



Codice del candidato:

Državni izpitni center



SESSIONE PRIMAVERILE

MATEMATICA

Prova d'esame

Sabato, 7 giugno 2014 / 120 minuti

Materiali e sussidi consentiti:

Al candidato sono consentiti l'uso della penna stilografica o della penna a sfera, della matita, della gomma, di una calcolatrice tascabile priva di interfaccia grafica e possibilità di calcolo letterale, nonché di compasso, squadra, righello, goniometro e "trigonir".

Al candidato vengono consegnati due fogli per la minuta e una scheda di valutazione.

MATURITÀ PROFESSIONALE

INDICAZIONI PER I CANDIDATI

Leggete con attenzione le seguenti indicazioni.

Non aprite la prova d'esame e non iniziate a svolgerla prima del via dell'insegnante preposto.

Incollate o scrivete il vostro numero di codice negli spazi appositi su questa pagina in alto a destra, sulla scheda di valutazione e sui fogli della minuta.

La prova d'esame si compone di due parti. La prima parte comprende 9 quesiti. Nella seconda parte sono proposti tre quesiti: sceglierne due e risolverli. Il punteggio massimo che potete conseguire nella prova è di 70 punti, di cui 40 nella prima parte e 30 nella seconda. Il punteggio conseguibile in ciascun quesito viene di volta in volta espressamente indicato. Per risolvere i quesiti potete fare uso dell'elenco di formule che trovate alle pagine 2 e 3.

Nella seguente tabella segnate con una "x" i numeri corrispondenti ai quesiti da voi scelti nella seconda parte. In mancanza di vostre indicazioni, il valutatore procederà alla correzione dei primi due quesiti in cui avrà trovato delle domande risolte.

1	2	3

Scrivete le vostre risposte negli spazi appositamente previsti all'interno della prova utilizzando la penna stilografica o la penna a sfera. Disegnate a matita i grafici delle funzioni. In caso di errore, tracciate un segno sulla risposta scorretta e scrivete accanto a essa quella corretta. Alle risposte e alle correzioni scritte in modo illeggibile verranno assegnati 0 punti. Utilizzate i fogli della minuta solo per l'impostazione delle soluzioni, in quanto essi non saranno sottoposti a valutazione.

Le risposte devono riportare tutto il procedimento attraverso il quale si giunge alla soluzione, con i calcoli intermedi e le vostre deduzioni. Nel caso in cui un quesito sia stato risolto in più modi, deve essere indicata con chiarezza la soluzione da valutare.

Abbiate fiducia in voi stessi e nelle vostre capacità. Vi auguriamo buon lavoro.

La prova si compone di 20 pagine, di cui 2 vuote.



FORMULE

1. Sistema di coordinate cartesiane nel piano, funzione lineare

- **Distanza tra due punti nel piano:** $d(A,B) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
- **Funzione lineare:** $f(x) = kx + n$
- **Coefficiente angolare:** $k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
- **Angolo d'inclinazione della retta:** $k = \tan \varphi$
- **Angolo tra due rette:** $\tan \varphi = \left| \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 \cdot k_2} \right|$

2. Geometria del piano (le aree delle figure sono indicate con A)

- **Triangolo:** $A = \frac{c \cdot h_c}{2} = \frac{1}{2} ab \sin \gamma = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$, $s = \frac{a+b+c}{2}$
- **Raggio della circonferenza inscritta (r) e di quella circoscritta (R) a un triangolo:**
 $R = \frac{abc}{4A}$, $r = \frac{A}{s}$, $\left(s = \frac{a+b+c}{2} \right)$
- **Triangolo equilatero:** $A = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$, $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$, $R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$
- **Rombo e romboide:** $A = \frac{e \cdot f}{2}$
- **Parallelogramma:** $A = ab \sin \alpha$
- **Rombo:** $A = a^2 \sin \alpha$
- **Trapezio:** $A = \frac{a+c}{2} h$
- **Lunghezza di un arco di circonferenza:** $l = \frac{\pi r \alpha^\circ}{180^\circ}$
- **Area di un settore circolare:**
 $A = \frac{\pi r^2 \alpha^\circ}{360^\circ}$
- **Teorema dei seni:** $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$
- **Teorema del coseno:** $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$

