



Šifra kandidata :
A jelölt kód száma :

Državni izpitni center



SPOMLADANSKI IZPITNI ROK
TAVASZI VIZSGAIDŐSZAK

Osnovna raven
Alapszint
MATEMATIKA
Izpitna pola 1
1. feladatlap

- A) Kratke naloge / Rövid feladatok
B) Krajše strukturirane naloge / Rövidebb strukturált feladatok

Sobota, 7. junij 2025 / 90 minut (30 + 60)
2025. június 7., szombat / 90 perc (30 + 60)

Dovoljeno gradivo in pripomočki: Kandidat prinese naliveo pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko in geometrijsko orodje (šestilo in ravnilo, lahko tudi trikotnik).

Priloga s formulami in konceptna lista so na perforiranih listih, ki jih kandidat pazljivo iztrga.

Engedélyezett segédeszközök: A jelölt töltőtollat vagy golyóstollat, ceruzát, radírt, rajzeszközöket (körzőt és vonalzót, esetleg háromszöget).

A képleteket tartalmazó lap és a vázlatkészítéshez mellékelt lap perforált, ezeket a jelölt óvatosan kiszakíthatja.

SPLOŠNA MATURA
ÁLTALÁNOS ÉRETTSÉGI VIZSGA

Navodila kandidatu so na naslednji strani.
A jelöltnak szóló útmutató a következő oldalon olvasható.



NAVODILA KANDIDATU

Pazljivo preberite ta navodila.

Ne odpirajte izpitne pole in ne začenjajte reševati nalog, dokler vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.

Pri reševanju te izpitne pole uporaba računalna ni dovoljena.

Prilepite kodo oziroma vpišite svojo šifro (v okvirček desno zgoraj na prvi strani).

Izpitna pola je sestavljena iz dveh delov, dela A in dela B. Časa za reševanje je 90 minut. Priporočamo vam, da za reševanje dela A porabite 30 minut, za reševanje dela B pa 60 minut.

Izpitna pola vsebuje 8 kratkih nalog v delu A in 6 krajših strukturiranih nalog v delu B. Število točk, ki jih lahko dosežete, je 60, od tega 20 v delu A in 40 v delu B. Za posamezno nalogo je število točk navedeno v izpitni poli. Pri reševanju si lahko pomagate s standardno zbirko zahtevnejših formul na strani 3.

Rešitve pišite z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom v izpitno polo v za to predvideni prostor **znotraj okvirja**. Rišete lahko tudi s svinčnikom. Če se zmotite, napisano prečrtajte in rešitev zapišite na novo. Nečitljivi zapisi in nejasni popravki bodo ocenjeni z 0 točkami. Strani 13 in 20 sta rezervni; uporabite ju le, če vam zmanjka prostora. Jasno označite, katere naloge ste reševali na teh straneh. Osnutki rešitev, ki jih lahko naredite na konceptna lista, se pri ocenjevanju ne upoštevajo.

Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vsemi vmesnimi računi in sklepi. Če ste nalogo reševali na več načinov, jasno označite, katero rešitev naj ocenjevalec oceni.

Zaupajte vase in v svoje zmožnosti. Želimo vam veliko uspeha.

ÚTMUTATÓ A JELÖLTNEK

Figyelmesen olvassa el ezt az útmutatót!

Ne lapozzon, és ne kezdjen a feladatok megoldásába, amíg azt a felügyelő tanár nem engedélyezi!

E feladatlap megoldása során számológép nem alkalmazható.

Ragassza vagy írja be kódszámát (az első oldal jobb felső sarkában levő keretbe)!

A feladatlap két részből áll, az A és a B részből. A megoldásukra 90 perc áll a rendelkezésére. Azt javasoljuk, hogy az A részre 30 percet, a B részre 60 percet fordítson!

A feladatlap 8 rövid feladatot tartalmaz az A részben és 6 rövidebb strukturált feladatot a B részben. Összesen 60 pontot érhet el, ebből 20-at az A, és 40-et a B részben. A feladatlapban a feladatok mellett feltüntettük az elérhető pontszámot is. A feladatok megoldásakor használhatja a 4. oldalon található standard képletgyűjteményt.

