



Šifra kandidata:

Državni izpitni center



SPOMLADANSKI IZPITNI ROK

Višja raven
MATEMATIKA

==== Izpitna pola 1 ====

- B) Krajše strukturirane naloge
C) Strukturirane naloge

Sobota, 7. junij 2025 / 90 minut (45 + 45)

Dovoljeno gradivo in pripomočki:

Kandidat prinese nalično pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko in geometrijsko orodje (šestilo in ravnilo, lahko tudi trikotnik).

Priloga s formulami in konceptna lista so na perforiranih listih, ki jih kandidat pazljivo iztrga.

SPLOŠNA MATURA

NAVODILA KANDIDATU

Pazljivo preberite ta navodila.

Ne odpirajte izpitne pole in ne začenjajte reševati nalog, dokler vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.

Pri reševanju te izpitne pole uporaba računalna ni dovoljena.

Prilepite kodo oziroma vpišite svojo šifro (v okvirček desno zgoraj na tej strani).

Izpitna pola je sestavljena iz dveh delov, dela B in dela C. Časa za reševanje je 90 minut. Priporočamo vam, da za reševanje dela B porabite 45 minut, za reševanje dela C pa 45 minut.

Izpitna pola vsebuje 6 krajših strukturiranih nalog v delu B in 2 strukturirani nalogi v delu C. Število točk, ki jih lahko dosežete, je 60, od tega 40 v delu B in 20 v delu C. Za posamezno nalogo je število točk navedeno v izpitni poli. Pri reševanju si lahko pomagata s standardno zbirko zahtevnejših formul na straneh 3 in 4.

Rešitve pišite z naličnim peresom ali s kemičnim svinčnikom v izpitno polo v za to predvideni prostor **znotraj okvirja**. Rišete lahko tudi s svinčnikom. Če se zmotite, napisano prečrtajte in rešitev zapišite na novo. Nečitljivi zapisi in nejasni popravki bodo ocenjeni z 0 točkami. Strani 15 in 20 sta rezervni; uporabite ju le, če vam zmanjka prostora. Jasno označite, katere naloge ste reševali na teh straneh. Osnutki rešitev, ki jih lahko naredite na konceptna lista, se pri ocenjevanju ne upoštevajo.

Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vsemi vmesnimi računi in sklepi. Če ste nalogo reševali na več načinov, jasno označite, katero rešitev naj ocenjevalec oceni.

Zaupajte vase in v svoje zmožnosti. Želimo vam veliko uspeha.

Ta pola ima 20 strani, od tega 2 rezervni.

V sivo polje ne pišite. V sivo polje ne pišite. V sivo polje ne pišite. V sivo polje ne pišite. V sivo polje ne pišite.



M 2 5 1 4 0 2 1 1 0 3

Formule

(Vsota in razlika potenc z naravnim eksponentom) Za poljubna $a, b \in \mathbb{R}$ in za poljubno naravno število n velja

$$a^{2n+1} + b^{2n+1} = (a+b)(a^{2n} - a^{2n-1}b + a^{2n-2}b^2 - \dots + a^2b^{2n-2} - ab^{2n-1} + b^{2n}),$$

$$a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \dots + a^2b^{n-3} + ab^{n-2} + b^{n-1}).$$

(Evklidov in višinski izrek) Pravokotni trikotnik ima kateti a in b ter hipotenuzo c . Višina na hipotenuzo je v_c , pravokotna projekcija katete a na hipotenuzo je a_1 , pravokotna projekcija katete b na hipotenuzo pa b_1 . Tedaj velja $a^2 = ca_1$, $b^2 = cb_1$, $v_c^2 = a_1b_1$.

(Polmera trikotniku včrtanega in očrtanega kroga) Trikotnik ima stranice a, b in c , polovica obsega je $s = \frac{a+b+c}{2}$, ploščina je S , polmer danemu trikotniku včrtanega kroga je r in polmer danemu trikotniku očrtanega kroga je R . Tedaj je $r = \frac{S}{s}$ in $R = \frac{abc}{4S}$.

(Heronova formula) Trikotnik ima stranice a, b in c , polovica obsega je $s = \frac{a+b+c}{2}$. Tedaj je njegova ploščina $S = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$.

(Ploščina trikotnika) Naj bodo $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ in $C(x_3, y_3)$ točke v ravnini. Ploščina trikotnika z oglišči A, B in C je enaka $S = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$.

(Krogla) Površina in prostornina krogle s polmerom r sta $P = 4\pi r^2$, $V = \frac{4\pi r^3}{3}$.

(Razdalja točke od premice) Naj bodo $a, b, c, x_0, y_0 \in \mathbb{R}$ in naj a in b ne bosta oba enaka 0. Razdalja točke $T_0(x_0, y_0)$ od premice p , podane z enačbo $ax + by - c = 0$, je

$$d(T_0, p) = \frac{|ax_0 + by_0 - c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}.$$

(Logaritem) Naj bosta $a > 0$, $a \neq 1$, $b > 0$, $b \neq 1$. Tedaj za vsak $x > 0$ velja $\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$.

