



Šifra kandidata:

Državni izpitni center



JESENSKI IZPITNI ROK

Višja raven
MATEMATIKA
Izpitna pola 2

B) Krajše strukturirane naloge
C) Strukturirane naloge

Ponedeljek, 26. avgust 2024 / 90 minut (45 + 45)

Dovoljeno gradivo in pripomočki:

*Kandidat prinese nalično pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko,
geometrijsko orodje (šestilo in ravnilo, lahko tudi trikotnik)
in računalnik.*

Priloga s formulami in konceptna lista so na perforiranih listih, ki jih kandidat pazljivo iztrga.

SPLOŠNA MATURA

NAVODILA KANDIDATU

Pazljivo preberite ta navodila.

Ne odpirajte izpitne pole in ne začinjajte reševati nalog, dokler vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.

Prilepite kodo oziroma vpišite svojo šifro (v okvirček desno zgoraj na tej strani).

Izpitna pola je sestavljena iz dveh delov, dela B in dela C. Časa za reševanje je 90 minut. Priporočamo vam, da za reševanje dela B porabite 45 minut, za reševanje dela C pa 45 minut.

Izpitna pola vsebuje 6 krajših strukturiranih nalog v delu B in 2 strukturirani nalogi v delu C. Število točk, ki jih lahko dosežete, je 60, od tega 40 v delu B in 20 v delu C. Za posamezno nalogo je število točk navedeno v izpitni poli. Pri reševanju si lahko pomagate s standardno zbirko zahtevnejših formul na straneh 3 in 4.

Rešitve pišite z naličnim peresom ali s kemičnim svinčnikom v izpitno polo v za to predvideni prostor **znotraj okvirja**. Rišete lahko tudi s svinčnikom. Če se zmotite, napisano prečrtajte in rešitev zapišite na novo. Nečitljivi zapisi in nejasni popravki bodo ocenjeni z 0 točkami. Strani 15 in 20 sta rezervni; uporabite ju le, če vam zmanjka prostora. Jasno označite, katere naloge ste reševali na teh straneh. Osnutki rešitev, ki jih lahko naredite na konceptna lista, se pri ocenjevanju ne upoštevajo.

Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vsemi vmesnimi računi in sklepi. Če ste nalogo reševali na več načinov, jasno označite, katero rešitev naj ocenjevalec oceni.

Zaupajte vase in v svoje zmožnosti. Želimo vam veliko uspeha.

Ta pola ima 20 strani, od tega 2 rezervni.

V sivo polje ne pišite. V sivo polje ne pišite. V sivo polje ne pišite. V sivo polje ne pišite.



M 2 4 2 4 0 2 1 2 0 3

Formule

(Vsota in razlika potenc z naravnim eksponentom) Za poljubna $a, b \in \mathbb{R}$ in za poljubno naravno število n velja

$$a^{2n+1} + b^{2n+1} = (a+b)(a^{2n} - a^{2n-1}b + a^{2n-2}b^2 - \dots + a^2b^{2n-2} - ab^{2n-1} + b^{2n}),$$

$$a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \dots + a^2b^{n-3} + ab^{n-2} + b^{n-1}).$$

(Evklidov in višinski izrek) Pravokotni trikotnik ima kateti a in b ter hipotenuzo c . Višina na hipotenuzo je v_c , pravokotna projekcija katete a na hipotenuzo je a_1 , pravokotna projekcija katete b na hipotenuzo pa b_1 . Tedaj velja $a^2 = ca_1$, $b^2 = cb_1$, $v_c^2 = a_1b_1$.

(Polmera trikotniku včrtanega in očrtanega kroga) Trikotnik ima stranice a, b in c , polovica obsega je $s = \frac{a+b+c}{2}$, ploščina je S , polmer danemu trikotniku včrtanega kroga je r in polmer danemu trikotniku očrtanega kroga je R . Tedaj je $r = \frac{S}{s}$ in $R = \frac{abc}{4S}$.

(Heronova formula) Trikotnik ima stranice a, b in c , polovica obsega je $s = \frac{a+b+c}{2}$. Tedaj je njegova ploščina $S = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$.

(Ploščina trikotnika) Naj bodo $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ in $C(x_3, y_3)$ točke v ravnini. Ploščina trikotnika z oglišči A, B in C je enaka $S = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$.

(Krogla) Površina in prostornina krogle s polmerom r sta $P = 4\pi r^2$, $V = \frac{4\pi r^3}{3}$.

(Razdalja točke od premice) Naj bodo $a, b, c, x_0, y_0 \in \mathbb{R}$ in naj a in b ne bosta oba enaka 0. Razdalja točke $T_0(x_0, y_0)$ od premice p , podane z enačbo $ax + by - c = 0$, je

$$d(T_0, p) = \frac{|ax_0 + by_0 - c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}.$$

(Logaritem) Naj bosta $a > 0$, $a \neq 1$, $b > 0$, $b \neq 1$. Tedaj za vsak $x > 0$ velja $\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$.