Válaszait töltőtollal vagy golyóstollal írja a feladatlap erre kijelölt helyére, **a kereten belülre!** Rajzolásához használhat ceruzát is. Ha tévedett, a leírtat húzza át, majd választát írja le újra! Az olvashatatlan megoldásokat és a nem egyértelmű javításokat 0 ponttal értékeljük. A 13. és 20. oldal tartalék; ide csak akkor írjon, ha elfogy a helye. Egyértelműen jelölje meg, melyik feladatok megoldását írta erre az oldalra! A piszkozati lapokra készített vázlatokat az értékelés során nem vesszük figyelembe.

A válasznak tartalmaznia kell a megoldásig vezető műveletsort az összes köztes számítással és következtetéssel együtt. Ha a feladatot többféleképpen oldotta meg, egyértelműen jelölje, melyik megoldást értékelje az értékelő tanár!

Bízzon önmagában és képességeiben! Eredményes munkát kívánunk!

**Formule**

(Vsota in razlika kubov) Za poljubna $a, b \in \mathbb{R}$ velja $a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$.

(Evklidov in višinski izrek) Pravokotni trikotnik ima kateti a in b ter hipotenuzo c . Višina na hipotenuzo je v_c , pravokotna projekcija katete a na hipotenuzo je a_1 , pravokotna projekcija katete b na hipotenuzo pa b_1 . Tedaj velja $a^2 = ca_1$, $b^2 = cb_1$, $v_c^2 = a_1b_1$.

(Polmera trikotniku včrtanega in očrtanega kroga) Trikotnik ima stranice a, b in c , polovica obsega je $s = \frac{a+b+c}{2}$, ploščina je S , polmer danemu trikotniku včrtanega kroga je r in polmer danemu trikotniku očrtanega kroga je R . Tedaj je $r = \frac{S}{s}$ in $R = \frac{abc}{4S}$.

(Heronova formula) Trikotnik ima stranice a, b in c , polovica obsega je $s = \frac{a+b+c}{2}$. Tedaj je njegova ploščina $S = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$.

(Ploščina trikotnika) Naj bodo $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ in $C(x_3, y_3)$ točke v ravnini. Ploščina trikotnika z oglišči A, B in C je $S = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$.

(Krogla) Površina in prostornina krogle s polmerom r sta $P = 4\pi r^2$, $V = \frac{4\pi r^3}{3}$.

(Adicijski izreki) Za poljubna $x, y \in \mathbb{R}$ velja

$$\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \cos x \sin y, \quad \cos(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \sin x \sin y.$$

Za poljubna $x, y \in \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + \pi \cdot k; k \in \mathbb{Z} \right\}$, za katera je $x + y \neq \frac{\pi}{2} + \pi \cdot k$ za poljuben $k \in \mathbb{Z}$ in

$$\tan x \tan y \neq -1, \text{ velja } \tan(x \pm y) = \frac{\tan x \pm \tan y}{1 \mp \tan x \tan y}.$$

(Kotne funkcije polovičnih kotov)

$$\text{Za poljuben } x \in \mathbb{R} \text{ velja } \sin^2 \frac{x}{2} = \frac{1 - \cos x}{2}, \quad \cos^2 \frac{x}{2} = \frac{1 + \cos x}{2}.$$

$$\text{Za poljuben } x \in \mathbb{R} \setminus \{\pi + \pi \cdot 2k; k \in \mathbb{Z}\} \text{ velja } \tan \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}.$$

(Elipsa) Elipsa v ravnini ima polos a in b ($a > b$), njena linearna ekscentričnost je e , njena numerična ekscentričnost je ε . Tedaj velja $e^2 = a^2 - b^2$, $\varepsilon = \frac{e}{a}$.

(Hiperbola) Hiperbola v ravnini ima realno polos a in imaginarno polos b , njena linearna ekscentričnost je e , njena numerična ekscentričnost je ε . Tedaj velja $e^2 = a^2 + b^2$, $\varepsilon = \frac{e}{a}$.

(Parabola) Parabola v ravnini z enačbo $y^2 = 2px$ ima gorišče v $G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$, enačba premice vodnice dane parabole pa je $x = -\frac{p}{2}$.

(Aritmetično zaporedje) Vsota prvih n členov aritmetičnega zaporedja (a_n) je $S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$.

(Geometrijsko zaporedje) Vsota prvih n členov geometrijskega zaporedja (a_n) s kvocientom $q \in \mathbb{R}$

$$\text{je } S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}, \text{ če je } q \neq 1, \text{ in } S_n = na_1, \text{ če je } q = 1.$$

(Limiti) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e$ in $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$.



