



Šifra kandidata:

Državni izpitni center



M 2 5 1 4 0 2 1 2

SPOMLADANSKI IZPITNI ROK

Višja raven
MATEMATIKA
Izpitna pola 2

B) Krajše strukturirane naloge
C) Strukturirane naloge

Sobota, 7. junij 2025 / 90 minut (45 + 45)

Dovoljeno gradivo in pripomočki:

*Kandidat prinese nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko,
geometrijsko orodje (šestilo in ravnilo, lahko tudi trikotnik)
in računalno.*

Priloga s formulami in konceptna lista so na perforiranih listih, ki jih kandidat pazljivo iztrga.

SPLOŠNA MATURA

NAVODILA KANDIDATU

Pazljivo preberite ta navodila.

Ne odpirajte izpitne pole in ne začenjajte reševati nalog, dokler vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.

Prilepite kodo oziroma vpišite svojo šifro (v okvirček desno zgoraj na tej strani).

Izpitna pola je sestavljena iz dveh delov, dela B in dela C. Časa za reševanje je 90 minut. Priporočamo vam, da za reševanje dela B porabite 45 minut, za reševanje dela C pa 45 minut.

Izpitna pola vsebuje 6 krajših strukturiranih nalog v delu B in 2 strukturirani nalogi v delu C. Število točk, ki jih lahko dosežete, je 60, od tega 40 v delu B in 20 v delu C. Za posamezno nalogo je število točk navedeno v izpitni poli. Pri reševanju si lahko pomagata s standardno zbirko zahtevnejših formul na straneh 3 in 4.

Rešitve pišite z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom v izpitno polo v za to predvideni prostor **znotraj okvirja**. Rišete lahko tudi s svinčnikom. Če se zmotite, napisano prečrtajte in rešitev zapišite na novo. Nečitljivi zapisi in nejasni popravki bodo ocenjeni z 0 točkami. Strani 15 in 20 sta rezervni; uporabite ju le, če vam zmanjka prostora. Jasno označite, katere naloge ste reševali na teh straneh. Osnutki rešitev, ki jih lahko naredite na konceptna lista, se pri ocenjevanju ne upoštevajo.

Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vsemi vmesnimi računi in sklepi. Če ste nalogo reševali na več načinov, jasno označite, katero rešitev naj ocenjevalec oceni.

Zaupajte vase in v svoje zmožnosti. Želimo vam veliko uspeha.

Ta pola ima 20 strani, od tega 2 rezervni.

V sivo polje ne pišite. V sivo polje ne pišite. V sivo polje ne pišite. V sivo polje ne pišite. V sivo polje ne pišite.



M 2 5 1 4 0 2 1 2 0 3

Formule

(Vsota in razlika potenc z naravnim eksponentom) Za poljubna $a, b \in \mathbb{R}$ in za poljubno naravno število n velja

$$a^{2n+1} + b^{2n+1} = (a+b)(a^{2n} - a^{2n-1}b + a^{2n-2}b^2 - \dots + a^2b^{2n-2} - ab^{2n-1} + b^{2n}),$$

$$a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \dots + a^2b^{n-3} + ab^{n-2} + b^{n-1}).$$

(Evklidov in višinski izrek) Pravokotni trikotnik ima kateti a in b ter hipotenuzo c . Višina na hipotenuzo je v_c , pravokotna projekcija katete a na hipotenuzo je a_1 , pravokotna projekcija katete b na hipotenuzo pa b_1 . Tedaj velja $a^2 = ca_1$, $b^2 = cb_1$, $v_c^2 = a_1b_1$.

(Polmera trikotniku včrtanega in očrtanega kroga) Trikotnik ima stranice a, b in c , polovica obsega je $s = \frac{a+b+c}{2}$, ploščina je S , polmer danemu trikotniku včrtanega kroga je r in polmer danemu trikotniku očrtanega kroga je R . Tedaj je $r = \frac{S}{s}$ in $R = \frac{abc}{4S}$.

(Heronova formula) Trikotnik ima stranice a, b in c , polovica obsega je $s = \frac{a+b+c}{2}$. Tedaj je njegova ploščina $S = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$.

(Ploščina trikotnika) Naj bodo $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ in $C(x_3, y_3)$ točke v ravnini. Ploščina trikotnika z oglišči A, B in C je enaka $S = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$.

(Krogla) Površina in prostornina krogle s polmerom r sta $P = 4\pi r^2$, $V = \frac{4\pi r^3}{3}$.

(Razdalja točke od premice) Naj bodo $a, b, c, x_0, y_0 \in \mathbb{R}$ in naj a in b ne bosta oba enaka 0. Razdalja točke $T_0(x_0, y_0)$ od premice p , podane z enačbo $ax + by - c = 0$, je

$$d(T_0, p) = \frac{|ax_0 + by_0 - c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}.$$

(Logaritem) Naj bosta $a > 0$, $a \neq 1$, $b > 0$, $b \neq 1$. Tedaj za vsak $x > 0$ velja $\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$.

