklidesz-tétel (befogótétel) és a magasságtétel) A derékszögű háromszög befogói a és b , az átfogója c . Az átfogóhoz tartozó magasság v_c , az a befogó merőleges vetülete az átfogóra a_1 , b befogó merőleges vetülete az átfogóra b_1 . Ekkor fennáll: $a^2 = ca_1$, $b^2 = cb_1$, $v_c^2 = a_1b_1$.

(A háromszög beírt és körülírt körének sugara) A háromszög oldalai a , b és c , a félkerület $s = \frac{a+b+c}{2}$, a területe S , az adott háromszög beírt körének sugara r és az adott

háromszög körülírt körének sugara R . Ekkor fennáll: $r = \frac{S}{s}$ és $R = \frac{abc}{4S}$.

(Héron-képlet) A háromszög oldalai a , b és c , a félkerület $s = \frac{a+b+c}{2}$. Ekkor a területe

$$S = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}.$$

(A háromszög területe) Legyenek az $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ és $C(x_3, y_3)$ síkbeli pontok. Az A , B és C csúcsú háromszög területe: $S = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$.

(Gömb) Az r sugarú gömb felszíne és térfogata $P = 4\pi r^2$, $V = \frac{4\pi r^3}{3}$.

(Addíciós tételek) Tetszőleges $x, y \in \mathbb{R}$ esetén fennáll

$$\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \cos x \sin y, \quad \cos(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \sin x \sin y.$$

Tetszőleges $x, y \in \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + \pi \cdot k; k \in \mathbb{Z} \right\}$, amelyre $x + y \neq \frac{\pi}{2} + \pi \cdot k$ tetszőleges $k \in \mathbb{Z}$ és

$$\tan x \tan y \neq -1, \text{ fennáll } \tan(x \pm y) = \frac{\tan x \pm \tan y}{1 \mp \tan x \tan y}.$$

(A félszögek szögfüggvényei)

$$\text{Tetszőleges } x \in \mathbb{R} \text{ esetén fennáll } \sin^2 \frac{x}{2} = \frac{1 - \cos x}{2}, \quad \cos^2 \frac{x}{2} = \frac{1 + \cos x}{2}.$$

$$\text{Tetszőleges } x \in \mathbb{R} \setminus \{ \pi + \pi \cdot 2k; k \in \mathbb{Z} \} \text{ esetén fennáll } \tan \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}.$$

(Ellipszis) A síkbeli ellipszis féltengelyei a és b ($a > b$), a lineáris excentricitása e , a numerikus excentricitása ε . Ekkor fennáll: $e^2 = a^2 - b^2$, $\varepsilon = \frac{e}{a}$.

(Hiperbola) A síkbeli hiperbola valós féltengelye a , képzetes féltengelye b , a lineáris

$$\text{excentricitása } e, \text{ a numerikus excentricitása } \varepsilon. \text{ Ekkor fennáll: } e^2 = a^2 + b^2, \quad \varepsilon = \frac{e}{a}.$$

(Parabola) Az $y^2 = 2px$ egyenletű síkbeli parabola $G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$ fókuszponttal, az adott parabola

$$\text{vezéregyenésének egyenlete } x = -\frac{p}{2}.$$

(Számítási sorozat) Az (a_n) számtani sorozat első n elemének összege $S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$.

(Mértani sorozat) A $q \in \mathbb{R}$ hányadosú (a_n) mértani sorozat első n elemének összege

$$S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}, \text{ ha } q \neq 1, \text{ és } S_n = na_1, \text{ ha } q = 1.$$

(Határértékek) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e$ és $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$.

V sivo polje ne pišite. / A szürke mezőbe ne írjon! V sivo polje ne pišite. / A szürke mezőbe ne írjon! V sivo polje ne pišite. / A szürke mezőbe ne írjon!



Konceptni list / *Piszkozati lap*

**Konceptni list / *Piszkozati lap***

V sivo polje ne pišite. / A szürke mezőbe ne írjon! V sivo polje ne pišite. / A szürke mezőbe ne írjon! V sivo polje ne pišite. / A szürke mezőbe ne írjon!



Konceptni list / *Piszkozati lap*

**Konceptni list / *Piszkozati lap***

**A) KRATKE NALOGE / RÖVID FELADATOK**

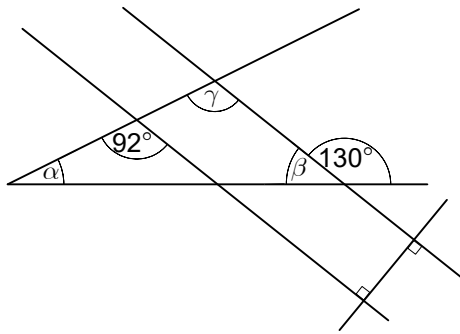
1. Dano je zaporedje s splošnim členom $a_n = \frac{6-2n}{3n+1}$. Izračunajte prve štiri člene tega zaporedja.

