



Codice del candidato:

Državni izpitni center



P 2 2 1 C 1 0 1 1 1 I

SESSIONE PRIMAVERILE

MATEMATICA

Prova d'esame

Sabato, 4 giugno 2022 / 120 minuti

Materiali e sussidi consentiti:

Al candidato sono consentiti l'uso della penna stilografica o della penna a sfera, della matita, della gomma, della calcolatrice e degli strumenti per la geometria.

Al candidato vengono consegnati due fogli per la minuta e una scheda di valutazione.

L'allegato con le formule è su di un foglio perforato che il candidato strappa facendo attenzione.

MATURITÀ PROFESSIONALE

INDICAZIONI PER I CANDIDATI

Leggete con attenzione le seguenti indicazioni.

Non aprite la prova d'esame e non iniziate a svolgerla prima del via dell'insegnante preposto.

Incollate o scrivete il vostro numero di codice negli spazi appositi su questa pagina in alto a destra, sulla scheda di valutazione e sui fogli della minuta.

La prova d'esame si compone di due parti. La prima parte comprende 11 quesiti. Nella seconda parte sono proposti tre quesiti: sceglietene due e risolvetele. Il punteggio massimo che potete conseguire nella prova è di 70 punti, di cui 50 nella prima parte e 20 nella seconda. Il punteggio conseguibile in ciascun quesito viene di volta in volta espressamente indicato. Per risolvere i quesiti potete fare uso dell'elenco di formule che trovate alle pagine 3 e 4.

Nella seguente tabella segnate con una "x" i numeri corrispondenti ai quesiti da voi scelti nella seconda parte. In mancanza di vostre indicazioni, il valutatore procederà alla correzione dei primi due quesiti in cui avrà trovato delle domande risolte.

1	2	3

Scrivete le vostre risposte negli spazi appositamente previsti all'interno della prova utilizzando la penna stilografica o la penna a sfera; i grafici delle funzioni, gli schizzi e i disegni geometrici li potete disegnare a matita. In caso di errore, tracciate un segno sulla risposta scorretta e scrivete accanto a essa quella corretta. Alle risposte e alle correzioni scritte in modo illeggibile verranno assegnati 0 punti. Le impostazioni delle soluzioni, che potete svolgere sui fogli della minuta, durante la valutazione non si prenderanno in considerazione.

Le risposte devono riportare tutto il procedimento attraverso il quale si giunge alla soluzione, con i calcoli intermedi e le vostre deduzioni. Nel caso in cui un quesito sia stato risolto in più modi, deve essere indicata con chiarezza la soluzione da valutare.

Abbiate fiducia in voi stessi e nelle vostre capacità. Vi auguriamo buon lavoro.

La prova si compone di 24 pagine, di cui 3 vuote.



FORMULE

1. Sistema di coordinate cartesiane nel piano, funzione lineare

- **Distanza tra due punti nel piano:** $d(A, B) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
- **Funzione lineare:** $f(x) = kx + n$
- **Coefficiente angolare della retta:** $k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
- **Angolo d'inclinazione della retta:** $k = \tan \varphi$
- **Angolo tra due rette:** $\tan \varphi = \left| \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 k_2} \right|$

2. Geometria del piano (le aree delle figure sono indicate con A)

- **Triangolo:** $A = \frac{ch_c}{2}$, $A = \frac{1}{2}ab \sin \gamma$, $A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$, $s = \frac{a+b+c}{2}$
- **Raggio della circonferenza inscritta (r) e di quella circoscritta (R) a un triangolo:**
 $R = \frac{abc}{4A}$, $r = \frac{A}{s}$, $\left(s = \frac{a+b+c}{2} \right)$
- **Triangolo equilatero:** $A = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$, $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$, $R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$
- **Rombo e romboide:** $A = \frac{ef}{2}$
- **Parallelogramma:** $A = ab \sin \alpha$
- **Lunghezza di un arco di circonferenza:** $l = \frac{\pi r \alpha^\circ}{180^\circ}$
- **Teorema dei seni:** $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$
- **Rombo:** $A = a^2 \sin \alpha$
- **Trapezio:** $A = \frac{a+c}{2} h$
- **Area di un settore circolare:**
 $A = \frac{\pi r^2 \alpha^\circ}{360^\circ}$
- **Teorema del coseno:**
 $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$