3. Aree e volumi dei solidi (B indica l'area di base)

- **Prisma:** $A_t = 2B + A_l$, $V = B \cdot h$
- **Cilindro:** $A_t = 2\pi r^2 + 2\pi r h$, $V = \pi r^2 h$
- **Piramide:** $A_t = B + A_l$, $V = \frac{1}{3} B \cdot h$
- **Cono:** $A_t = \pi r^2 + \pi r l$, $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$
- **Sfera:** $A_t = 4\pi r^2$, $V = \frac{4\pi r^3}{3}$

4. Funzioni goniometriche

- $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$
- $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$
- $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$
- $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$
- $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$
- $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$
- $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$

5. Funzioni ed equazioni di secondo grado

- $f(x) = ax^2 + bx + c$
- **Vertice:** $V(p, q)$, $p = \frac{-b}{2a}$, $q = \frac{-D}{4a}$
- $ax^2 + bx + c = 0$
- **Zeri:** $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$, $D = b^2 - 4ac$

**6. Logaritmi**

- $\log_a y = x \Leftrightarrow a^x = y$
- $\log_a(x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$
- $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$
- $\log_a x^n = n \log_a x$
- $\log_b x = \frac{\log_a x}{\log_a b}$

7. Successioni

- **Progressione aritmetica:** $a_n = a_1 + (n-1)d$, $s_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$
- **Progressione geometrica:** $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$, $s_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$
- **Montante a capitalizzazione semplice:** $M = C + I$, $I = \frac{Cn \cdot p}{100}$
- **Montante a capitalizzazione composta:** $M = C(1+i)^n$, $i = \frac{p}{100}$

8. Elaborazione dati (statistica)

- **Valore medio (media aritmetica):** $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_k}{k}$
 $\bar{x} = \frac{f_1 x_1 + f_2 x_2 + \dots + f_k x_k}{f_1 + f_2 + \dots + f_k}$

9. Derivate

- **Derivate di alcune funzioni elementari:**
 $f(x) = x^n$, $f'(x) = nx^{n-1}$
 $f(x) = \sin x$, $f'(x) = \cos x$
 $f(x) = \cos x$, $f'(x) = -\sin x$
 $f(x) = \tan x$, $f'(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$
 $f(x) = \ln x$, $f'(x) = \frac{1}{x}$
 $f(x) = e^x$, $f'(x) = e^x$
- **Regole di derivazione:**
 $(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x)$
 $(f(x) \cdot g(x))' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$
 $(k \cdot f(x))' = k \cdot f'(x)$
 $\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{g^2(x)}$
 $(f(g(x)))' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$

10. Calcolo combinatorio e calcolo della probabilità

- **Permutazioni semplici (senza ripetizioni):** $P_n = n!$
- **Disposizioni semplici (senza ripetizioni):** $D_{n,r} = \frac{n!}{(n-r)!}$
- **Disposizioni con ripetizione:** $D_{n,r}^i = n^r$
- **Combinazioni semplici (senza ripetizioni):** $C_{n,r} = \frac{D_{n,r}}{r!} = \frac{n!}{r!(n-r)!} = \binom{n}{r}$
- **Probabilità di un evento casuale E :** $P(E) = \frac{m}{n} = \frac{\text{numero dei casi favorevoli}}{\text{numero dei casi possibili}}$



