



Codice del candidato:

Državni izpitni center



P 2 3 1 C 1 0 1 1 1 I

SESSIONE PRIMAVERILE

MATEMATICA

Prova d'esame

Sabato, 3 giugno 2023 / 120 minuti

Materiali e sussidi consentiti:

Al candidato sono consentiti l'uso della penna stilografica o della penna a sfera, della matita, della gomma, della calcolatrice e degli strumenti per la geometria.

Al candidato vengono consegnati due fogli per la minuta e una scheda di valutazione.

L'allegato con le formule è su di un foglio perforato che il candidato strappa facendo attenzione.

MATURITÀ PROFESSIONALE

INDICAZIONI PER I CANDIDATI

Leggete con attenzione le seguenti indicazioni.

Non aprite la prova d'esame e non iniziate a svolgerla prima del via dell'insegnante preposto.

Incollate o scrivete il vostro numero di codice negli spazi appositi su questa pagina in alto a destra, sulla scheda di valutazione e sui fogli della minuta.

La prova d'esame si compone di due parti. La prima parte comprende 11 quesiti. Nella seconda parte sono proposti tre quesiti: sceglietene due e risolvetele. Il punteggio massimo che potete conseguire nella prova è di 70 punti, di cui 50 nella prima parte e 20 nella seconda. Il punteggio conseguibile in ciascun quesito viene di volta in volta espressamente indicato. Per risolvere i quesiti potete fare uso dell'elenco di formule che trovate alle pagine 3 e 4.

Nella seguente tabella segnate con una "x" i numeri corrispondenti ai quesiti da voi scelti nella seconda parte. In mancanza di vostre indicazioni, il valutatore procederà alla correzione dei primi due quesiti in cui avrà trovato delle domande risolte.

1	2	3

Scrivete le vostre risposte negli spazi appositamente previsti all'interno della prova utilizzando la penna stilografica o la penna a sfera; i grafici delle funzioni, gli schizzi e i disegni geometrici li potete disegnare a matita. In caso di errore, tracciate un segno sulla risposta scorretta e scrivete accanto a essa quella corretta. Alle risposte e alle correzioni scritte in modo illeggibile verranno assegnati 0 punti. Le impostazioni delle soluzioni, che potete svolgere sui fogli della minuta, durante la valutazione non si prenderanno in considerazione.

Le risposte devono riportare tutto il procedimento attraverso il quale si giunge alla soluzione, con i calcoli intermedi e le vostre deduzioni. Nel caso in cui un quesito sia stato risolto in più modi, deve essere indicata con chiarezza la soluzione da valutare.

Abbiate fiducia in voi stessi e nelle vostre capacità. Vi auguriamo buon lavoro.

La prova si compone di 24 pagine, di cui 3 vuote.



FORMULE

1. Sistema di coordinate cartesiane nel piano, funzione lineare

- **Distanza tra due punti nel piano:** $d(A, B) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
- **Funzione lineare:** $f(x) = kx + n$
- **Coefficiente angolare della retta:** $k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
- **Angolo d'inclinazione della retta:** $k = \tan \varphi$
- **Angolo tra due rette:** $\tan \varphi = \left| \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 k_2} \right|$

2. Geometria del piano (le aree delle figure sono indicate con A)

- **Triangolo:** $A = \frac{ch_c}{2}$, $A = \frac{1}{2}ab \sin \gamma$, $A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$, $s = \frac{a+b+c}{2}$
- **Raggio della circonferenza inscritta (r) e di quella circoscritta (R) a un triangolo:**
 $R = \frac{abc}{4A}$, $r = \frac{A}{s}$, $\left(s = \frac{a+b+c}{2} \right)$
- **Triangolo equilatero:** $A = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$, $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$, $R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$
- **Rombo e romboide:** $A = \frac{ef}{2}$
- **Parallelogramma:** $A = ab \sin \alpha$
- **Lunghezza di un arco di circonferenza:** $l = \frac{\pi r \alpha^\circ}{180^\circ}$
- **Teorema dei seni:** $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$
- **Rombo:** $A = a^2 \sin \alpha$
- **Trapezio:** $A = \frac{a+c}{2} h$
- **Area di un settore circolare:**
 $A = \frac{\pi r^2 \alpha^\circ}{360^\circ}$
- **Teorema del coseno:**
 $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$

