



Codice del candidato:

Državni izpitni center



P 0 4 3 C 1 0 1 1 1 1

III SESSIONE D'ESAME

MATEMATICA

Prova d'esame

Giovedì 3 febbraio 2005 / 120 minuti senza interruzioni

*Requisiti consentiti: penna stilografica o penna a sfera, matita, gomma, calcolatrice tascabile priva di interfaccia grafica e priva del calcolo letterale, compasso, squadra, righello e goniometro.
Al fascicolo d'esame sono allegati due fogli per gli appunti e la scheda di valutazione.*

PROVA DI MATURITÀ PROFESSIONALE

INDICAZIONI PER IL CANDIDATO

Leggi attentamente le seguenti indicazioni. Non voltare pagina e non iniziare a risolvere i quesiti prima del via dell'insegnante preposto.

Incolla o scrivi il tuo numero di codice nello spazio apposito su questa pagina in alto e sulla scheda di valutazione.

Questa prova d'esame è composta da due parti. In margine ad ogni esercizio sono indicati i punti previsti per la sua soluzione. Nella prima parte risolvi tutti e 9 gli esercizi proposti. Nella seconda parte sono proposti tre esercizi. Scegline due e risolvili.

È d'obbligo l'uso della penna stilografica o della penna a sfera. In caso di errore traccia una barra, sulla risposta errata e scrivila nuovamente. Gli esercizi le cui soluzioni non sono chiare e leggibili saranno valutati con zero (0) punti. Se hai risolto un esercizio in modi diversi indica in modo inequivocabile quello da valutare.

Usa la matita per i grafici delle funzioni, per le costruzioni geometriche e per i disegni a mano libera. Scrivi in modo leggibile e ordinato.

Ogni procedimento di soluzione va presentato in modo comprensibile dall'inizio alla fine, con tutti i calcoli ed i risultati intermedi.

A pag. 2 e 3 troverai le formule matematiche che possono fornirti un aiuto nella soluzione degli esercizi.

Segna con una **x** nella tabella i due quesiti, che hai scelto per la seconda parte.

1° quesito	2° quesito	3° quesito

I valutatori non esamineranno i fogli previsti per gli appunti.

Leggi attentamente ogni esercizio prima di risolverlo.

Abbi fiducia in te stesso e nelle tue capacità. Buon lavoro.

Questo fascicolo comprende 20 pagine, di cui 2 vuote.

FORMULE

1. Sistema di coordinate cartesiane nel piano

- **Area (A) del triangolo di vertici** $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$:

$$A = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$$

- **Angolo tra due rette:** $\operatorname{tg} \varphi = \left| \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 \cdot k_2} \right|$

2. Geometria del piano (l'area di ogni figura è indicata con A)

- **Triangolo:**

$$A = \frac{c \cdot h_c}{2} = \frac{1}{2} ab \operatorname{sen} \gamma$$

$$A = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}, \quad p = \frac{a+b+c}{2}$$

- **Raggio della circonferenza inscritta (r) e circoscritta (R) ad un triangolo:**

$$r = \frac{A}{p}, \quad \left(p = \frac{a+b+c}{2} \right); \quad R = \frac{abc}{4A}$$

- **Triangolo equilatero:** $A = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$, $h = \frac{a \sqrt{3}}{2}$, $r = \frac{a \sqrt{3}}{6}$, $R = \frac{a \sqrt{3}}{3}$

- **Romboide, rombo:** $A = \frac{e \cdot f}{2}$, **trapezio:** $A = \frac{a+c}{2} \cdot h$

- **Lunghezza di un arco di circonferenza:** $l = \frac{\pi r \alpha^\circ}{180^\circ}$

- **Area del settore circolare:** $A = \frac{\pi r^2 \alpha^\circ}{360^\circ}$

- **Teorema dei seni:** $\frac{a}{\operatorname{sen} \alpha} = \frac{b}{\operatorname{sen} \beta} = \frac{c}{\operatorname{sen} \gamma} = 2R$

- **Teorema del coseno:** $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$

3. Aree e volumi dei solidi (B indica l'area di base del solido)

- **Prisma e cilindro:** $A_t = 2B + A_l$, $V = B \cdot h$

- **Piramide:** $A_t = B + A_l$, $V = \frac{1}{3} B \cdot h$

- **Cono retto:** $A_t = \pi r \cdot (r + l)$, $V = \frac{1}{3} \pi r^2 \cdot h$

- **Sfera:** $A = 4\pi r^2$, $V = \frac{4\pi r^3}{3}$

4. Funzioni goniometriche

- $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$
- $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$
- $1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$
- $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$
- $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$
- $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$
- $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$