Képletek

(Köbök összege és különbsége) Tetszőleges $a, b \in \mathbb{R}$ esetén fennáll $a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$.

(Euklidesz-tétel (befogótétel) és a magasságtétel) A derékszögű háromszög befogói a és b , az átfogója c . Az átfogóhoz tartozó magasság v_c , az a befogó merőleges vetülete az átfogóra

a_1 , a b befogó merőleges vetülete az átfogóra b_1 . Ekkor fennáll: $a^2 = ca_1$, $b^2 = cb_1$, $v_c^2 = a_1b_1$.

(A háromszög beírt és körülírt körének sugara) A háromszög oldalai a , b és c , a félkerület

$s = \frac{a+b+c}{2}$, a területe S , az adott háromszög beírt körének sugara r és az adott

háromszög körülírt körének sugara R . Ekkor fennáll: $r = \frac{S}{s}$ és $R = \frac{abc}{4S}$.

(Héron-képlet) A háromszög oldalai a , b és c , a félkerület $s = \frac{a+b+c}{2}$. Ekkor a területe

$$S = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}.$$

(A háromszög területe) Legyenek az $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ és $C(x_3, y_3)$ síkbeli pontok. Az A , B

és C csúcsú háromszög területe: $S = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$.

(Gömb) Az r sugarú gömb felszíne és térfogata $P = 4\pi r^2$, $V = \frac{4\pi r^3}{3}$.

(Addíciós tételek) Tetszőleges $x, y \in \mathbb{R}$ esetén fennáll

$$\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \cos x \sin y, \quad \cos(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \sin x \sin y.$$

Tetszőleges $x, y \in \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + \pi \cdot k; k \in \mathbb{Z} \right\}$, amelyre $x + y \neq \frac{\pi}{2} + \pi \cdot k$ tetszőleges $k \in \mathbb{Z}$ és

$$\tan x \tan y \neq -1, \text{ fennáll } \tan(x \pm y) = \frac{\tan x \pm \tan y}{1 \mp \tan x \tan y}.$$

(A félszögek szögfüggvényei)

$$\text{Tetszőleges } x \in \mathbb{R} \text{ esetén fennáll } \sin^2 \frac{x}{2} = \frac{1 - \cos x}{2}, \quad \cos^2 \frac{x}{2} = \frac{1 + \cos x}{2}.$$

$$\text{Tetszőleges } x \in \mathbb{R} \setminus \{ \pi + \pi \cdot 2k; k \in \mathbb{Z} \} \text{ esetén fennáll } \tan \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}.$$

(Ellipszis) A síkbeli ellipszis féltengelyei a és b ($a > b$), a lineáris excentricitása e , a numerikus

$$\text{excentricitása } \varepsilon. \text{ Ekkor fennáll: } e^2 = a^2 - b^2, \quad \varepsilon = \frac{e}{a}.$$

(Hiperbola) A síkbeli hiperbola valós féltengelye a , képzetes féltengelye b , a lineáris

$$\text{excentricitása } e, \text{ a numerikus excentricitása } \varepsilon. \text{ Ekkor fennáll: } e^2 = a^2 + b^2, \quad \varepsilon = \frac{e}{a}.$$

(Parabola) Az $y^2 = 2px$ egyenletű síkbeli parabola $G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$ fókuszponttal, az adott parabola

$$\text{vezéregyenesének egyenlete } x = -\frac{p}{2}.$$

(Számítási sorozat) Az (a_n) számtani sorozat első n elemének összege $S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$.

(Mértani sorozat) A $q \in \mathbb{R}$ hányadosú (a_n) mértani sorozat első n elemének összege

$$S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}, \text{ ha } q \neq 1, \text{ és } S_n = na_1, \text{ ha } q = 1.$$

(Határértékek) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e$ és $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$.



Konceptni list / *Piszkozati lap*

**Konceptni list / *Piszkozati lap***



Konceptni list / *Piszkozati lap*

**Konceptni list / *Piszkozati lap***



M 2 5 1 4 0 1 1 1 M 0 9

A) KRATKE NALOGE / RÖVID FELADATOK

1. Izraz $\frac{(a^3)^2}{a^8}$ zapišite v obliki a^m , kjer je m celo število.

Írja fel az $\frac{(a^3)^2}{a^8}$ kifejezést a^m alakban, ahol az m egész szám!