3. Aree e volumi dei solidi (B indica l'area di base)

- **Prisma:** $S_{tot} = 2B + S_{lat}$, $V = Bh$
- **Piramide:** $S_{tot} = B + S_{lat}$, $V = \frac{1}{3}Bh$
- **Sfera:** $S_{tot} = 4\pi r^2$, $V = \frac{4\pi r^3}{3}$
- **Cilindro:** $S_{tot} = 2\pi r^2 + 2\pi r h$, $V = \pi r^2 h$
- **Cono:** $S_{tot} = \pi r^2 + \pi r l$, $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$

4. Funzioni goniometriche

- $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$
- $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$
- $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$
- $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$
- $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$
- $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$
- $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$

5. Equazione quadratica e funzione quadratica

- $ax^2 + bx + c = 0$
- $f(x) = ax^2 + bx + c$
- $f(x) = a(x-p)^2 + q$
- $f(x) = a(x-x_1)(x-x_2)$
- **Soluzioni:** $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$, $D = b^2 - 4ac$
- **Vertice:** $V(p, q)$, $p = \frac{-b}{2a}$, $q = \frac{-D}{4a}$



6. Logaritmi

- $\log_a y = x \Leftrightarrow a^x = y$
- $\log_b x = \frac{\log_a x}{\log_a b}$
- $\log_a (xy) = \log_a x + \log_a y$
- $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$
- $\log_a x^n = n \log_a x$

7. Successioni

- **Successione aritmetica:** $a_n = a_1 + (n-1)d$, $S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$
- **Successione geometrica:** $a_n = a_1 q^{n-1}$, $S_n = a_1 \frac{q^n - 1}{q - 1}$
- **Montante a capitalizzazione composta:** $M = C(1+i)^n$, $i = \frac{P}{100}$

8. Elaborazione dati (statistica)

- **Valore medio (media aritmetica):** $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_k}{k}$
 $\bar{x} = \frac{f_1 x_1 + f_2 x_2 + \dots + f_k x_k}{f_1 + f_2 + \dots + f_k}$

9. Derivate

- **Derivate di alcune funzioni elementari:**
 - $f(x) = x^n$, $f'(x) = nx^{n-1}$
 - $f(x) = \sin x$, $f'(x) = \cos x$
 - $f(x) = \cos x$, $f'(x) = -\sin x$
 - $f(x) = \tan x$, $f'(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$
 - $f(x) = \ln x$, $f'(x) = \frac{1}{x}$
 - $f(x) = e^x$, $f'(x) = e^x$
- **Regole di derivazione:**
 - $(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x)$
 - $(f(x)g(x))' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$
 - $(kf(x))' = kf'(x)$
 - $\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}$
 - $(f(g(x)))' = f'(g(x))g'(x)$

10. Calcolo combinatorio e calcolo della probabilità

- **Permutazioni semplici (senza ripetizioni):** $P_n = n!$
- **Disposizioni semplici (senza ripetizioni):** $D_{n,r} = \frac{n!}{(n-r)!}$
- **Disposizioni con ripetizione:** $D'_{n,r} = n^r$
- **Combinazioni semplici (senza ripetizioni):** $C_{n,r} = \frac{D_{n,r}}{r!} = \frac{n!}{r!(n-r)!} = \binom{n}{r}$
- **Probabilità di un evento casuale E :** $P(E) = \frac{m}{n} = \frac{\text{numero dei casi favorevoli}}{\text{numero dei casi possibili}}$



P 2 2 1 C 1 0 1 1 1 0 5

PARTE PRIMA

Risolvete tutti i quesiti.

