



Codice del candidato:

Državni izpitni center



P 0 5 2 C 1 0 1 1 1 1

SECONDA SESSIONE D'ESAME

MATEMATICA

Prova d'esame

Lunedì 29 agosto 2005 / 120 minuti senza interruzioni

*Requisiti consentiti: penna stilografica o penna a sfera, matita, gomma, calcolatrice tascabile priva di interfaccia grafica e priva del calcolo letterale, compasso, squadra, righello e goniometro.
Al fascicolo d'esame sono allegati due fogli per gli appunti e la scheda di valutazione.*

PROVA DI MATURITÀ PROFESSIONALE

INDICAZIONI PER IL CANDIDATO

Leggi attentamente le seguenti indicazioni. Non voltare pagina e non iniziare a risolvere i quesiti prima del via dell'insegnante preposto.

Incolla o scrivi il tuo numero di codice nello spazio apposito su questa pagina in alto e sulla scheda di valutazione.

Questa prova d'esame è composta da due parti. In margine ad ogni esercizio sono indicati i punti previsti per la sua soluzione. Nella prima parte risolvi tutti e 9 gli esercizi proposti. Nella seconda parte sono proposti tre esercizi. Scegline due e risolvili.

È d'obbligo l'uso della penna stilografica o della penna a sfera. In caso di errore traccia una barra sulla risposta errata e scrivila nuovamente. Gli esercizi le cui soluzioni non sono chiare e leggibili saranno valutati con zero (0) punti. Se hai risolto un esercizio in modi diversi indica in modo inequivocabile quello da valutare.

Usa la matita per i grafici delle funzioni, per le costruzioni geometriche e per i disegni a mano libera. Scrivi in modo leggibile e ordinato.

Ogni procedimento di soluzione va presentato in modo comprensibile dall'inizio alla fine, con tutti i calcoli ed i risultati intermedi.

A pag. 2 e 3 troverai le formule matematiche che possono fornirti un aiuto nella soluzione degli esercizi.

Segna con una **x** nella tabella i due quesiti, che hai scelto per la seconda parte.

| 1° quesito | 2° quesito | 3° quesito |
|------------|------------|------------|
| | | |

I valutatori non esamineranno i fogli previsti per gli appunti.

Leggi attentamente ogni esercizio prima di risolverlo.

Abbi fiducia in te stesso e nelle tue capacità. Buon lavoro.

Questo fascicolo comprende 20 pagine, di cui 2 vuote.

FORMULE

1. Sistema di coordinate cartesiane nel piano

- **Area (A) del triangolo di vertici $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$:**

$$A = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$$

- **Angolo tra due rette:** $\operatorname{tg} \varphi = \left| \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 \cdot k_2} \right|$

2. Geometria del piano (l'area di ogni figura è indicata con A)

- **Triangolo:**

$$A = \frac{c \cdot h_c}{2} = \frac{1}{2} ab \operatorname{sen} \gamma$$

$$A = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}, \quad p = \frac{a+b+c}{2}$$

- **Raggio della circonferenza inscritta (r) e circoscritta (R) ad un triangolo:**

$$r = \frac{A}{p}, \quad \left(p = \frac{a+b+c}{2} \right); \quad R = \frac{abc}{4A}$$

- **Triangolo equilatero:** $A = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$, $h = \frac{a \sqrt{3}}{2}$, $r = \frac{a \sqrt{3}}{6}$, $R = \frac{a \sqrt{3}}{3}$

- **Romboide, rombo:** $A = \frac{e \cdot f}{2}$, **trapezio:** $A = \frac{a+c}{2} \cdot h$

- **Lunghezza di un arco di circonferenza:** $l = \frac{\pi r \alpha^\circ}{180^\circ}$

- **Area del settore circolare:** $A = \frac{\pi r^2 \alpha^\circ}{360^\circ}$

- **Teorema dei seni:** $\frac{a}{\operatorname{sen} \alpha} = \frac{b}{\operatorname{sen} \beta} = \frac{c}{\operatorname{sen} \gamma} = 2R$

- **Teorema del coseno:** $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$