(Adicijski izreki) Za poljubna $x, y \in \mathbb{R}$ velja

$$\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \cos x \sin y, \quad \cos(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \sin x \sin y.$$

Za poljubna $x, y \in \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + \pi \cdot k; k \in \mathbb{Z} \right\}$, za katera je $x + y \neq \frac{\pi}{2} + \pi \cdot k$ za poljuben $k \in \mathbb{Z}$ in

$$\tan x \tan y \neq -1, \text{ velja } \tan(x \pm y) = \frac{\tan x \pm \tan y}{1 \mp \tan x \tan y}.$$

(Kotne funkcije polovičnih kotov) Za poljuben $x \in \mathbb{R}$ velja

$$\sin^2 \frac{x}{2} = \frac{1 - \cos x}{2}, \quad \cos^2 \frac{x}{2} = \frac{1 + \cos x}{2}.$$

$$\text{Za poljuben } x \in \mathbb{R} \setminus \{ \pi + \pi \cdot 2k; k \in \mathbb{Z} \} \text{ velja } \tan \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}.$$

(Faktorizacija vsote in razlike kotnih funkcij) Za poljubna $x, y \in \mathbb{R}$ velja

$$\sin x \pm \sin y = 2 \sin \frac{x \pm y}{2} \cos \frac{x \mp y}{2},$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2},$$

$$\cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}.$$



$$\sin x \cdot \sin y = -\frac{1}{2}(\cos(x+y) - \cos(x-y)),$$

$$\cos x \cdot \cos y = \frac{1}{2}(\cos(x+y) + \cos(x-y)),$$

$$\sin x \cdot \cos y = \frac{1}{2}(\sin(x+y) + \sin(x-y)).$$

numerična ekscentričnost je ε . Tedaj velja $e^2 = a^2 - b^2$, $\varepsilon = \frac{c}{a}$.

ekscentričnost je e , njena numerična ekscentričnost je ε . Tedaj velja $e^2 = a^2 + b^2$, $\varepsilon = \frac{e}{a}$.

dane parabole pa je $x = -\frac{p}{2}$.

(Aritmetično zaporedje) Vsota prvih n členov aritmetičnega zaporedja (a_n) je $S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$.

(Geometrijsko zaporedje) Vsota prvih n členov geometrijskega zaporedja (a_n) s kvocientom $q \in \mathbb{R}$

je $S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}$, če je $q \neq 1$, in $S_n = na_1$, če je $q = 1$.

(Limiti) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e$ in $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$.

(Nedoločeni integral) Naj bo $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$. Tedaj je za vsak $C \in \mathbb{R}$

$$\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} + C \quad \text{in} \quad \int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin x + C$$

(Integracija po delih) Naj bo $D \subseteq \mathbb{R}$ in $u, v: D \rightarrow \mathbb{R}$ odvedljivi funkciji. Tedaj velja

(Volumen rotacijskega telesa) Naj bo $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ zvezna funkcija. Volumen telesa, ki ga dobimo tako, da lik, ki ga omejujejo graf funkcije f , abscisna os ter premici $x = a$ in $x = b$, zavrtimo

okrog abscisne osi za 360° , je $V = \pi \int_a^b (f(x))^2 dx$.

(Bernoullijeva formula) Naj bo p verjetnost, da se v danem poskusu zgodi dogodek A . Verjetnost, da se dogodek A v n zaporednih ponovitvah poskusa zgodi natanko k -krat, je



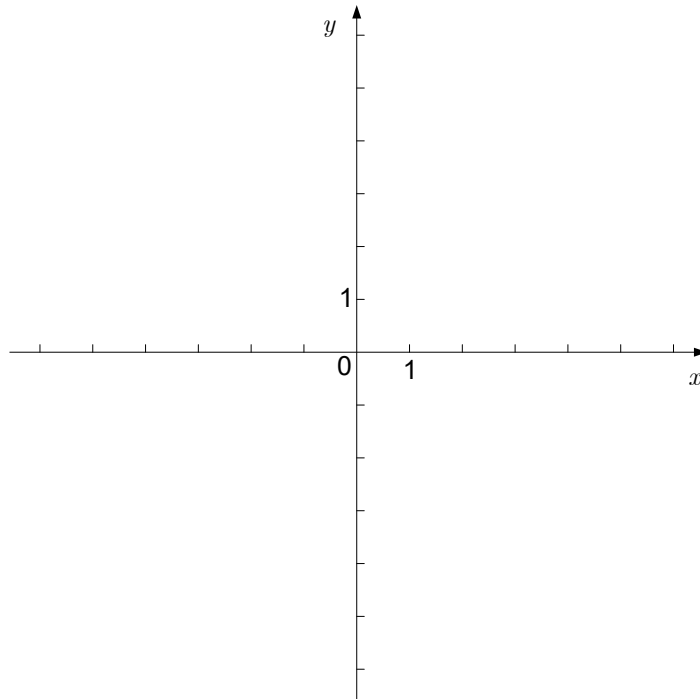
Konceptni list

**Konceptni list**



**Konceptni list**

1. Narišite premici z enačbama $y = -3$ in $y = -2x + 3$ ter izračunajte ploščino trikotnika, ki ga premici oklepata z ordinatno osjo.