3. Aree e volumi dei solidi (B indica l'area di base)

- **Prisma:** $S_{tot} = 2B + S_{lat}$, $V = Bh$
- **Piramide:** $S_{tot} = B + S_{lat}$, $V = \frac{1}{3}Bh$
- **Sfera:** $S_{tot} = 4\pi r^2$, $V = \frac{4\pi r^3}{3}$
- **Cilindro:** $S_{tot} = 2\pi r^2 + 2\pi r h$, $V = \pi r^2 h$
- **Cono:** $S_{tot} = \pi r^2 + \pi r l$, $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$

4. Funzioni goniometriche

- $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$
- $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$
- $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$
- $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$
- $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$
- $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$
- $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$

5. Equazione quadratica e funzione quadratica

- $ax^2 + bx + c = 0$
- $f(x) = ax^2 + bx + c$
- $f(x) = a(x-p)^2 + q$
- $f(x) = a(x-x_1)(x-x_2)$
- **Soluzioni:** $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$, $D = b^2 - 4ac$
- **Vertice:** $V(p, q)$, $p = \frac{-b}{2a}$, $q = \frac{-D}{4a}$



6. Logaritmi

- $\log_a y = x \Leftrightarrow a^x = y$
- $\log_b x = \frac{\log_a x}{\log_a b}$
- $\log_a (xy) = \log_a x + \log_a y$
- $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$
- $\log_a x^n = n \log_a x$

7. Successioni

- **Successione aritmetica:** $a_n = a_1 + (n-1)d$, $S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$
- **Successione geometrica:** $a_n = a_1 q^{n-1}$, $S_n = a_1 \frac{q^n - 1}{q - 1}$
- **Montante a capitalizzazione composta:** $M = C(1+i)^n$, $i = \frac{P}{100}$

8. Elaborazione dati (statistica)

- **Valore medio (media aritmetica):** $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_k}{k}$
 $\bar{x} = \frac{f_1 x_1 + f_2 x_2 + \dots + f_k x_k}{f_1 + f_2 + \dots + f_k}$

9. Derivate

- **Derivate di alcune funzioni elementari:**
 - $f(x) = x^n$, $f'(x) = nx^{n-1}$
 - $f(x) = \sin x$, $f'(x) = \cos x$
 - $f(x) = \cos x$, $f'(x) = -\sin x$
 - $f(x) = \tan x$, $f'(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$
 - $f(x) = \ln x$, $f'(x) = \frac{1}{x}$
 - $f(x) = e^x$, $f'(x) = e^x$
- **Regole di derivazione:**
 - $(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x)$
 - $(f(x)g(x))' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$
 - $(kf(x))' = kf'(x)$
 - $\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}$
 - $(f(g(x)))' = f'(g(x))g'(x)$

10. Calcolo combinatorio e calcolo della probabilità

- **Permutazioni semplici (senza ripetizioni):** $P_n = n!$
- **Disposizioni semplici (senza ripetizioni):** $D_{n,r} = \frac{n!}{(n-r)!}$
- **Disposizioni con ripetizione:** $D'_{n,r} = n^r$
- **Combinazioni semplici (senza ripetizioni):** $C_{n,r} = \frac{D_{n,r}}{r!} = \frac{n!}{r!(n-r)!} = \binom{n}{r}$
- **Probabilità di un evento casuale E :** $P(E) = \frac{m}{n} = \frac{\text{numero dei casi favorevoli}}{\text{numero dei casi possibili}}$