(2 točki/pont)

2. Rešite enačbo $2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^x = 54$.

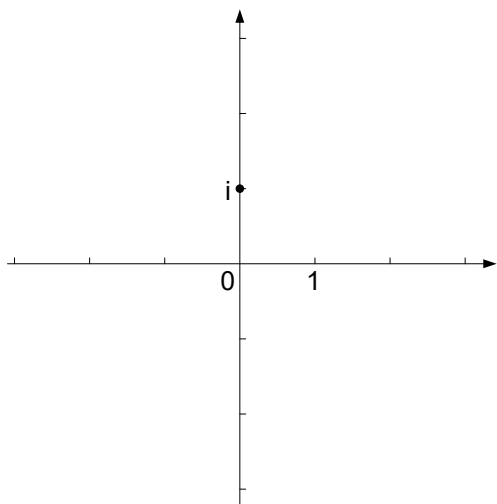
Oldja meg a $2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^x = 54$ egyenletet!

(2 točki/pont)



3. Naj bo $z = 4 - i$. Z računom pokažite, da je število $w = \frac{1}{4}\bar{z} - \frac{3}{4}z$ enako $w = -2 + i$. Število w predstavite v kompleksni ravnini.

Legyen a $z = 4 - i$. Számítással mutassa meg, hogy a $w = \frac{1}{4}\bar{z} - \frac{3}{4}z$ szám egyenlő a $w = -2 + i$ számmal! A w számot szemléltesse a komplex számsíkban!



(3 točke/pont)

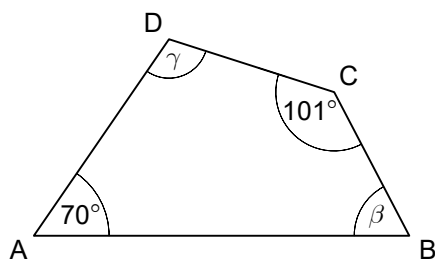
4. Izračunajte abscisi presečišč premice $y = 2x$ in krožnice $x^2 + y^2 = 5$.

Számítsa ki az $y = 2x$ egyenes és az $x^2 + y^2 = 5$ körvonal metszéspontjainak abszcisszáját!

(3 točke/pont)



5. Na skici spodaj je štirikotnik $ABCD$. Izračunajte kota β in γ , če je $\gamma = 2\beta$.
Az alábbi ábrán az $ABCD$ négyszög látható. Számítsa ki a β és γ szögeket, ha $\gamma = 2\beta$!



(2 točki/pont)

6. Izračunajte nedoločeni integral $\int (4 + x^2 + \sin x) dx$.
Számítsa ki a $\int (4 + x^2 + \sin x) dx$ határozatlan integrált!

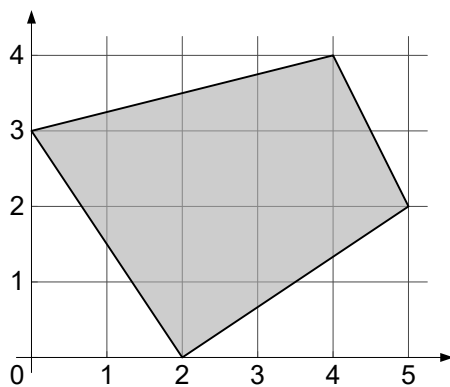
(3 točke/pont)



7. Izračunajte površino enakostraničnega valja s polmerom osnovne ploskve $r = 3$.
Számítsa ki az egyenlő oldalú henger felszínét, ha az alaplapja sugara $r = 3$!

(3 točke/pont)

8. Izračunajte ploščino osenčenega lika na sliki.
Számítsa ki a képen látható satírozott síkidom területét!



(2 točki/pont)

V sivo polje ne pišite. / A szürke mezőbe ne írjon! V sivo polje ne pišite. / A szürke mezőbe ne írjon! V sivo polje ne pišite. / A szürke mezőbe ne írjon!



Rezervna stran / *Tartalék oldal*

OBRNITE LIST.
LAPOZZON!

**B) KRAJŠE STRUKTURIRANE NALOGE / RÖVIDEBB STRUKTURÁLT FELADATOK**

1. Naj bo A množica vseh praštevil, manjših od 20, B množica vseh deliteljev števila 12 in C množica vseh večkratnikov števila 3, manjših od 20. Zapišite množice A , B , C , $A \cap B$ in $B \cup C$.
Legyen az A halmaz minden 20-nál kisebb prímszám halmaza, a B halmaz pedig a 12 összes osztóinak halmaza, és a C halmaz pedig a 3-as szám 20-nál kisebb többszöröseinek halmaza. Írja fel az A , B , C , $A \cap B$ és $B \cup C$ halmazokat!

