



Codice del candidato:

Državni izpitni center



P 0 6 1 C 1 0 1 1 1 1

PRIMA SESSIONE D'ESAME

MATEMATICA

Prova d'esame

Giovedì, 1 giugno 2006 / 120 minuti senza interruzioni

*Requisiti consentiti: penna stilografica o penna a sfera, matita, gomma, calcolatrice tascabile priva di interfaccia grafica e priva del calcolo letterale, compasso, squadra, righello e goniometro.
Al fascicolo d'esame sono allegati due fogli per gli appunti e la scheda di valutazione.*

PROVA DI MATURITÀ PROFESSIONALE

INDICAZIONI PER IL CANDIDATO

Leggi attentamente le seguenti indicazioni. Non voltare pagina e non iniziare a risolvere i quesiti prima del via dell'insegnante preposto.

Incolla o scrivi il tuo numero di codice nello spazio apposito su questa pagina in alto e sulla scheda di valutazione.

Questa prova d'esame è composta da due parti. Accanto ad ogni esercizio sono indicati i punti previsti per la sua soluzione. Nella prima parte risolvi tutti e 9 gli esercizi proposti. Nella seconda parte sono proposti tre esercizi. Scegline due e risolvili.

È d'obbligo l'uso della penna stilografica o della penna a sfera. In caso di errore traccia una barra sulla risposta errata e scrivila nuovamente. Gli esercizi le cui soluzioni non sono chiare e leggibili saranno valutati con zero (0) punti. Se hai risolto un esercizio in modi diversi, indica in modo inequivocabile quello da valutare.

Usa la matita per i grafici delle funzioni, per le costruzioni geometriche e per i disegni a mano libera.

Scrivi in modo leggibile e ordinato.

Ogni procedimento di soluzione va presentato in modo comprensibile dall'inizio alla fine, con tutti i calcoli ed i risultati intermedi.

Alle pagine 2 e 3 troverai le formule matematiche che possono fornirti un aiuto nella soluzione degli esercizi.

Segna con una **x** nella tabella i due quesiti che hai scelto per la seconda parte.

1° quesito	2° quesito	3° quesito

I valutatori non esamineranno i fogli previsti per gli appunti.

Leggi attentamente ogni esercizio prima di risolverlo.

Abbi fiducia in te stesso e nelle tue capacità. Buon lavoro.

Questo fascicolo comprende 20 pagine, di cui 2 vuote.

FORMULE

1. Sistema di coordinate cartesiane nel piano

- **Area (A) del triangolo di vertici** $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$:

$$A = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$$
- **Angolo tra due rette:** $\operatorname{tg} \varphi = \left| \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 \cdot k_2} \right|$

2. Geometria del piano (l'area di ogni figura è indicata con A)

- **Triangolo:**

$$A = \frac{c \cdot h_c}{2} = \frac{1}{2} ab \operatorname{sen} \gamma$$

$$A = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}, \quad p = \frac{a+b+c}{2}$$
- **Raggio della circonferenza inscritta (r) e circoscritta (R) ad un triangolo:**

$$r = \frac{A}{p}, \quad \left(p = \frac{a+b+c}{2} \right); \quad R = \frac{abc}{4A}$$
- **Triangolo equilatero:** $A = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$, $h = \frac{a \sqrt{3}}{2}$, $r = \frac{a \sqrt{3}}{6}$, $R = \frac{a \sqrt{3}}{3}$
- **Romboide, rombo:** $A = \frac{e \cdot f}{2}$, **trapezio:** $A = \frac{a+c}{2} \cdot h$
- **Lunghezza di un arco di circonferenza:** $l = \frac{\pi r \alpha^\circ}{180^\circ}$
- **Area del settore circolare:** $A = \frac{\pi r^2 \alpha^\circ}{360^\circ}$
- **Teorema dei seni:** $\frac{a}{\operatorname{sen} \alpha} = \frac{b}{\operatorname{sen} \beta} = \frac{c}{\operatorname{sen} \gamma} = 2R$
- **Teorema del coseno:** $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$