1. Semplificate l'espressione $-11a + 2 \cdot 5^3 - (-1)^{101} \cdot (4 + 3 \cdot 2a)$.

(4 punti)



2. Completate la tabella.

Scrivete il divisore primo del numero 8.	
Scrivete il numero inverso o reciproco del numero 12.	
In un triangolo rettangolo l'ampiezza di uno degli angoli acuti è di 37° . Scrivete l'ampiezza del secondo angolo acuto.	
Calcolate con la calcolatrice la soluzione approssimata dell'equazione $\log_3 \frac{1}{54} = x$.	

(4 punti)



P 2 2 1 C 1 0 1 1 1 0 7

7/24

3. Scrivete la dipendenza della funzione quadratica f , il cui termine noto è 12 e i cui zeri sono 2 e -3 .
(4 punti)



4. Un parcheggio coperto, situato nel centro storico di una città, ha 720 posti auto. Di questi, 334 posti sono riservati agli abitanti del centro storico, mentre i rimanenti sono destinati ai visitatori occasionali. Calcolate il numero di posti auto destinati ai visitatori occasionali. A quale valore percentuale di tutti i posti auto corrisponde tale numero?

(4 punti)



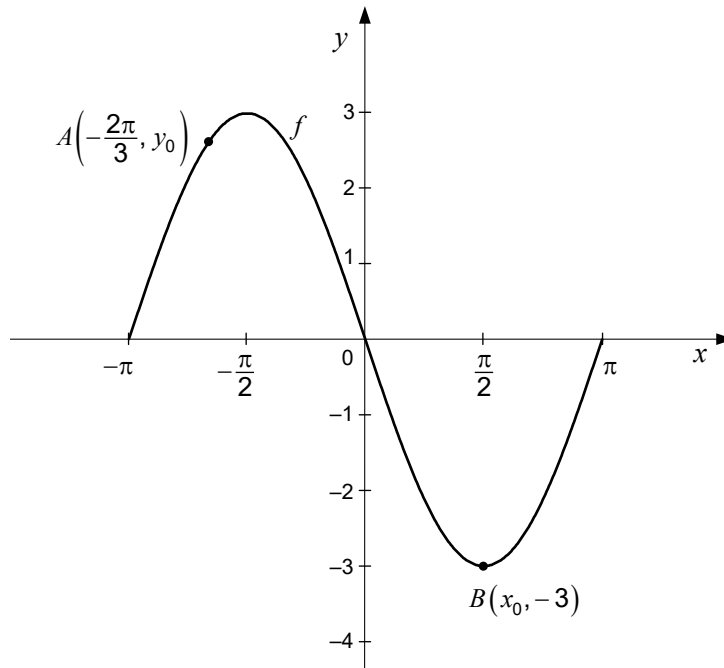
P 2 2 1 C 1 0 1 1 1 1 0 9

5. Scrivete il quoziente e il resto nella divisione del polinomio $p(x) = -3x^4 + 2x^3 - 4x + 1$ con il polinomio $q(x) = x + 2$.

(4 punti)



6. La figura mostra il grafico della funzione $f(x) = -3\sin x$ con i punti A e B . La funzione f è definita nell'intervallo $[-\pi, \pi]$, i punti A e B appartengono al grafico della funzione f .



Scrivete nella tabella

l'ordinata del punto A .	$y_0 =$
l'ascissa del punto B .	$x_0 =$
l'intervallo nel quale la funzione f è positiva.	$x \in$
l'intervallo più grande nel quale la funzione f decresce.	$x \in$

(4 punti)