Pagina vuota



P 1 4 1 C 1 0 1 1 1 1 0 5

PARTE PRIMA

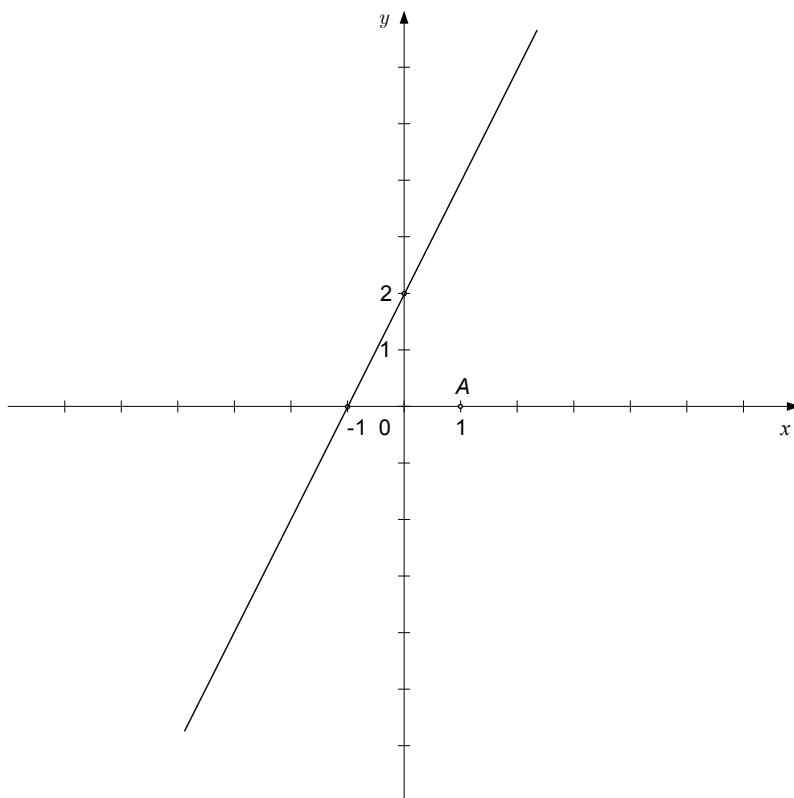
Risolvete tutti i quesiti.

1. Senza far uso della calcolatrice calcolate: $5 - \sqrt{4} \cdot (6 \cdot 3^0 - (-1)^2)$.

(4 punti)



2. Scrivete l'equazione della retta che passa attraverso il punto $A(1,0)$ ed è parallela alla retta disegnata nella figura.



(4 punti)



P 1 4 1 C 1 0 1 1 1 1 0 7

7/20

3. Calcolate quali numeri naturali risolvono la disequazione: $5x - 2(x - 2) - 4x > 0$.

(4 punti)



4. In una squadra di pallacanestro scolastica ci sono 12 giocatori, ognuno di loro può giocare in qualsiasi ruolo. In quanti modi l'allenatore può scegliere il quintetto iniziale?

(4 punti)



P 1 4 1 C 1 0 1 1 1 0 9

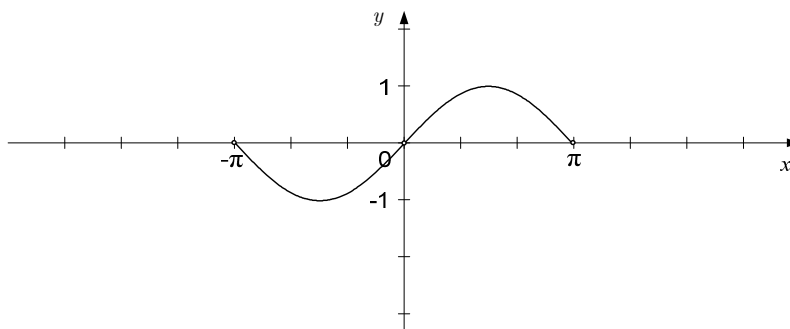
9/20

5. In un seggio elettorale sono iscritti 1500 elettori aventi diritto al voto. La partecipazione degli elettori al voto in questo seggio è stata del 66,8 %. Sono stati consegnate 15 schede elettorali non valide. Quante schede elettorali valide sono state consegnate in questo seggio elettorale?

(4 punti)



6. È stato tracciato il grafico della funzione $f(x) = \sin x$ nell'intervallo $[-\pi, \pi]$.