P 2 3 1 C 1 0 1 1 1 0 5

PARTE PRIMA

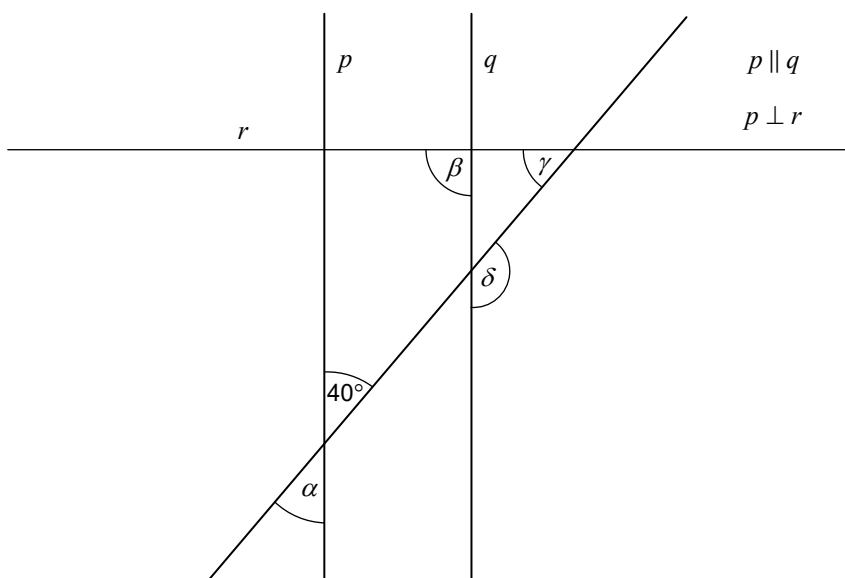
Risolvete tutti i quesiti.

1. Calcolate il valore dell'espressione $\left(\frac{1}{2} + \frac{4}{3}\right)^{-1} - \left|-\frac{1}{2}\right|$ senza usare la calcolatrice.

(4 punti)



2. Scrivete le ampiezze degli angoli α , β , γ e δ , indicati nella figura.



(4 punti)



P 2 3 1 C 1 0 1 1 1 1 0 7

3. Ai test per l'infezione da virus ZYX hanno partecipato 6425 persone. Il 28% delle persone controllate risultavano positive, per i rimanenti il test era negativo. Il test era erroneamente positivo (positivo anche se la persona non era infetta) per 8 casi, erroneamente negativo (negativo anche se la persona era infetta) per un caso. Quante persone sono risultate infette dal virus ZYX?

(4 punti)



4. Risolvete la disequazione $\frac{2x-1}{3} - 1 \geq \frac{x+8}{4}$ e scrivete la soluzione con un intervallo.

(4 punti)



5. Nel triangolo rettangolo ABC , di ipotenusa c , la lunghezza del lato $b = 12,8$ cm e l'ampiezza dell'angolo $\alpha = 13^\circ 42'$. Calcolate le lunghezze degli altri due lati del triangolo ABC .

(4 punti)



P 2 3 1 C 1 0 1 1 1 1 0

6. Calcolate il massimo comune divisore dei numeri 1476, 2173 e 3977.

(4 punti)



P 2 3 1 C 1 0 1 1 1 1 1

7. Il lucchetto a combinazione di una bicicletta ha quattro rotelline, e ciascuna rotellina riporta tutte le cifre da 0 a 9. Nika ha chiuso la bicicletta con una combinazione nella quale la prima e la quarta rotellina hanno la stessa cifra. Calcolate la probabilità di indovinare al primo tentativo la combinazione scelta da Nika.

(4 punti)



8. Nella tabella sono state riportate le quantità di rifiuti comunali raccolti negli anni 2019 e 2020. Calcolate di quale valore percentuale è diminuita la quantità totale di rifiuti comunali raccolti nel 2020 rispetto al 2019. Disegnate il diagramma a torta/aerogramma che rappresenti le quote dei diversi tipi di rifiuti comunali raccolti nel 2020.

Quantità di rifiuti comunali raccolti negli anni 2019 e 2020, espressa in tonnellate

	2019	2020
Quantità di rifiuti comunali – totale	1098485	1052167
Imballaggi, compresi gli imballaggi raccolti separatamente	318125	301889
Frazioni accumulate separatamente	321802	301990
Rifiuti da orti e giardini	97436	100905
Altri rifiuti comunali	361122	347383

(Fonte: SURS)

(5 punti)



P 2 3 1 C 1 0 1 1 1 1 3

13/24

9. Calcolate l'area della superficie totale di un parallelepipedo le cui lunghezze degli spigoli stanno nel rapporto di $3 : 2 : 5$ e il cui volume è di 1920 cm^3 .