5. La funzione e l'equazione di secondo grado

- $f(x) = ax^2 + bx + c$ **Vertice:** $V(p, q)$, $p = -\frac{b}{2a}$, $q = -\frac{D}{4a}$, $D = b^2 - 4ac$
- $ax^2 + bx + c = 0$ **Zeri:** $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

6. Logaritmi

- $\log_a y = x \Leftrightarrow a^x = y$
- $\log_a (x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$
- $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$
- $\log_a x^n = n \log_a x$
- $\log_b x = \frac{\log_a x}{\log_a b}$

7. Successioni

- **Progressione aritmetica:** $a_n = a_1 + (n-1)d$, $s_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$
- **Progressione geometrica:** $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$, $s_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$

8. Statistica

- **Valore medio (media aritmetica):** $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_k}{k}$, $\bar{x} = \frac{f_1 \cdot x_1 + f_2 \cdot x_2 + \dots + f_k \cdot x_k}{f_1 + f_2 + \dots + f_k}$
- **Varianza:** $\sigma^2 = \frac{1}{k} [(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_k - \bar{x})^2]$
- **Scarto quadratico medio:** $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$

PAGINA VUOTA

Parte I
Risolvi tutti i quesiti

1. Risolvi l'equazione $(3x + 1)^2 - 4x(2x - 3) - x^2 = 0$.

(4 punti)

2. Per l'esame di maturità i candidati dovevano scegliere una tra le due materie opzionali: matematica oppure lingua straniera. 66 alunni hanno scelto lingua straniera mentre il rimanente 56 % ha scelto matematica. Qual è il numero complessivo di candidati che hanno affrontato l'esame di maturità?

(4 punti)

3. I lati di un triangolo misurano rispettivamente 5 cm, 7 cm e 11 cm. Calcola l'angolo interno del triangolo che ha ampiezza maggiore.
Arrotonda il risultato al minuto.

(4 punti)

4. Determina il numero di spigoli e il numero di facce del cubo e della piramide quadrangolare regolare.

Scrivi i dati richiesti nel prospetto.

	cubo	Piramide quadrangolare regolare
Numero di spigoli		
Numero di facce		

(4 punti)