(Adicijski izreki) Za poljubna $x, y \in \mathbb{R}$ velja

$$\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \cos x \sin y, \quad \cos(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \sin x \sin y.$$

Za poljubna $x, y \in \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + \pi \cdot k; k \in \mathbb{Z} \right\}$, za katera je $x + y \neq \frac{\pi}{2} + \pi \cdot k$ za poljuben $k \in \mathbb{Z}$ in

$$\tan x \tan y \neq -1, \text{ velja } \tan(x \pm y) = \frac{\tan x \pm \tan y}{1 \mp \tan x \tan y}.$$

(Kotne funkcije polovičnih kotov) Za poljuben $x \in \mathbb{R}$ velja

$$\sin^2 \frac{x}{2} = \frac{1 - \cos x}{2}, \quad \cos^2 \frac{x}{2} = \frac{1 + \cos x}{2}.$$

$$\text{Za poljuben } x \in \mathbb{R} \setminus \{ \pi + \pi \cdot 2k; k \in \mathbb{Z} \} \text{ velja } \tan \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}.$$

(Faktorizacija vsote in razlike kotnih funkcij) Za poljubna $x, y \in \mathbb{R}$ velja

$$\sin x \pm \sin y = 2 \sin \frac{x \pm y}{2} \cos \frac{x \mp y}{2},$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2},$$

$$\cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}.$$



(Razčlenitev produkta kotnih funkcij) Za poljubna $x, y \in \mathbb{R}$ velja

$$\sin x \cdot \sin y = -\frac{1}{2}(\cos(x+y) - \cos(x-y)),$$

$$\cos x \cdot \cos y = \frac{1}{2}(\cos(x+y) + \cos(x-y)),$$

$$\sin x \cdot \cos y = \frac{1}{2}(\sin(x+y) + \sin(x-y)).$$

(Elipsa) Elipsa v ravnini ima polosi a in b ($a > b$), njena linearna ekscentričnost je e , njena

numerična ekscentričnost je ε . Tedaj velja $e^2 = a^2 - b^2$, $\varepsilon = \frac{c}{a}$.

(Hiperbola) Hiperbola v ravnini ima realno polos a in imaginarno polos b , njena linearna

ekscentričnost je e , njena numerična ekscentričnost je ε . Tedaj velja $e^2 = a^2 + b^2$, $\varepsilon = \frac{e}{a}$.

(**Parabola**) Parabola v ravnini z enačbo $y^2 = 2px$ ima gorišče v $G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$, enačba premice vodnice

dane parabole pa je $x = -\frac{p}{2}$.

(Aritmetično zaporedje) Vsota prvih n členov aritmetičnega zaporedja (a_n) je $S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$.

(Geometrijsko zaporedje) Vsota prvih n členov geometrijskega zaporedja (a_n) s kvocientom $q \in \mathbb{R}$

je $\boxed{S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}}$, če je $q \neq 1$, in $\boxed{S_n = na_1}$, če je $q = 1$.

(Limiti) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e$ in $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$.

(Nedoločeni integral) Naj bo $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$. Tedaj je za vsak $C \in \mathbb{R}$

$$\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} + C \quad \text{in} \quad \int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin x + C.$$

(Integracija po delih) Naj bo $D \subseteq \mathbb{R}$ in $u, v: D \rightarrow \mathbb{R}$ odvedljivi funkciji. Tedaj velja

$$\int u \cdot v' = u \cdot v - \int v \cdot u'$$

(Volumen rotacijskega telesa) Naj bo $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ zvezna funkcija. Volumen telesa, ki ga dobimo tako, da lik, ki ga omejujejo graf funkcije f , abscisna os ter premici $x = a$ in $x = b$, zavrtimo

okrog abscisne osi za 360° , je $V = \pi \int_a^b (f(x))^2 dx$.

(Bernoullijeva formula) Naj bo p verjetnost, da se v danem poskusu zgodi dogodek A . Verjetnost, da se dogodek A v n zaporednih ponovitvah poskusa zgodi natanko k -krat, je

$$P(n, p, k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}.$$

L



**Konceptni list**

L



**Konceptni list**

**B) KRAJŠE STRUKTURIRANE NALOGE**

1. Dani sta množici $A = \{4, 5, 6\}$ in $B = \{1, 2, 5, 10\}$ ter univerzalna množica $\mathbb{N}_{10} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$.

Zapišite množice tako, da naštejete njihove elemente.

$$A \cap B =$$

$$B^c =$$

$$A - B =$$

$$\mathcal{P}(A) =$$

Množici A in B lahko zapišemo tudi drugače. Določite naravna števila a , b in c , da bo veljalo:

$$A = \{n \in \mathbb{N}; a < n \leq b\} \text{ in } B = \{n \in \mathbb{N}; n \mid c\}.$$

$$a = \underline{\hspace{2cm}}, b = \underline{\hspace{2cm}}, c = \underline{\hspace{2cm}}$$

(7 točk)



2. Srečko je kupil 10 delnic podjetja RASTKO, d. d. Po tednu dni se je vrednost delnic znižala za 20 %, naslednji teden pa še za 5 %, na vrednost 38 EUR za delnico. Po kakšni ceni je Srečko kupil delnice? Koliko je plačal zanje? Za koliko odstotkov so se v dveh tednih pocenile delnice?