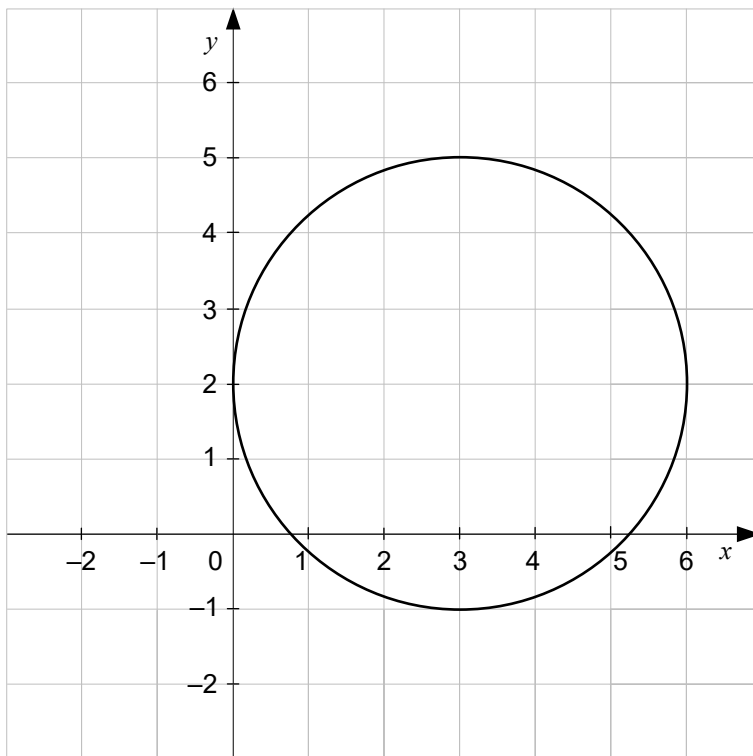
P 2 2 1 C 1 0 1 1 1 1 1

7. Risolvete l'equazione $2^{x+4} - 2^{x+1} = 7^{x+2}$.

(4 punti)



8. In un sistema di coordinate ortogonali è stato disegnato un cerchio di raggio 3 cm (vedi figura). Nel sistema di coordinate dato, ombreggiate la figura geometrica che rappresenta l'intersezione del cerchio dato con l'insieme di quei punti $T(x, y)$ la cui ascissa soddisfa alla condizione $x \geq 3$. Calcolate il perimetro della figura geometrica così ottenuta.



(5 punti)



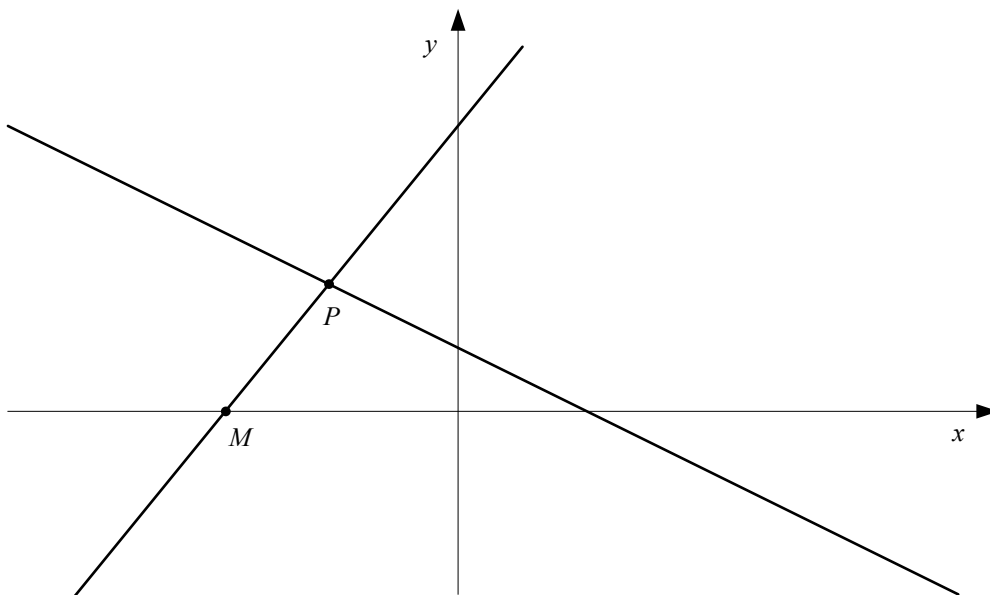
P 2 2 1 C 1 0 1 1 1 1 3

9. Calcolate il punto stazionario della funzione f con la dipendenza $f(x) = 2\ln x - 9x$.

(5 punti)



10. Nel sottostante sistema di coordinate ortogonali sono state tracciate le rette di equazioni $x + 2y - 2 = 0$ e $5x - 4y + 18 = 0$. Calcolate le coordinate del punto P e l'ascissa del punto M .