3. Aree e volumi dei solidi (B indica l'area di base del solido)

- **Prisma e cilindro:** $A_t = 2B + A_l$, $V = B \cdot h$
- **Piramide:** $A_t = B + A_l$, $V = \frac{1}{3} B \cdot h$
- **Cono retto:** $A_t = \pi r \cdot (r + l)$, $V = \frac{1}{3} \pi r^2 \cdot h$
- **Sfera:** $A = 4\pi r^2$, $V = \frac{4\pi r^3}{3}$

4. Funzioni goniometriche

- $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$
- $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$
- $1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$
- $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$
- $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$
- $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$
- $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$

5. La funzione e l'equazione di secondo grado

- $f(x) = ax^2 + bx + c$ **Vertice:** $V(p, q)$, $p = -\frac{b}{2a}$, $q = -\frac{D}{4a}$, $D = b^2 - 4ac$
- $ax^2 + bx + c = 0$ **Zeri:** $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

6. Logaritmi

- $\log_a y = x \Leftrightarrow a^x = y$
- $\log_a (x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$
- $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$
- $\log_a x^n = n \log_a x$
- $\log_b x = \frac{\log_a x}{\log_a b}$

7. Successioni

- **Progressione aritmetica:** $a_n = a_1 + (n-1)d$, $s_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$
- **Progressione geometrica:** $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$, $s_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$

8. Statistica

- **Valore medio (media aritmetica):** $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_k}{k}$, $\bar{x} = \frac{f_1 \cdot x_1 + f_2 \cdot x_2 + \dots + f_k \cdot x_k}{f_1 + f_2 + \dots + f_k}$
- **Varianza:** $\sigma^2 = \frac{1}{k} [(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_k - \bar{x})^2]$

$$\sigma^2 = \frac{f_1 (x_1 - \bar{x})^2 + f_2 (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + f_k (x_k - \bar{x})^2}{f_1 + f_2 + \dots + f_k}$$
- **Scarto quadratico medio o deviazione standard:** $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$

PAGINA VUOTA

Parte I
Risolvi tutti i quesiti.

1. Che cos'è un numero primo? Scrivi tutti i numeri primi tra 40 e 50.

(4 punti)

2. Risolvi l'equazione e poi verifica il risultato: $\frac{x}{x+1} = \frac{1}{6}$.

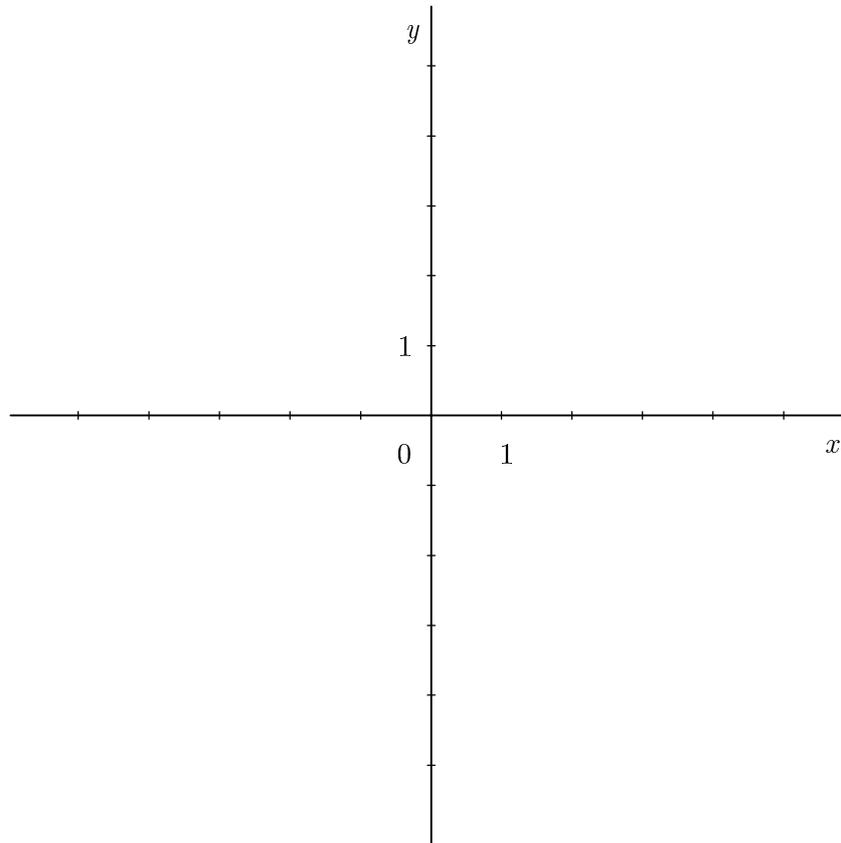
(4 punti)