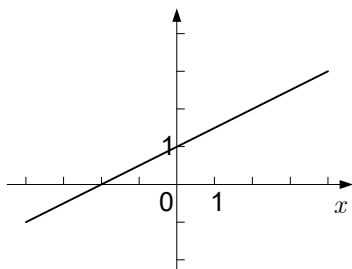
(5 točk)



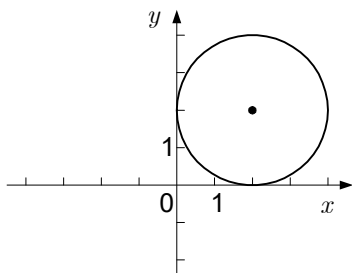
- (7 točk)



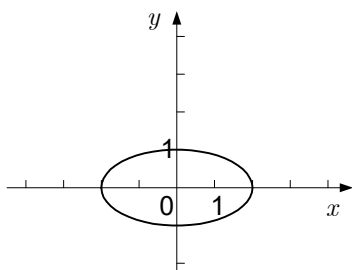
4. Spodaj so narisane premica, krožnica in elipsa. Zapišite njihove enačbe.



Enačba:



Enačba:



Enačba:

(7 točk)



5. Iz števk 1, 2, 3, 4, 7, 9 sestavljamo trimestna števila z različnimi števki. Koliko števil lahko sestavimo? Koliko lihih števil lahko sestavimo? Koliko števil, večjih od 300 in manjših od 500, lahko sestavimo?

(6 točk)



6. Dana je funkcija f s predpisom $f(x) = \sqrt{x} + a$, $a \in \mathbb{R}$.

6.1. Za $a = 3$ izračunajte odvod in nedoločeni integral funkcije f .

(4)

6.2. Določite $a > 0$ tako, da bodo graf funkcije, abscisna os ter premici $x = 1$ in $x = 4$ omejevali lik s ploščino $S = 6$.

(4)

(8 točk)

L

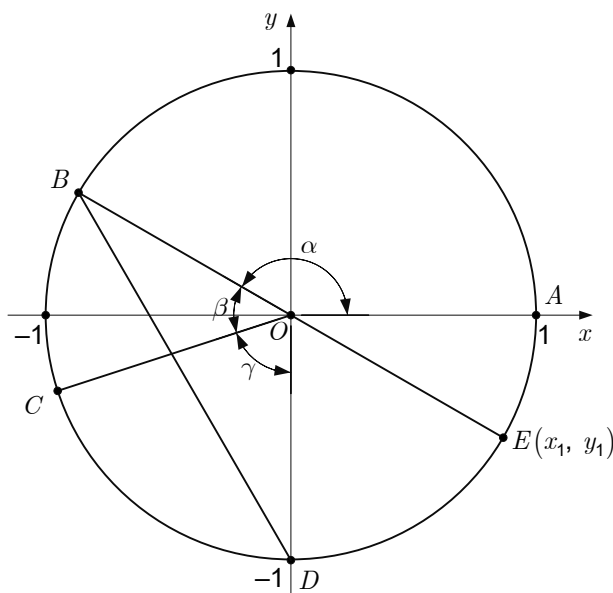


T



C) STRUKTURIRANE NALOGE

1. Na sliki je narisana krožnica s središčem v izhodišču koordinatnega sistema in s polmerom 1. Točke A, B, C, D in E ležijo na dani krožnici, točka O pa je izhodišče koordinatnega sistema. Daljica EB je premer. Velikosti središčnih kotov so $\sphericalangle AOB = \alpha = 150^\circ$, $\sphericalangle BOC = \beta = 2x$ in $\sphericalangle COD = \gamma = x^2 - 21x$.



- 1.1. Izračunajte natančni vrednosti koordinat x_1 in y_1 točke E na sliki. (1 točka)
- 1.2. Izračunajte velikosti središčnih kotov β in γ . (3 točke)
- 1.3. Trikotnik $\triangle BDO$ zavrtimo za 360° okrog osnovnice BD . Natančno izračunajte prostornino in površino nastalega rotacijskega telesa. (6 točk)





2. Rešite spodnji nalogi.

- 2.1. Povprečna mesečna žepnina Ane, Lana in Bora je 40 €. Če bi imela Ana 40 % manjšo žepnino, Bor pa 50 % večjo žepnino, se povprečna žepnina vseh treh otrok ne bi spremenila. Če bi Ana porabila 10 % svoje žepnine, Lan 30 % svoje žepnine in Bor 20 % svoje žepnine, bi imela Ana 8 € manj, kot bi imela Lan in Bor skupaj. Koliko žepnine ima vsak otrok?

(4 točke)

- 2.2. Žepnine Lare, Vida in Anje tvorijo geometrijsko zaporedje z vsoto 190 €. Larina žepnina je najmanjša, Anjina pa največja. Če bi Lari in Vidu zmanjšali žepnino vsakemu za 10 €, Anji pa za 20 €, bi njihove žepnine tvorile aritmetično zaporedje. Koliko žepnine ima posamezen otrok?

(6 točk)





Rezervna stran