(6 punti)

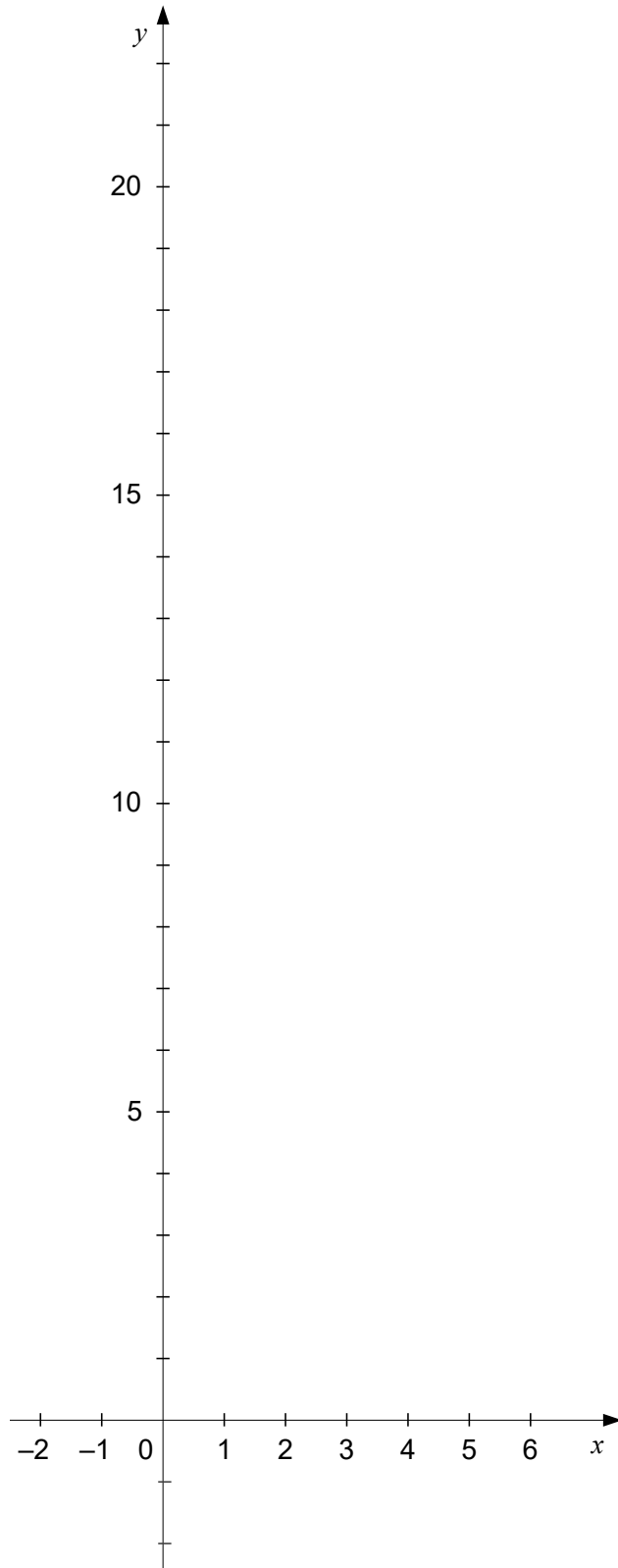


11. La successione a_n è aritmetica, la successione b_n è invece geometrica e vale che $a_1 = b_1 = 4$ e $a_2 = b_2 = 6$.

Nel sistema di coordinate dato, riportate i primi cinque termini di ambedue le successioni.

Calcolate la differenza tra il quinto termine di una successione e il quinto termine dell'altra successione.