(5 punti)



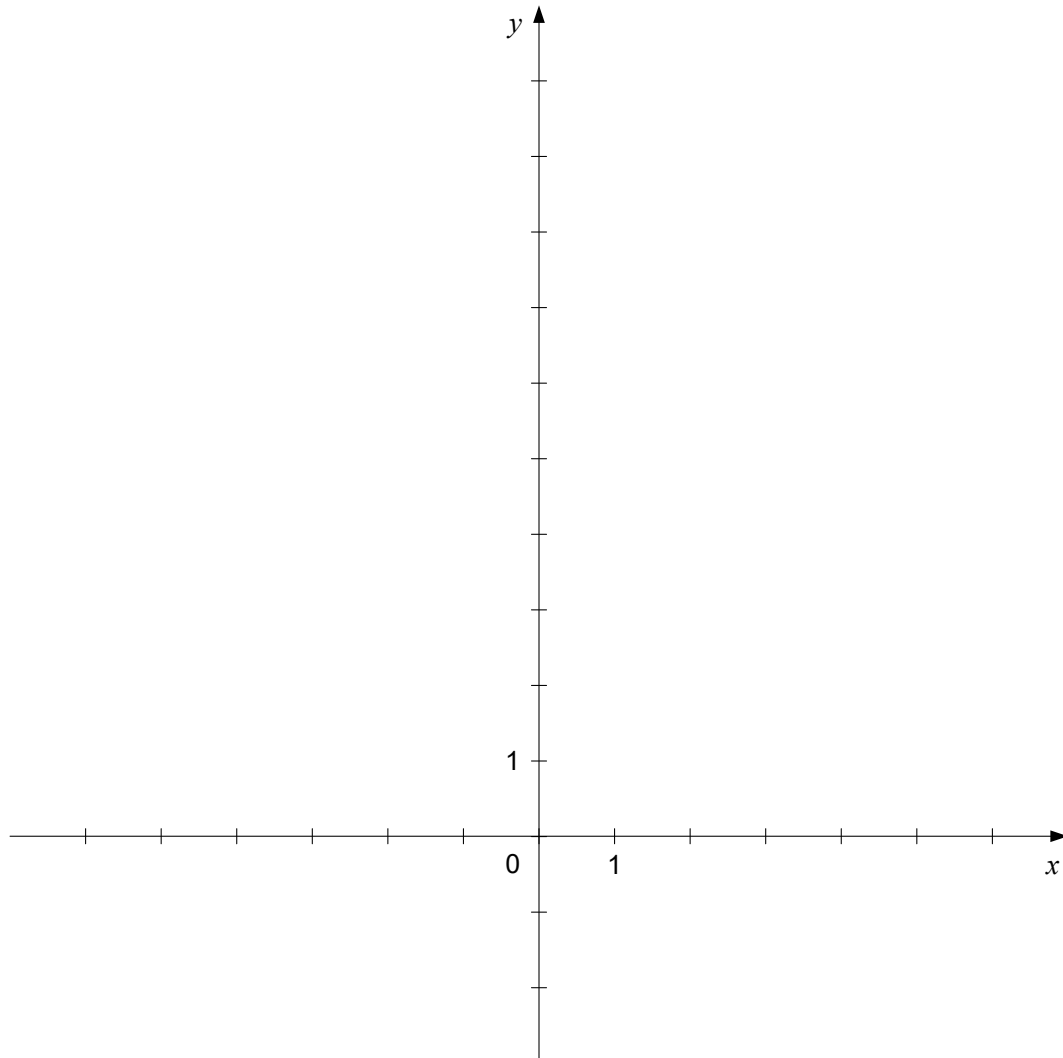
10. Risolvete l'equazione $2\log_2 x - \log_2 3x^2 + \log_2 x = 1$.