3. Anna e Giulia ripartiscono tra loro la somma di 18400 talleri nel rapporto 5 : 3. Quanti talleri riceve Giulia?

(4 punti)

4. Traccia la retta $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$. Scrivi le coordinate dei punti d'intersezione della retta con gli assi cartesiani.

(4 punti)



5. Costruisci il triangolo i cui lati misurano 6 cm, 8 cm e 10 cm e poi traccia la circonferenza circoscritta al triangolo.

(4 punti)

6. Scrivi l'equazione della funzione di secondo grado che ha il vertice nel punto $V(1, 8)$ ed uno zero per $x = -1$.

(5 punti)

7. In un triangolo isoscele la base misura 4,2 cm, gli altri due lati 6,5 cm ciascuno. Disegna lo schizzo del triangolo, segna uno degli angoli alla base e calcolane l'ampiezza con una precisione di un grado.

(5 punti)

8. Trova tutti gli zeri del polinomio: $p(x) = x^3 + x^2 - 4x - 4$.

(5 punti)

9. Deposito 2000 euro in una banca che pratica un tasso d'interesse annuo del 5 %. Di quale montante disporrò tra 5 anni se la banca applica il regime di capitalizzazione composta degli interessi e se nel periodo considerato non effettuo nessun prelievo?

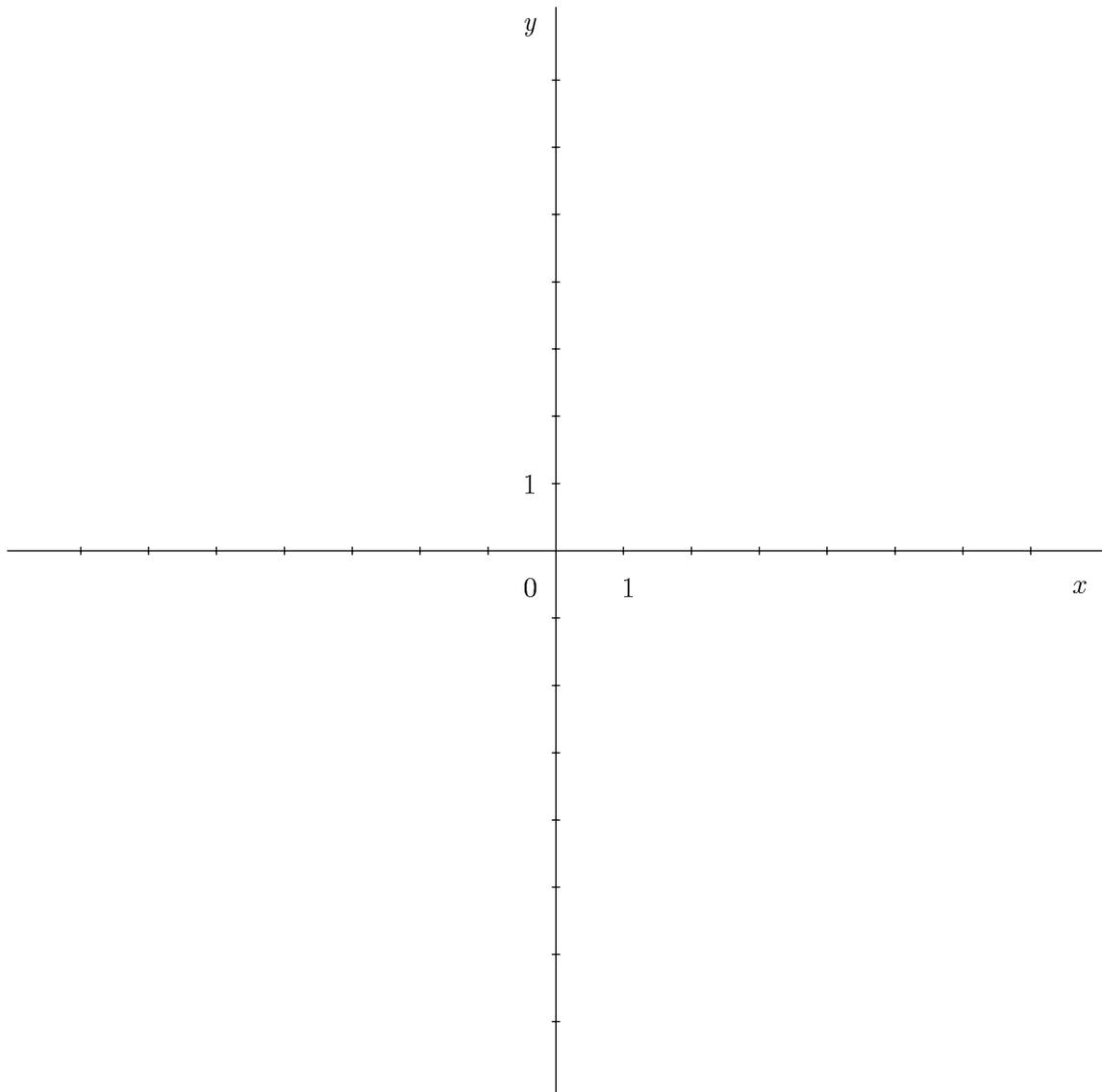
(5 punti)

Parte II
Scegli due quesiti, cerchi i numeri e risolvi.