Adott az $a_n = \frac{6-2n}{3n+1}$ általános tagú sorozat. Számítsa ki a sorozat első négy tagját!

(2 točki/pont)

2. Zapišite vrednosti kotov α , β in γ .

Írja le az α , β és γ szögek nagyságát!



$\alpha =$ _____

$\beta =$ _____

$\gamma =$ _____

(3 točke/pont)



3. Prostornina kocke je enaka $32,768 \text{ cm}^3$. Izračunajte dolžino roba kocke.
A kocka térfogata $32,768 \text{ cm}^3$. Számítsa ki a kocka élhosszúságát!

(2 točki/pont)

4. Pri desetih zaporednih metih igralne kocke je padlo naslednje število pik:
A játékkocka tíz egymást követő feldobásánál a következő pontokat dobtuk:

4, 3, 1, 3, 5, 6, 4, 3, 2, 6

Zapišite aritmetično sredino in mediano števila pik.
Írja fel a pontok számának számtani közepét és mediánját!

Aritmetična sredina / számtani közép: _____

Mediana / medián: _____

(2 točki/pont)



5. V trikotniku ABC merita kota $\sphericalangle BAC = 31^\circ$ in $\sphericalangle ABC = 45^\circ$, stranica pa meri $b = 5$ cm.

Izračunajte stranico $a = |BC|$ tega trikotnika. Rezultat zapišite na dve decimaliki.

Az ABC háromszögben a szögek mérete: $\sphericalangle BAC = 31^\circ$ és $\sphericalangle ABC = 45^\circ$, az oldal hosszúsága pedig $b = 5$ cm. Számítsa ki a háromszög $a = |BC|$ oldalának hosszúságát! Az eredményt két tizedesjegy pontossággal írja fel!

(3 točke/pont)

6. V škatli imamo 5 belih in 7 modrih kroglic. Naključno izberemo eno kroglico. Izračunajte verjetnost dogodka A , da smo izbrali modro kroglico. V pripravljen izraz vpišite števec in imenovalec.

A dobozban 5 fehér és 7 kék golyónk van. Véletlenszerűen választunk egy golyót. Számítsa ki annak az A eseménynek a valószínűségét, hogy kék golyót választottunk ki! A már előkészített kifejezésbe írja be a számlálót és a nevezőt!

$$P(A) = \frac{\boxed{}}{\boxed{}}$$

(2 točki/pont)



7. Osnovna robova kvadra merita $a = 5$ in $b = 12$, višina kvadra pa je enaka $v = 84$. Izračunajte dolžino diagonale osnovne ploskve in dolžino telesne diagonale kvadra.
A téglatest alapélei $a = 5$ és $b = 12$ hosszúságúak, a téglatest magassága pedig $v = 84$. Számítsa ki az alaplap átlójának és a téglatest testátlójának a hosszúságát!

(3 točke/pont)

8. Izračunajte konstanto $a \in \mathbb{R}$ tako, da bo število $x_1 = -1$ ničla polinoma

$$p(x) = 3x^3 + ax^2 + 15x + 10.$$

Számítsa ki az $a \in \mathbb{R}$ együtthatót úgy, hogy az $x_1 = -1$ szám a $p(x) = 3x^3 + ax^2 + 15x + 10$ polinom zérushelye legyen!

(3 točke/pont)

V sivo polje ne pišite. / A szürke mezőbe ne írjon! V sivo polje ne pišite. / A szürke mezőbe ne írjon! V sivo polje ne pišite. / A szürke mezőbe ne írjon!



Rezervna stran / *Tartalék oldal*

**OBRNITE LIST.
LAPOZZON!**


B) KRAJŠE STRUKTURIRANE NALOGE / RÖVIDEBB STRUKTURÁLT FELADATOK

1. Dani sta množici $A = \{4, 5, 6\}$ in $B = \{1, 2, 5, 10\}$ ter univerzalna množica

$$\mathbb{N}_{10} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}.$$

Adott az $A = \{4, 5, 6\}$ és $B = \{1, 2, 5, 10\}$ halmaz, valamint az

$\mathbb{N}_{10} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ alaphalmaz.

Zapišite množice tako, da naštejete njihove elemente.