3. Aree e volumi dei solidi (B indica l'area di base del solido)

- **Prisma e cilindro:** $A_t = 2B + A_l$, $V = B \cdot h$

- **Piramide:** $A_t = B + A_l$, $V = \frac{1}{3} B \cdot h$

- **Cono retto:** $A_t = \pi r \cdot (r + l)$, $V = \frac{1}{3} \pi r^2 \cdot h$

- **Sfera:** $A = 4\pi r^2$, $V = \frac{4\pi r^3}{3}$

4. Funzioni goniometriche

- $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$
- $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$
- $1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$
- $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$
- $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$
- $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$
- $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$

5. La funzione e l'equazione di secondo grado

- $f(x) = ax^2 + bx + c$ **Vertice:** $V(p, q)$, $p = -\frac{b}{2a}$, $q = -\frac{D}{4a}$, $D = b^2 - 4ac$
- $ax^2 + bx + c = 0$ **Zeri:** $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

6. Logaritmi

- $\log_a y = x \Leftrightarrow a^x = y$
- $\log_a (x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$
- $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$
- $\log_a x^n = n \log_a x$
- $\log_b x = \frac{\log_a x}{\log_a b}$

7. Successioni

- **Progressione aritmetica:** $a_n = a_1 + (n-1)d$, $s_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$
- **Progressione geometrica:** $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$, $s_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$

8. Statistica

- **Valore medio (media aritmetica):** $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_k}{k}$, $\bar{x} = \frac{f_1 \cdot x_1 + f_2 \cdot x_2 + \dots + f_k \cdot x_k}{f_1 + f_2 + \dots + f_k}$
- **Varianza:** $\sigma^2 = \frac{1}{k} [(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_k - \bar{x})^2]$
- **Scarto quadratico medio oppure deviazione standard:** $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$

PAGINA VUOTA

I parte
Risolvi tutti i quesiti.

1. Calcola esattamente il valore dell'espressione: $\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1} - \sqrt{12} - 3$

(4 punti)

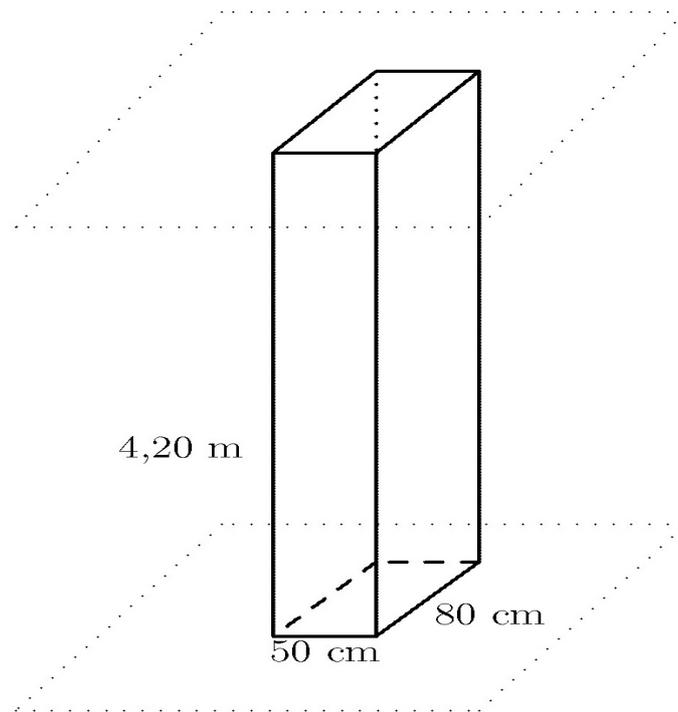
2. Semplifica l'espressione $(2x - 1)^2 - 3x(x - 2) - 9$, scomponi poi in fattori il risultato.

(4 punti)

3. Nel triangolo rettangolo ABC il cateto $b = 17,3$ m e $\alpha = 48^\circ 30'$. Calcola l'area del triangolo.

(4 punti)

4. La colonna della figura è fissata al pavimento e al soffitto di una stanza. Usando i dati della figura calcola quanti metri quadrati di assicelle di legno sono necessari per rivestire la colonna.



(4 punti)

5. Sette alpinisti hanno intrapreso una lunga salita. Prima della partenza hanno pesato i loro zaini. Due di questi pesavano 15 kg ciascuno, tre zaini pesavano 12 kg ciascuno, uno pesava 16 kg e un altro 18 kg. Qual è il valore medio della massa di ogni zaino? Quale percentuale della massa totale rappresenta lo zaino più pesante?