1. Sia data la funzione razionale $f(x) = \frac{x+2}{2x-1}$.

(Totale 15 punti)

- a) Determina lo zero della funzione, il polo, l'equazione dell'asintoto orizzontale ed il dominio o il campo di definizione della funzione. *(4 punti)*
- b) Traccia il grafico della funzione e determina il codominio o campo dei valori della funzione. *(6 punti)*
- c) Calcola le coordinate dei punti d'intersezione del grafico della funzione $f(x)$ con la retta $g(x) = x + 2$. *(5 punti)*



2. La base della piramide retta $ABCDV$ è un rettangolo di lati $|AB| = a = 60$ cm e $|BC| = b = 80$ cm. Lo spigolo laterale della piramide misura 1,3 m.

(Totale 15 punti)

a) Disegna lo schizzo della piramide e del suo sviluppo piano.

(4 punti)

b) Calcola il volume della piramide.

(6 punti)

c) Calcola l'area della faccia BCV .

(5 punti)

3. Sia data la successione $a_n = \frac{2n}{n+1}$.

(Totale 15 punti)

a) Scrivi i primi quattro termini della successione e calcola la loro somma.

(6 punti)

b) Quale termine della successione rappresenta $\frac{33}{17}$?

(5 punti)

c) Qual è il valore esatto del limite superiore e quale è il valore esatto del limite inferiore di tale successione? Motiva la tua risposta.

(4 punti)

PAGINA VUOTA