(6 punti)



**PARTE SECONDA**

Scegliete due quesiti, indicate nella pagina iniziale della prova d'esame i loro numeri successivi e risolvetele.

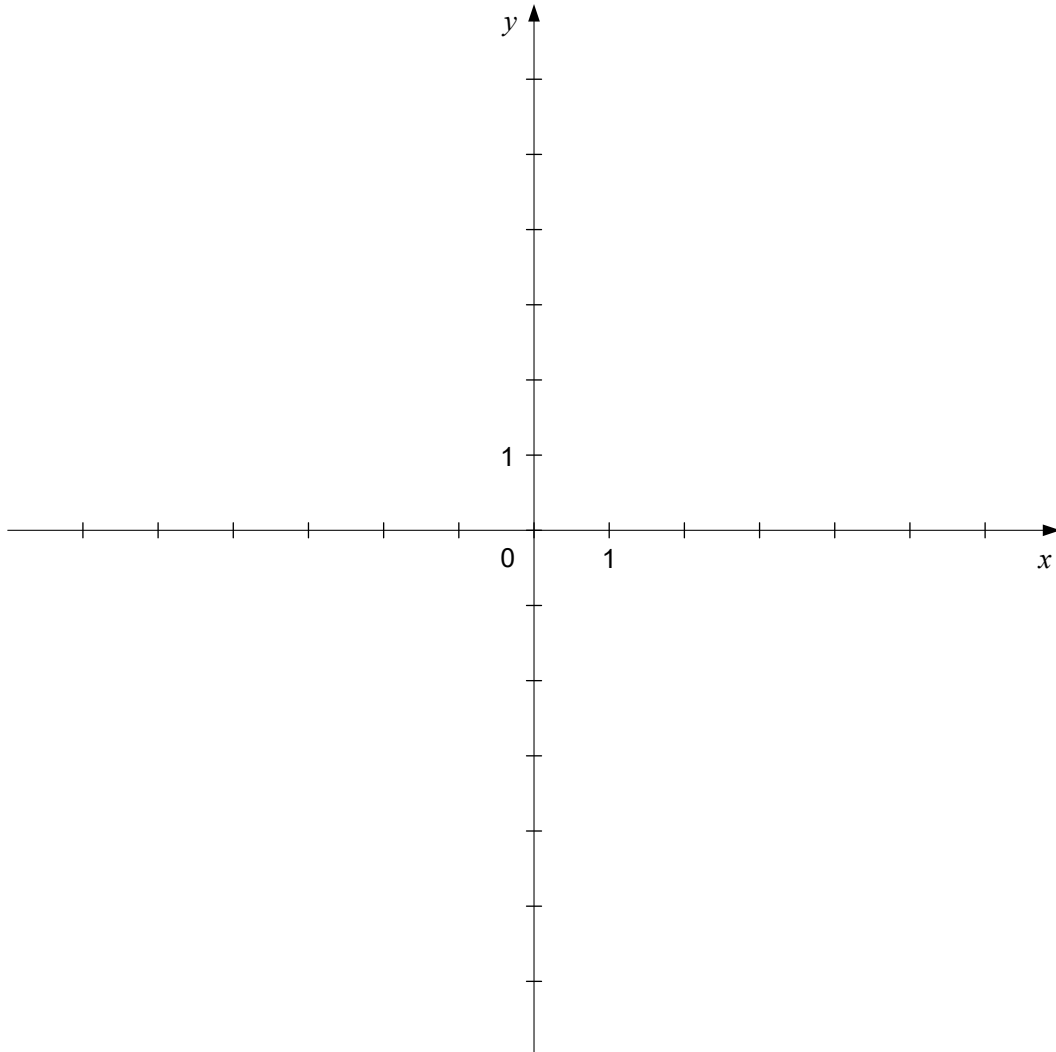
1. È data la funzione f con la dipendenza $f(x) = \frac{2}{(x-1)^2}$.

1.1. Scrivete il polo e l'intersezione del grafico della funzione f con l'asse delle ordinate. Nel sistema di coordinate dato, tracciate il grafico della funzione f .