(4 punti)

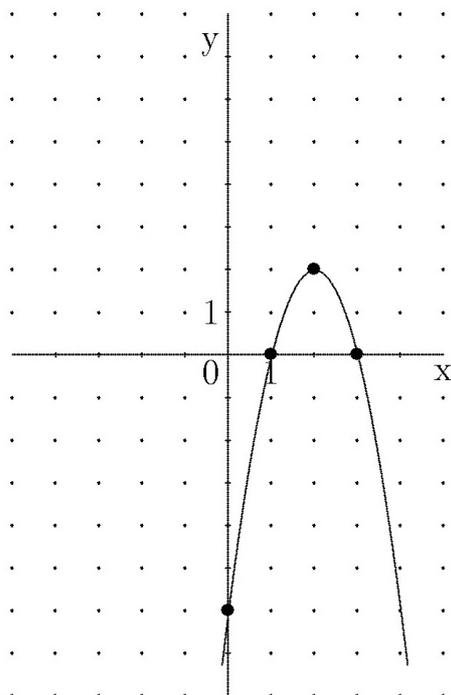
6. Risolvi le seguenti equazioni:

a) $3^{x+1} - 3^{x-1} = 72$

b) $\log_{\frac{1}{2}} x = -2$

(5 punti)

7. Scrivi l'equazione di secondo grado se il suo grafico è quello tracciato nella figura.



(5 punti)

8. Per il compleanno della mamma il papà le ha regalato un mazzo di fiori composto da 12 tulipani e da 7 rose, spendendo 5900 talleri. Se avesse acquistato 17 tulipani e 5 rose avrebbe speso lo stesso importo. Calcola il prezzo di un tulipano e il prezzo di una rosa.

(5 punti)

9. Calcola la somma dei termini della progressione aritmetica finita: 100, 88, 76, ..., -140.

(5 punti)

Parte II**Scegli due quesiti, cerchia i rispettivi numeri e risolvi.**

1. I punti $A(-2, -4)$, $B(3, 3)$ e $C(-1, 2)$ determinano il triangolo ABC .

(Totale 15 punti)

a) Disegna con esattezza il triangolo ABC nel piano cartesiano e calcola poi la lunghezza del suo lato più lungo. Esprimi il risultato con una precisione fino a due cifre decimali.

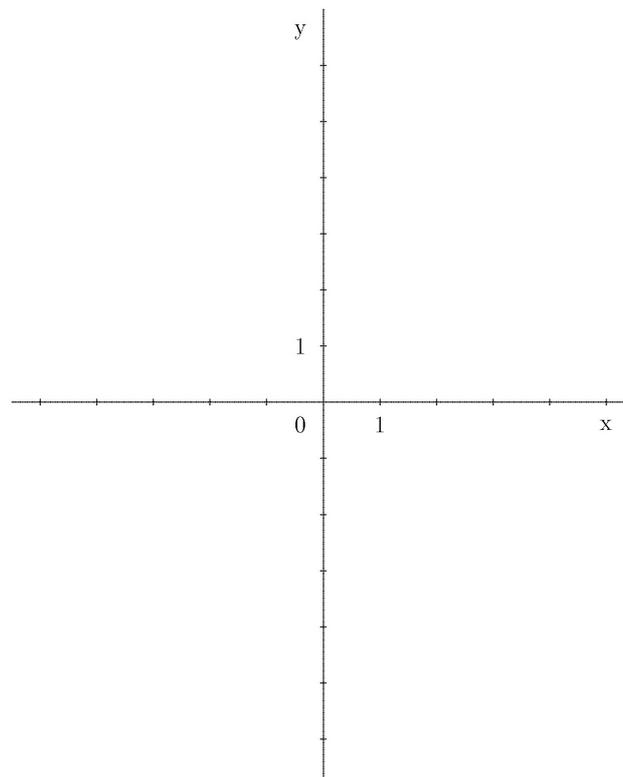
(5 punti)

b) Scrivi l'equazione della retta reggente il lato AB .

(5 punti)

c) Calcola l'angolo $\sphericalangle ACB$ con una precisione fino al minuto.