Scrivete per l'intervallo dato

gli zeri della funzione f : _____

l'insieme immagine della funzione f : _____

l'intervallo di crescita della funzione f : _____

il valore della variabile x per il quale vale che $f(x) = 1$: _____

(5 punti)



P 1 4 1 C 1 0 1 1 1 1 1

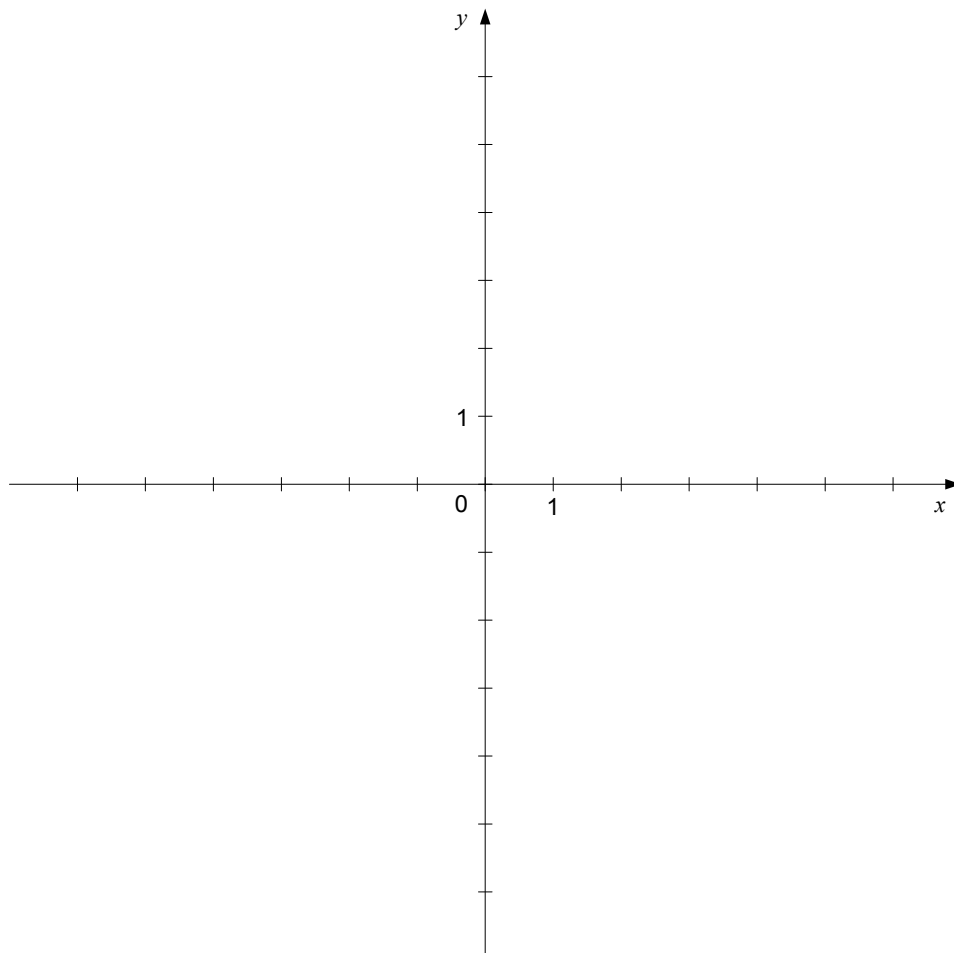
7. Calcolate x in modo che x , $x + 2$, $2x + 1$ formino una progressione geometrica crescente.

(5 punti)



8. Fate lo schizzo del grafico della funzione razionale $f(x) = \frac{x-4}{x+2}$.

(5 punti)





P 1 4 1 C 1 0 1 1 1 1 3

9. Nel triangolo ABC l'angolo interno con il vertice in A misura 53° , l'angolo interno con il vertice in B invece 72° . Disegnate lo schizzo del triangolo ABC . Calcolate l'ampiezza dell'angolo interno con il vertice in C . Indicate nello schizzo con β' l'angolo esterno con il vertice in B e calcolate la sua ampiezza.

(5 punti)

**PARTE SECONDA**

Scegliete due problemi, indicate nella pagina iniziale della prova d'esame i loro numeri successivi e risolvetele.