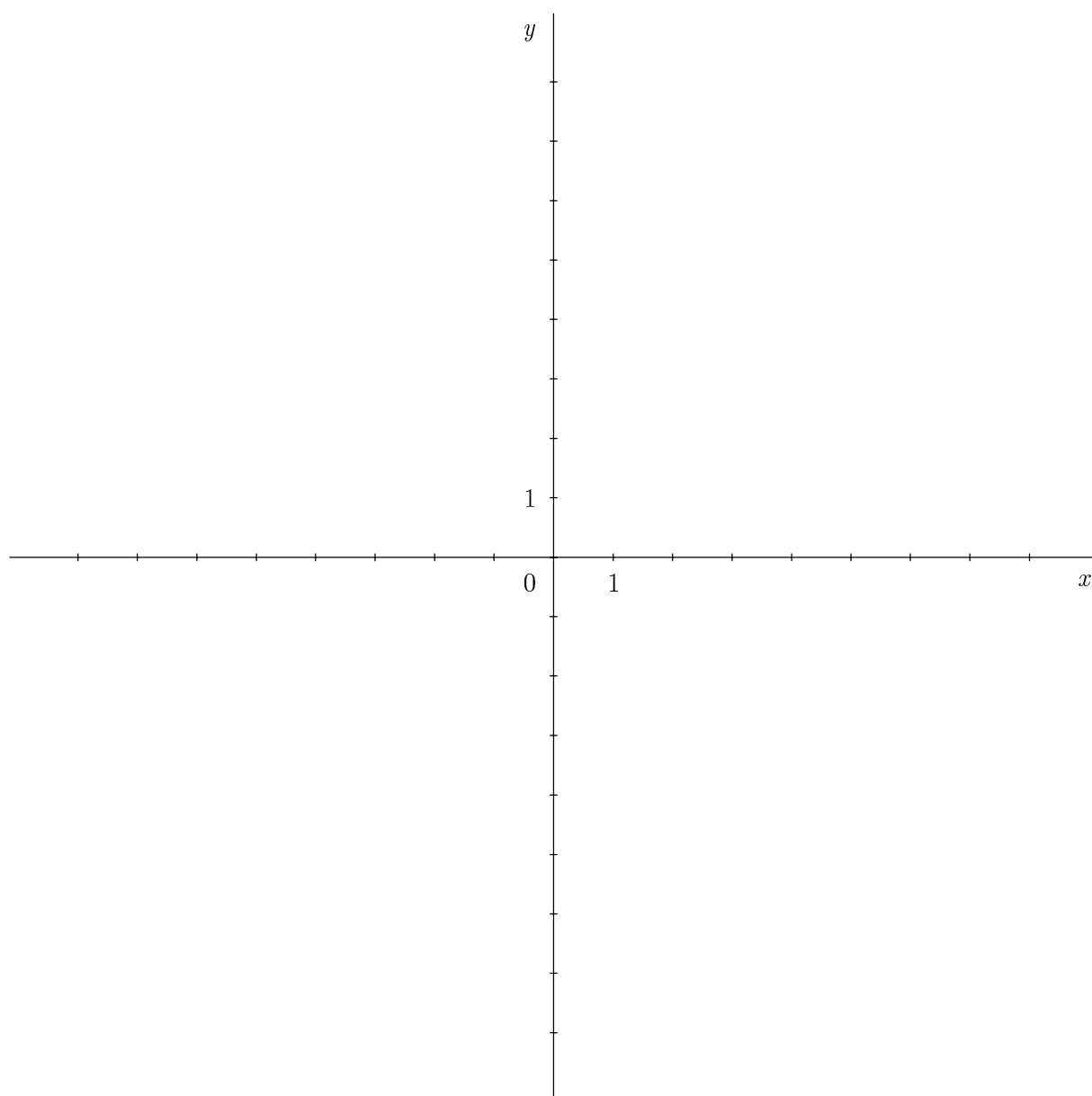
5. Calcola il valore dell'espressione $4 \log_a \sqrt{a} + \log_a a^3 - \log_a 1$, sapendo che $a > 1$.

(4 punti)

6. In un recinto ci sono delle pecore e degli struzzi. Quante pecore e quanti struzzi ci sono esattamente se in totale puoi contare 54 teste e 156 zampe?

(5 punti)

7. Esegui lo schizzo del grafico della funzione $f(x) = \frac{x-3}{x+1}$.



(5 punti)

8. Calcola il valore positivo di x , in modo che le espressioni $4 - x$, 2 , \sqrt{x} rappresentino i primi tre termini di una progressione aritmetica. Scrivi i primi cinque termini di tale progressione.

(5 punti)

9. Calcola il valore di $\operatorname{sen} x$ e $\operatorname{cos} x$, se $\tan x = -2$ e $\frac{\pi}{2} < x < \pi$.

(5 punti)

Parte II
Scegli due quesiti, cerchia i rispettivi numeri e risolvi

1. Sono date due funzioni: $f(x) = 1 - x^2$ e $g(x) = (x + 3)(x - 1)$.

(Totale 15 punti)

a) Calcola gli zeri ed i vertici di entrambe le funzioni.