(Adicijski izreki) Za poljubna $x, y \in \mathbb{R}$ velja

$$\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \cos x \sin y, \quad \cos(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \sin x \sin y.$$

Za poljubna $x, y \in \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + \pi \cdot k; k \in \mathbb{Z} \right\}$, za katera je $x + y \neq \frac{\pi}{2} + \pi \cdot k$ za poljuben $k \in \mathbb{Z}$ in

$$\tan x \tan y \neq -1, \text{ velja } \tan(x \pm y) = \frac{\tan x \pm \tan y}{1 \mp \tan x \tan y}.$$

(Kotne funkcije polovičnih kotov) Za poljuben $x \in \mathbb{R}$ velja

$$\sin^2 \frac{x}{2} = \frac{1 - \cos x}{2}, \quad \cos^2 \frac{x}{2} = \frac{1 + \cos x}{2}.$$

$$\text{Za poljuben } x \in \mathbb{R} \setminus \{ \pi + \pi \cdot 2k; k \in \mathbb{Z} \} \text{ velja } \tan \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}.$$

(Faktorizacija vsote in razlike kotnih funkcij) Za poljubna $x, y \in \mathbb{R}$ velja

$$\sin x \pm \sin y = 2 \sin \frac{x \pm y}{2} \cos \frac{x \mp y}{2},$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2},$$

$$\cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}.$$

$$\sin x \cdot \sin y = -\frac{1}{2}(\cos(x+y) - \cos(x-y)),$$

$$\cos x \cdot \cos y = \frac{1}{2}(\cos(x+y) + \cos(x-y)),$$

$$\sin x \cdot \cos y = \frac{1}{2}(\sin(x+y) + \sin(x-y)).$$

numerična ekscentričnost je ε . Tedaj velja $e^2 = a^2 - b^2$, $\varepsilon = \frac{c}{a}$.

ekscentričnost je e , njena numerična ekscentričnost je ε . Tedaj velja $\boxed{e^2 = a^2 + b^2}$, $\boxed{\varepsilon = \frac{e}{a}}$.

(Parabola) Parabola v ravnini z enačbo $y^2 = 2px$ ima gorišče v $G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$, enačba premice vodnice dane parabole pa je $x = -\frac{p}{2}$.

(Aritmetično zaporedje) Vsota prvih n členov aritmetičnega zaporedja (a_n) je $S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$.

je $\boxed{S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}}$, če je $q \neq 1$, in $\boxed{S_n = na_1}$, če je $q = 1$.

(Limiti) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e$ in $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$.

$$\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} + C \quad \text{in} \quad \int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin x + C.$$

$$\boxed{\int u \cdot v' = u \cdot v - \int v \cdot u'}$$

(Volumen rotacijskega telesa) Naj bo $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ zvezna funkcija. Volumen telesa, ki ga dobimo tako, da lik, ki ga omejujejo graf funkcije f , abscisna os ter premici $x = a$ in $x = b$, zavrtimo okrog abscisne osi za 360° , je $V = \pi \int_a^b (f(x))^2 dx$.

$$P(n, p, k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}.$$

L



**Konceptni list**

L



**Konceptni list**

B) KRAJŠE STRUKTURIRANE NALOGE

1. Naj bo A množica vseh praštevil, manjših od 20, B množica vseh deliteljev števila 12 in C množica vseh večkratnikov števila 3, manjših od 20. Zapišite množice A , B , C , $A \cap B$ in $B \cup C$.

(7 točok)



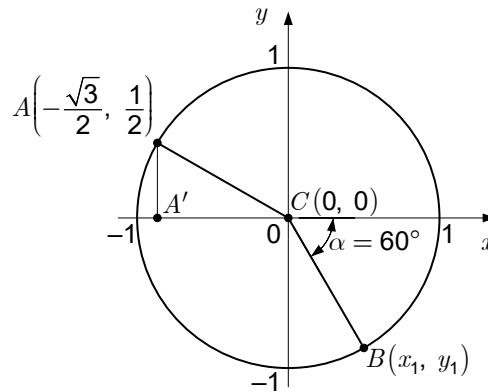
2. Izračunajte diskriminante in poiščite vse rešitve kvadratnih enačb. Rezultate zapišite v preglednico.

Enačba	Diskriminanta	Rešitve enačbe
$x^2 - 6x + 9 = 0$		
$x^2 - 3x - 10 = 0$		
$x^2 - 6x + 10 = 0$		

(7 točk)



3. Na sliki je narisana krožnica s središčem v izhodišču koordinatnega sistema in polmerom 1. Točki A in B ležita na krožnici, točka A' je pravokotna projekcija točke A na abscisno os, točka C pa izhodišče koordinatnega sistema.



Izračunajte natančni vrednosti neznanih koordinat x_1 in y_1 točke B na sliki.