1. È data la funzione $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$.

1.1. Calcolate gli zeri e il termine noto della funzione f .

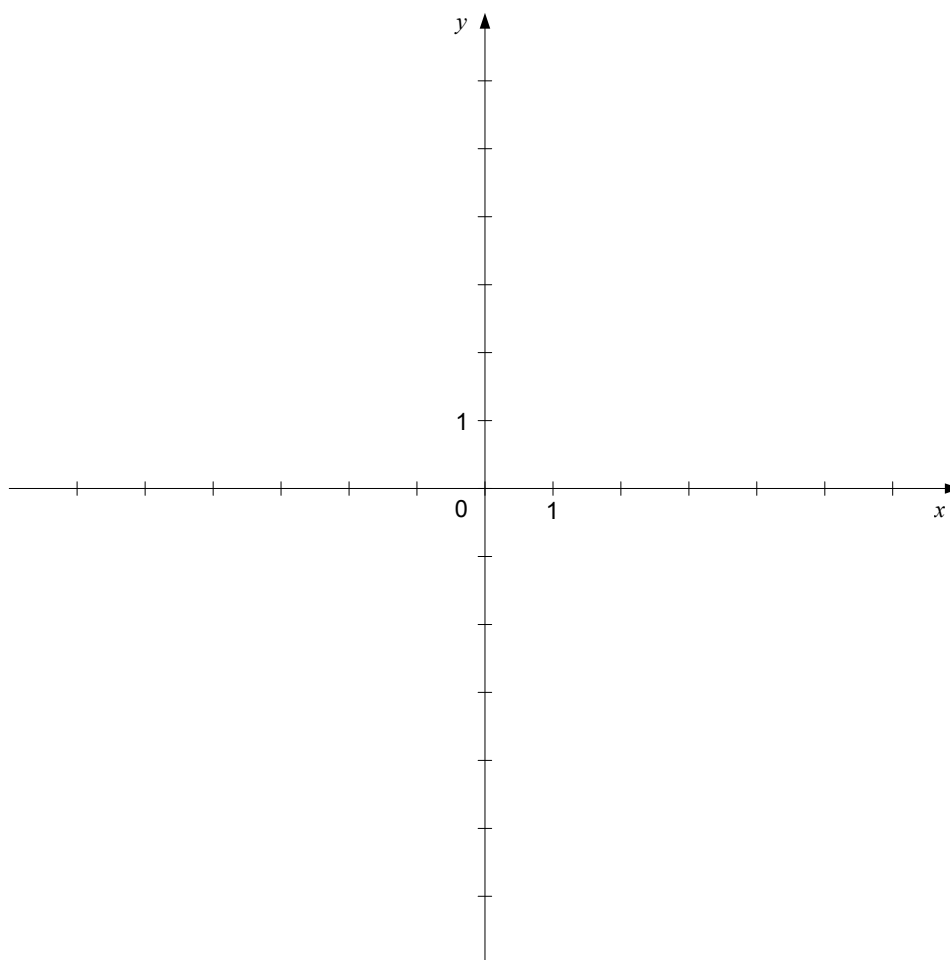
(5 punti)

1.2. Calcolate gli estremi della funzione f .

(7 punti)

1.3. Nel sistema di coordinate dato tracciate il grafico della funzione f .

(3 punti)

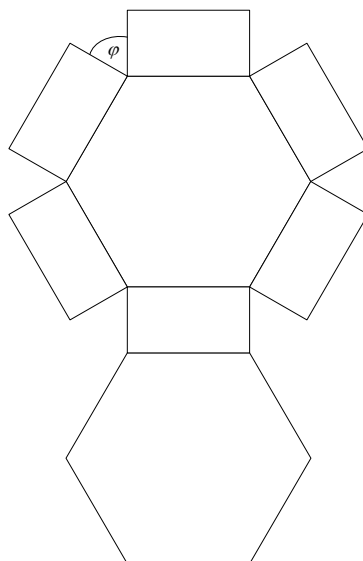




P 1 4 1 C 1 0 1 1 1 1 5



2. Una scatola di caramelle ha la forma di un prisma esagonale regolare. Lo spigolo della base del prisma è lungo 6 cm, l'altezza invece misura 5 cm. La figura mostra lo sviluppo nel piano del prisma esagonale.