(7 točk/pont)



2. Izračunajte diskriminante in poiščite vse rešitve kvadratnih enačb. Rezultate zapišite v preglednico.
*Számítsa ki a diszkriminánsokat, és határozza meg a másodfokú egyenletek minden megoldását!
Az eredményeket írja a táblázatba!*

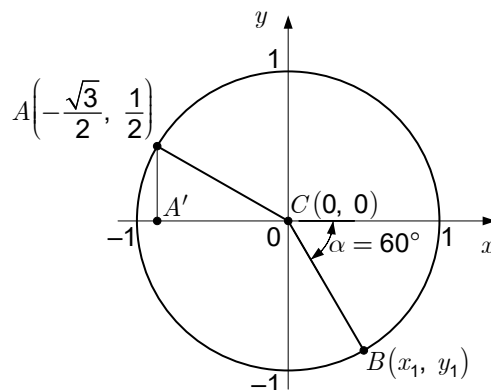
Enačba Egyenlet	Diskriminanta Diszkrimináns	Rešitve enačbe Az egyenlet megoldása
$x^2 - 6x + 9 = 0$		
$x^2 - 3x - 10 = 0$		
$x^2 - 6x + 10 = 0$		

(7 točk/pont)



3. Na sliki je narisana krožnica s središčem v izhodišču koordinatnega sistema in polmerom 1. Točki A in B ležita na krožnici, točka A' je pravokotna projekcija točke A na abscisno os, točka C pa izhodišče koordinatnega sistema.

A képen az origó középpontú 1 sugarú körvonal látható. Az A és B pontok illeszkednek a körvonalra, az A' pont az A pont merőleges vetülete az abszcisszatengelyre, a C pont az origó.



Izračunajte natančni vrednosti neznanih koordinat x_1 in y_1 točke B na sliki.

Natančno izračunajte obseg in ploščino trikotnika $\triangle CAA'$.

Számítsa ki a képen látható B pont x_1 és y_1 koordinátáinak pontos értékét!

Számítsa ki a $\triangle CAA'$ háromszög kerületének és területének pontos értékét!

(5 točk/pont)



4. Naj bosta $a = \log_5 2$ in $b = \log_5 3$. Logaritme $\log_5 6$, $\log_5 2\sqrt{3}$ in $\log_5 0,3$ izrazite z a in b .
Legyen $a = \log_5 2$ és $b = \log_5 3$. Fejezze ki a $\log_5 6$, $\log_5 2\sqrt{3}$ és $\log_5 0,3$ logaritmusokat az a -val és b -vel!

(6 točk/pont)



5. Dana je funkcija $f(x) = \frac{x^2}{x-2}$. Izračunajte stacionarni točki funkcije f . Zapišite enačbo tangente na graf funkcije f v točki z absciso -2 .

Adott az $f(x) = \frac{x^2}{x-2}$ függvény. Számítsa ki az f függvény mindkét stacionárius pontját! Írja fel az f függvénygrafikon -2 abszcisszájú pontjára illeszkedő érintő egyenesének az egyenletét!

(7 točk/pont)



6. Premica z enačbo $y = 2x$ je asimptota hiperbole s središčem v točki $S(0, 0)$. Gorišči hiperbole ležita na abscisni osi, točka $A(\sqrt{6}, 2\sqrt{3})$ pa leži na hiperboli.

Zapišite enačbo hiperbole.

Dano hiperbolo prezrcalimo preko simetrale lihih kvadrantov. Zapišite enačbo prezrcaljene hiperbole.

Az $y = 2x$ egyenletű egyenes az $S(0, 0)$ középpontú hiperbola aszimptotája. A hiperbola gyújtópontjai az abszcissa-tengelyre illeszkednek, az $A(\sqrt{6}, 2\sqrt{3})$ pont illeszkedik a hiperbolára.

Írja fel a hiperbola egyenletét!

A megadott hiperbolát tükrözzük a páratlan síknegyedek szimmetriatengelyére. Írja fel a hiperbola tükröképének egyenletét!

(8 točk/pont)



Rezervna stran / *Tartalék oldal*