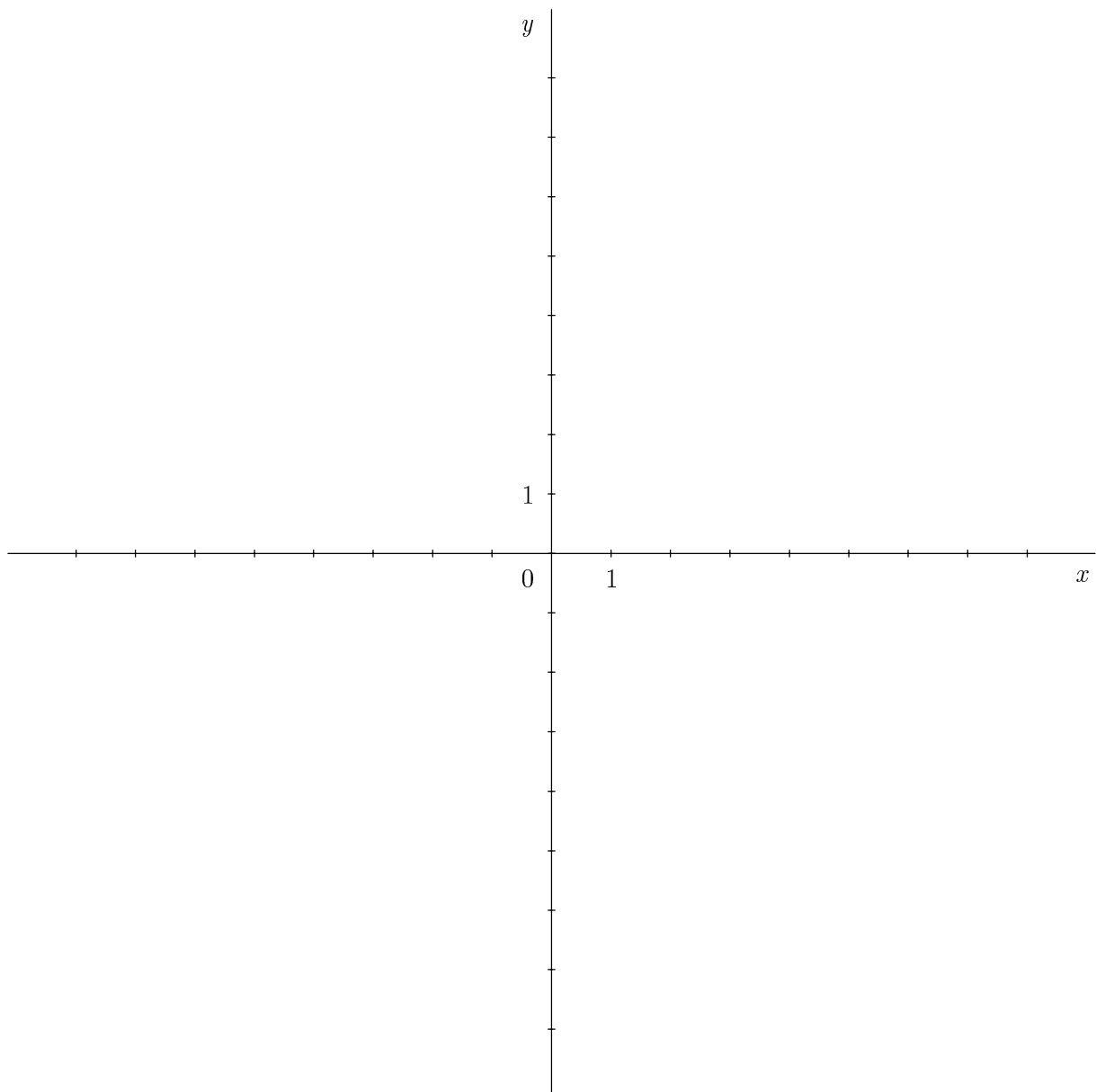
(5 punti)

b) Traccia sullo stesso sistema cartesiano i grafici delle due funzioni.

(6 punti)

c) Calcola le intersezioni dei grafici delle funzioni $f(x)$ e $g(x)$.

(4 punti)



2. Nella sezione A e nella sezione B di una classe di scuola tecnica gli alunni hanno scritto un saggio argomentativo riportando i seguenti risultati: Nella sezione A 7 alunni risultano ottimi, 10 molto buoni, 8 buoni, 4 sufficienti e 1 insufficiente. Nella sezione B gli ottimi sono 5, i molto buoni 8, i buoni 11, i sufficienti 5 mentre 3 risultano insufficienti.

(Totale 15 punti)

- a) Calcola il voto medio in ogni sezione e lo scarto quadratico medio nella sezione A. *(9 punti)*
- b) Di quanto risulta superiore il voto medio nella sezione A rispetto a quello nella sezione B? *(3 punti)*
- c) Rappresenta graficamente il profitto ottenuto nella sezione A. *(3 punti)*

3. L'altezza di un prisma esagonale regolare misura 8 cm, mentre lo spigolo della base misura 6 cm. Questo viene perforato lungo il suo asse da un trapano, che lo attraversa dalla base inferiore a quella superiore creando un foro di 2 cm di diametro.

(Totale 15 punti)

- a) Disegna lo schizzo del prisma iniziale e calcolane la superficie totale.

(5 punti)

- b) Calcola il volume del prisma iniziale.

(5 punti)

- c) Di quale percentuale il volume della parte eliminata risulta inferiore rispetto al volume del solido iniziale?

(5 punti)

PAGINA VUOTA