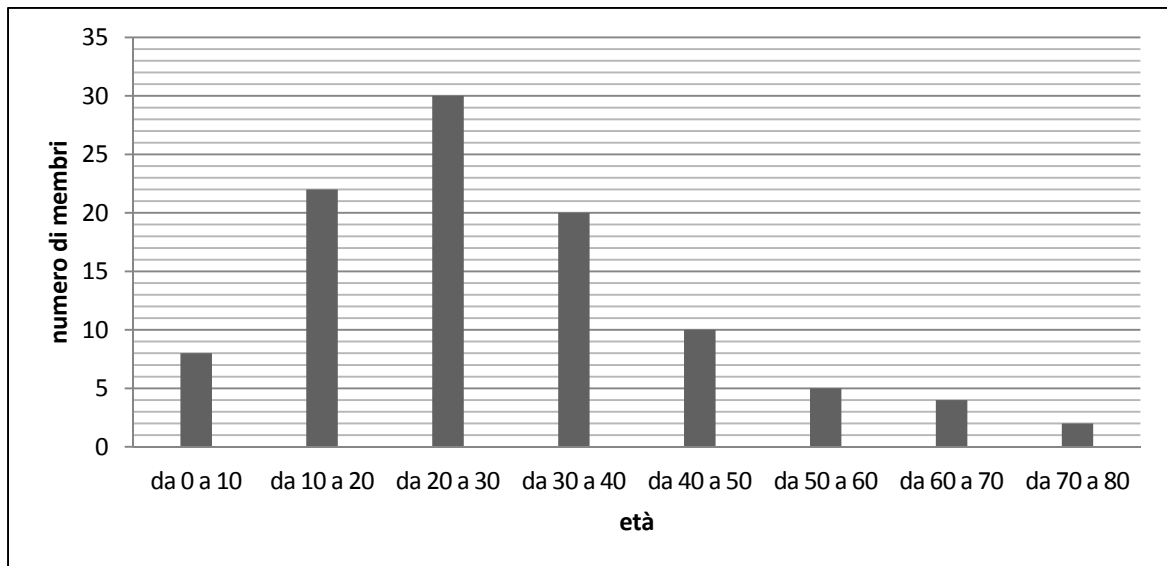
- 2.1. Calcolate l'area della base del prisma e l'ampiezza dell'angolo φ indicato nella figura. (7 punti)
- 2.2. Calcolate l'area della superficie totale del prisma dato. (4 punti)
- 2.3. Il volume complessivo delle caramelle nella scatola è di circa $254,34 \text{ cm}^3$.
Calcolate la quota di volume occupata dalle caramelle nella scatola. (4 punti)



P 1 4 1 C 1 0 1 1 1 1 7



3. L'istogramma mostra l'età dei membri di un'associazione di pompieri volontari.



- 3.1. Riportate i dati nella tabella seguente con le frequenze e le frequenze relative.

j	età	f_j	f_j^0
1	da 0 a 10		
2	da 10 a 20		
3	da 20 a 30		
4	da 30 a 40		
5	da 40 a 50		
6	da 50 a 60		
7	da 60 a 70		
8	da 70 a 80		

(4 punti)

- 3.2. Quanti membri conta l'associazione dei pompieri volontari e qual è la percentuale dei membri che superano i 40 anni d'età?

(5 punti)

- 3.3. Calcolate la media aritmetica dell'età dei membri dell'associazione dei pompieri volontari. Calcolate quanti nuovi membri appartenenti alla classe d'età da 20 a 30 anni dovrebbero iscriversi all'associazione dei pompieri volontari affinché la media aritmetica sia di 27 anni.

(6 punti)



P 1 4 1 C 1 0 1 1 1 1 9



Pagina vuota