(4 punti)

1.2. Nel sistema di coordinate dato, tracciate ancora la retta di equazione $y = \frac{1}{2}$ e calcolate le ascisse dei punti d'intersezione con il grafico della funzione f .

(6 punti)





P 2 2 1 C 1 0 1 1 1 1 7



P 2 2 1 C 1 0 1 1 1 1 8

2. La tabella riporta il numero di pernottamenti turistici nel 2019, suddivisi per tipo di località.

	Numero di pernottamenti dei turisti locali	Numero di pernottamenti dei turisti stranieri
Località termali	1736577	1708442
Località di montagna	892733	3743298
Località di mare	1152267	1863800
Città	259260	3012303
Altre località	363728	1042923

(Fonte: SURS)

- 2.1. Disegnate due diagrammi a torta o aerogrammi, che rappresentino la quota dei turisti locali e la quota dei turisti stranieri. In un diagramma ci siano i pernottamenti nelle località di montagna, nell'altro i pernottamenti nelle località di mare. La quota dei turisti stranieri era maggiore nelle località di mare o in quelle di montagna?

(7 punti)

- 2.2. Calcolate la probabilità che un turista, che ha soggiornato in una località termale, sia straniero.

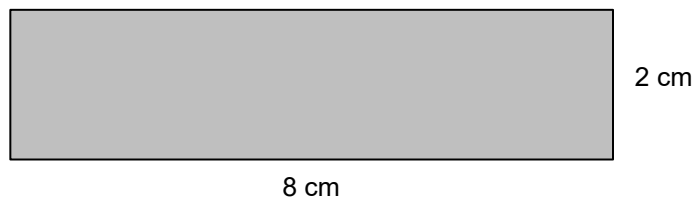
(3 punti)



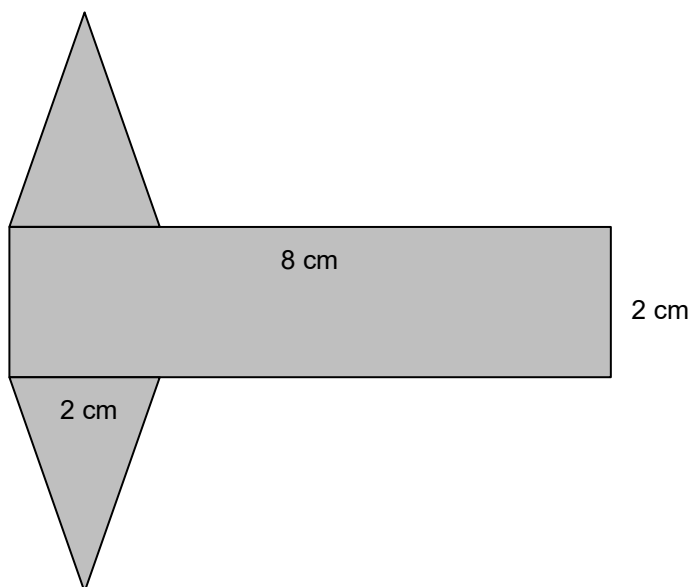
P 2 2 1 C 1 0 1 1 1 1 9



3. Tadej ha un foglio di carta che ha la forma di un rettangolo con i lati lunghi 2 cm e 8 cm (vedi figura).



- 3.1. Tadej ha arrotolato il foglio di carta nel mantello di un cilindro congiungendo i lati più corti del rettangolo. Calcolate il raggio e il volume del modello di cilindro così ottenuto. *(4 punti)*
- 3.2. Tadej ha aggiunto al foglio di carta due triangoli isosceli con la base lunga 2 cm, ottenendo lo sviluppo nel piano di un prisma a base triangolare (vedi figura). Calcolate la lunghezza del lato obliquo del triangolo e l'area della superficie totale del prisma.



(6 punti)



P 2 2 1 C 1 0 1 1 1 2 1



Pagina vuota



P 2 2 1 C 1 0 1 1 1 2 3

Pagina vuota



Pagina vuota