(5 punti)



2. Sia data la funzione $f(x) = \frac{2x^2}{x^2 - 4}$.

(Totale 15 punti)

a) Determina lo zero della funzione $f(x)$, i poli e l'asintoto orizzontale.

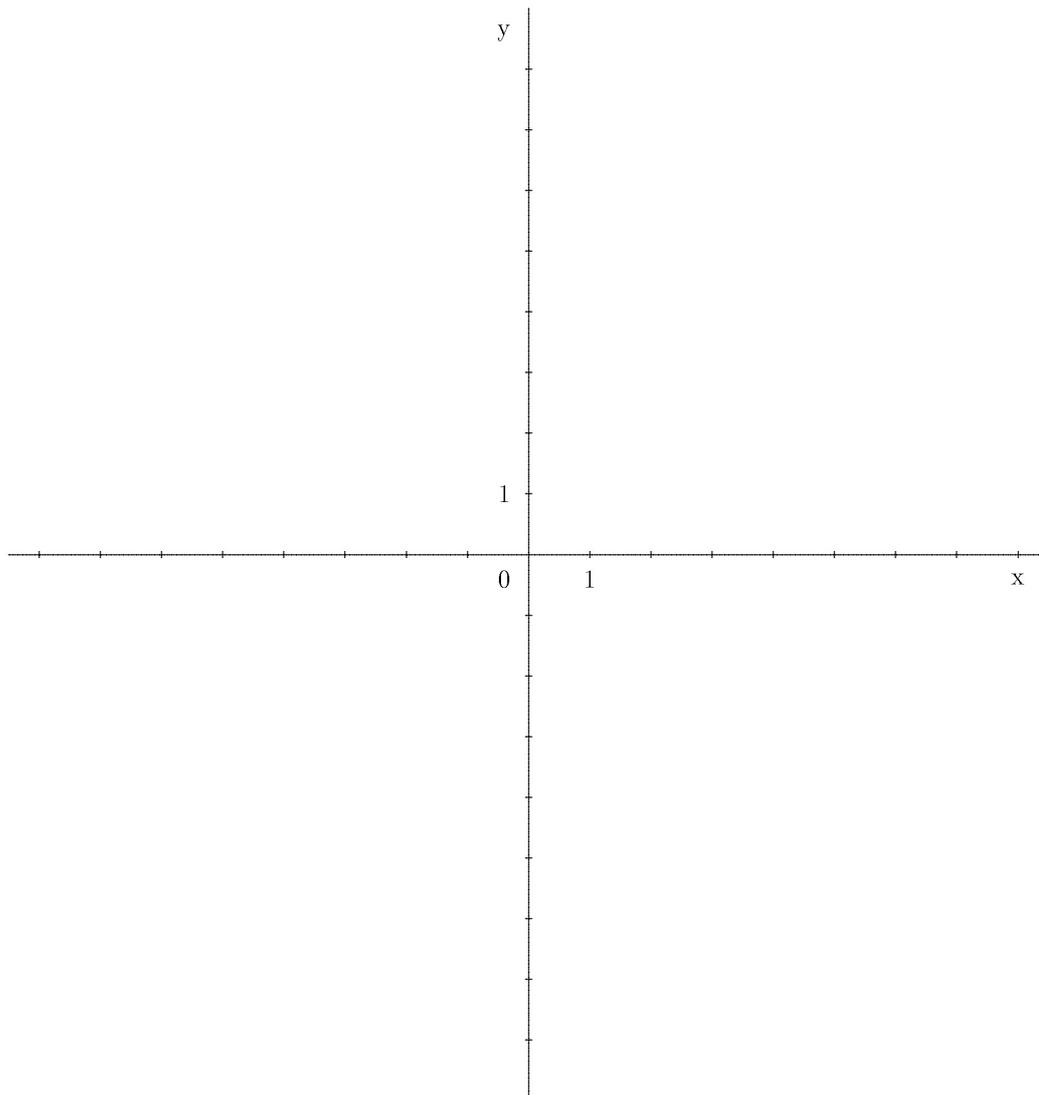
(4 punti)

b) Traccia il grafico della funzione $f(x)$.

(6 punti)

c) Calcola per quali valori di x il grafico della funzione $f(x)$ si trova sopra la retta $y = -2$.

(5 punti)



PAGINA VUOTA