Írja fel a következő halmazokat az elemeik felsorolásával!

$$A \cap B =$$

$$B^C =$$

$$A - B =$$

$$\mathcal{P}(A) =$$

Množici A in B lahko zapišemo tudi drugače. Določite naravna števila a , b in c , da bo veljalo:

$$A = \{n \in \mathbb{N}; a < n \leq b\} \text{ in } B = \{n \in \mathbb{N}; n \mid c\}.$$

Az A és B halmaz másképp is felírható. Határozza meg az a , b és c természetes számokat, hogy fennálljon: $A = \{n \in \mathbb{N}; a < n \leq b\}$ és $B = \{n \in \mathbb{N}; n \mid c\}!$

$$a = \underline{\hspace{2cm}}, b = \underline{\hspace{2cm}}, c = \underline{\hspace{2cm}}$$

(7 točk/pont)



2. Srečko je kupil 10 delnic podjetja RASTKO, d. d. Po tednu dni se je vrednost delnic znižala za 20 %, naslednji teden pa še za 5 %, na vrednost 38 EUR za delnico. Po kakšni ceni je Srečko kupil delnice? Koliko je plačal zanje? Za koliko odstotkov so se v dveh tednih pocenile delnice? *Srečko megvásárolta a RASTKO, d. d. vállalat 10 részvényét. Egy hét alatt a részvények értéke 20%-kal, a következő héten pedig még 5%-kal csökkent, így az értéke részvényenként 38 EUR lett. Milyen áron vásárolta meg Srečko a részvényeket? Mennyit fizetett értük? Hány százalékkal csökkent két hét alatt a részvények ára?*

(5 točk/pont)



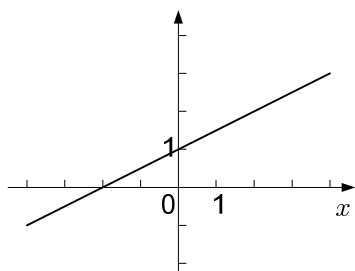
3. V enakokrakem trapezu merita osnovnici 30 cm in 16 cm, kraka pa 25 cm. Izračunajte višino trapeza, ploščino trapeza in velikost kota α med daljšo osnovnico in krakom. Velikost kota zaokrožite na stotinko stopinje. Narišite skico.

Az egyenlő szárú trapéz alapjai 30 cm és 16 cm, szárai pedig 25 cm hosszúságúak. Számítsa ki a trapéz magasságát, a területét és az α belső szögét, amelyet a hosszabb alap zár be a szárral! A szög nagyságát a fok századára kerekítse! Készítsen ábrát!

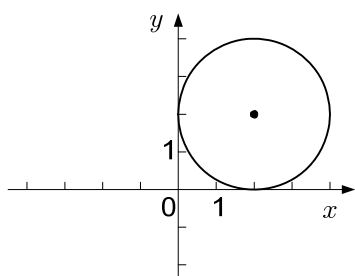
(7 točk/pont)



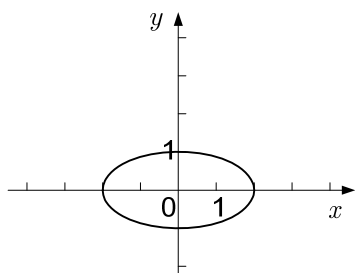
4. Spodaj so narisane premica, krožnica in elipsa. Zapišite njihove enačbe.
Alul egy egyenes, egy körvonal és egy ellipszis látható. Írja fel az egyenletüket!



Enačba / egyenlet:



Enačba / egyenlet:



Enačba / egyenlet:

(7 točk/pont)



5. Iz števk 1, 2, 3, 4, 7, 9 sestavljamo trimestna števila z različnimi števki. Koliko števil lahko sestavimo? Koliko lihih števil lahko sestavimo? Koliko števil, večjih od 300 in manjših od 500, lahko sestavimo?

Az 1, 2, 3, 4, 7, 9 számjegyekből különböző számjegyű háromjegyű számokat állítunk össze.

Hány számot állíthatunk össze? Hány páratlan számot állíthatunk össze? Hány 300 -nál nagyobb és 500 -nál kisebb számot állíthatunk össze?

(6 točk/pont)



6. Dana je funkcija f s predpisom $f(x) = \sqrt{x} + a$, $a \in \mathbb{R}$.

Adott az $f(x) = \sqrt{x} + a$, $a \in \mathbb{R}$ hozzárendelési szabállyal megadott f függvény.

6.1. Za $a = 3$ izračunajte odvod in nedoločeni integral funkcije f .

Számítsa ki $a = 3$ esetén az f függvény deriváltját és határozatlan integrálját!

(4)

6.2. Določite $a > 0$ tako, da bodo graf funkcije, abscisna os ter premici $x = 1$ in $x = 4$ omejevali lik s ploščino $S = 6$.

Határozza meg az $a > 0$ értékét úgy, hogy a függvény grafikonja, az abszcisszatengely, valamint az $x = 1$ és $x = 4$ egyenesek egy $S = 6$ területű síkidomot határoljanak!

(4)

(8 točk/pont)



Rezervna stran / *Tartalék oldal*