Natančno izračunajte obseg in ploščino trikotnika $\triangle CAA'$.

(5 točk)



4. Naj bosta $a = \log_5 2$ in $b = \log_5 3$. Logaritme $\log_5 6$, $\log_5 2\sqrt{3}$ in $\log_5 0,3$ izrazite z a in b .

(6 točk)



5. Dana je funkcija $f(x) = \frac{x^2}{x-2}$. Izračunajte stacionarni točki funkcije f . Zapišite enačbo tangente na graf funkcije f v točki z absciso -2 .

(7 točk)



6. Premica z enačbo $y = 2x$ je asimptota hiperbole s središčem v točki $S(0, 0)$. Gorišči hiperbole ležita na abscisni osi, točka $A(\sqrt{6}, 2\sqrt{3})$ pa leži na hiperboli.

Zapišite enačbo hiperbole.

Dano hiperbolo prezrcalimo preko simetrane lihih kvadrantov. Zapišite enačbo prezrcaljene hiperbole.

(8 točk)

L

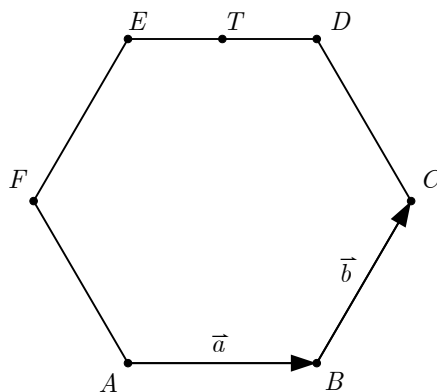


T



C) STRUKTURIRANE NALOGE

1. Na sliki sta narisana vektorja $\vec{a}$ in $\vec{b}$. Lik $ABCDEF$ je pravilni šestkotnik s stranicami dolžine ena. Točka T je razpolovišče daljice DE .

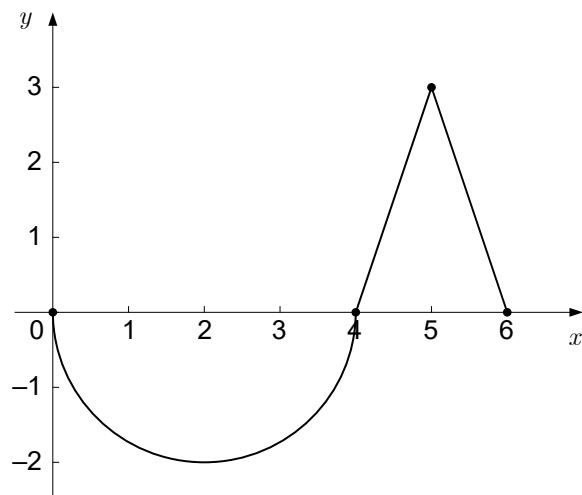


- 1.1. Izrazite vektorja $\overrightarrow{AC}$ in $\overrightarrow{BT}$ kot linearni kombinaciji vektorjev $\vec{a}$ in $\vec{b}$ ter izračunajte dolžino daljice $|BT|$. (2 točki)
- 1.2. Daljici AC in BT se sekata v točki U . Izračunajte razmerje $|AU| : |UC|$. (4 točke)
- 1.3. Naj bosta $\vec{u} = \vec{a} + \vec{b}$ in $\vec{w} = 2\vec{b} - \frac{3}{2}\vec{a}$. Vektor $\frac{7}{2}\vec{a} - \frac{7}{2}\vec{b}$ izrazite kot linearno kombinacijo vektorjev $\vec{u}$ in $\vec{w}$. (4 točke)





2. Funkcija f je podana s predpisom $f(x) = \begin{cases} -\sqrt{-x^2 + 4x}; & 0 \leq x < 4 \\ 3x - 12; & 4 \leq x < 5 \\ -3x + 18; & 5 \leq x \leq 6 \end{cases}$. V spodnjem koordinatnem sistemu je narisana njen graf.



- 2.1. V razpredelnico zapišite ustrezne vrednosti (glejte že izpolnjeno prvo vrstico).

$\int_0^6 f(x) dx$	$-2\pi + 3$
$f\left(\frac{1}{2}\right)$	
$f\left(\frac{11}{2}\right)$	
$f'(1)$	
$f'\left(\frac{11}{2}\right)$	
$f''\left(\frac{9}{2}\right)$	
$\int_0^2 f(x) dx$	
$\int_4^6 f(x) dx$	

(7 točk)

- 2.2. Naj bo $g: \mathbb{R} \rightarrow [-2, 3]$ periodična funkcija z osnovno periodo 6, ki je na intervalu $[0, 6]$ enaka funkciji f . Izračunajte $\int_{-2022}^{2022} g(x) dx$. Ali je funkcija g soda? Utemeljite. Zapišite intervale, na katerih je funkcija g padajoča.

(3 točke)





Rezervna stran