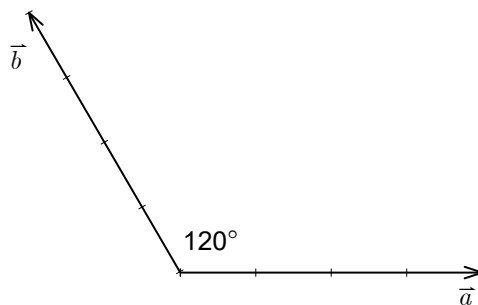


(6 točk)



2. Vektorja $\vec{a}$ in $\vec{b}$ na spodnji sliki sta dolga 4 enote, kot med njima pa je 120° .

Skicirajte vektor $\vec{c} = -2\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}$ ter izračunajte skalarna produkta $\vec{a} \cdot \vec{b}$ in $\vec{a} \cdot \vec{c}$.



(8 točk)

3. Dvakrat zapored vržemo pošteno igralno kocko. Izračunajte verjetnosti dogodkov:
- A – obakrat je padla šestica,
 - B – vsaj enkrat je padla šestica,
 - C – po obeh metih je vsota pik največ 5.

(8 točok)



4. Stranice trikotnika ABC tvorijo aritmetično zaporedje z diferenco 3. Izračunajte in zapišite dolžine stranic trikotnika ABC , če je njegov obseg enak 30. Na minuto natančno izračunajte še velikost največjega kota trikotnika ABC .

(6 točk)



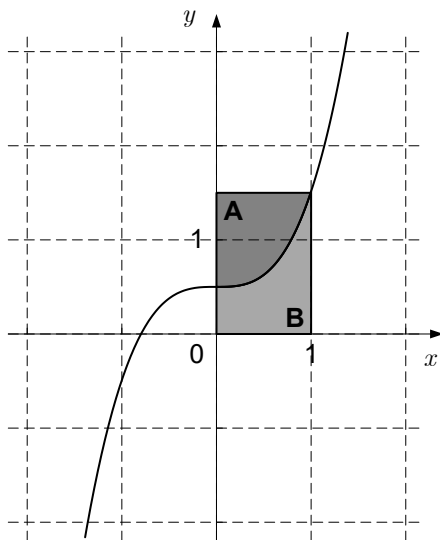
5. Vsaka od funkcij v preglednici ima natanko eno od naštetih lastnosti. Obkrožite jo. Primer v prvi vrstici je rešen.

Funkcijski predpis	Lastnost funkcije			
	soda	liha	naraščajoča	padajoča
$f(x) = x^2 \sin x$		☒		
$g(x) = 2^{-x}$		☐		
$h(x) = \cos x$		☐		
$t(x) = \log_2 x$		☐		
$u(x) = x - 1$		☐		
$v(x) = x + \cos x$		☐		

(5 točk)



6. V koordinatnem sistemu je narisana krivulja z enačbo $y = x^3 + a$. Označeni območji A in B v pravokotniku imata enako ploščino. Izračunajte a .



(7 točk)



**C) STRUKTURIRANE NALOGE**

1. Dani sta zaporedji s splošnima členoma $a_n = \sqrt{4n^2 - n}$ in $b_n = 2n$.
- 1.1. Koliko členov zaporedja s splošnim členom $c_n = \frac{1}{a_n}$ je večjih od 0,01?
(3 točke)
- 1.2. Izračunajte limito zaporedja s splošnim členom $d_n = a_n - b_n$.
(3 točke)
- 1.3. Dokažite, da je zaporedje s splošnim členom $g_n = \frac{b_n}{a_n^2}$ padajoče. Določite natančno spodnjo in natančno zgornjo mejo tega zaporedja.
(4 točke)





2. Rešite spodnji (neodvisni) nalogi.

- 2.1. Na igrišču z obsegom 400 m začneta tekača hkrati teči iz iste točke ob zunanjem robu igrišča. Prvi teče v pozitivno smer s konstantno hitrostjo $v_1 = 2 \text{ ms}^{-1}$, drugi pa v negativno smer s konstantno hitrostjo $v_2 = 3 \text{ ms}^{-1}$. Kolikokrat se bosta srečala tekača, če tečeta 10 minut?

(4 točke)

- 2.2. Načrtujemo gradnjo športnega igrišča, ki ima obliko, kot je prikazana na sliki. Ploščina osrednjega dela igrišča, pravokotnika $ABCD$, meri 6000 m^2 , krajši stranici pravokotnika pa zaključujeta polkroga. Kolikšna mora biti dolžina ravnega dela igrišča $x = |AB|$ in kolikšen polmer krožnih lokov $r = \frac{|AD|}{2}$, da bo tekač, ko preteče en krog ob zunanjem robu igrišča, pretekel najkrajšo možno razdaljo?



(6 točk)





Rezervna stran