(6 punti)



11. Sono date la parabola e la retta di equazioni $p: y = (x - 3)^2$ e $q: y - 2 = 0$. Tracciate la parabola p e la retta q nel sistema di coordinate dato e calcolate con esattezza le ascisse dei loro punti d'intersezione.

(6 punti)





PARTE SECONDA

Scegliete due quesiti, indicate nella pagina iniziale della prova d'esame i loro numeri successivi e risolvetele.

1. È data la funzione f con la dipendenza $f(x) = \frac{x^2 - 1}{4x^2 - 1}$.

1.1. Nella tabella, cerciate la lettera davanti alla risposta esatta (A oppure B) che si riferisce alla funzione f o al suo grafico.

zeri	A $x_{1,2} = 1$ B $x_1 = 1, x_2 = -1$
poli	A $x_{1,2} = \frac{1}{4}$ B $x_1 = -\frac{1}{2}, x_2 = \frac{1}{2}$
termine noto	A $f(0) = 1$ B $f(0) = -1$
asintoto orizzontale	A $y = 1$ B $y = \frac{1}{4}$

(4 punti)

1.2. Calcolate la derivata della funzione f e con l'aiuto della derivata argomentate se la funzione f cresce oppure decresce in $x = 1$.

(6 punti)



P 2 3 1 C 1 0 1 1 1 1 7



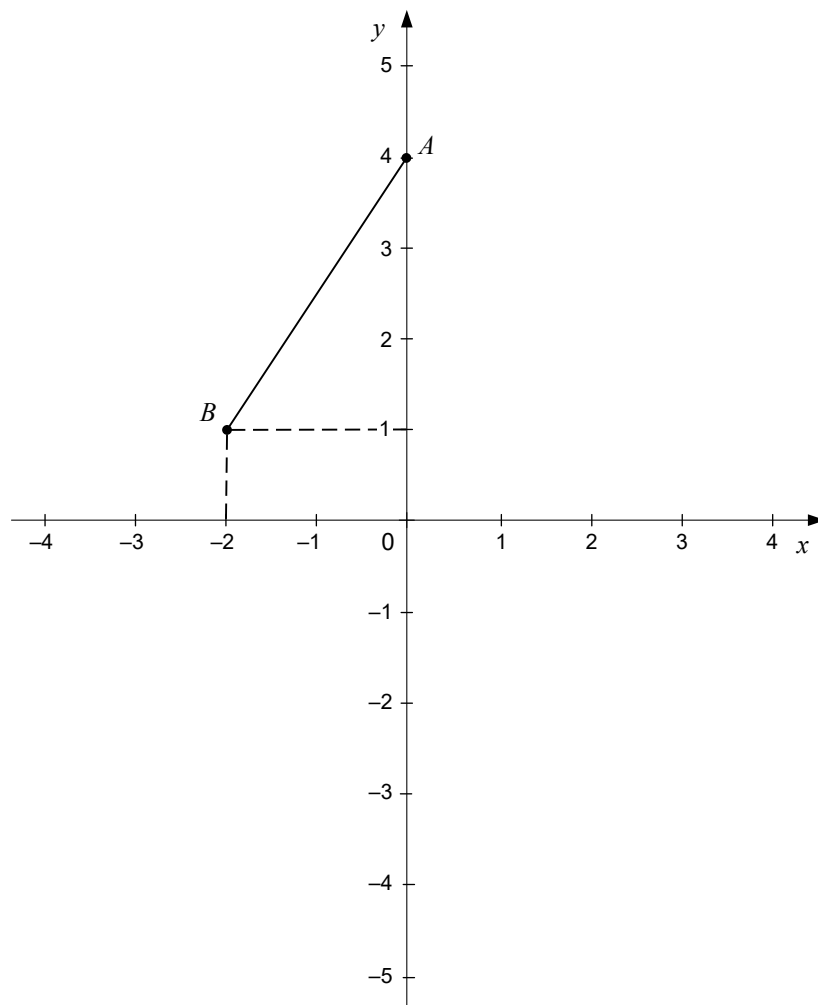
2. Il triangolo ABC ha il perimetro di 222 cm, il suo cateto minore misura 54 cm.
- 2.1. Calcolate le lunghezze dei lati del triangolo ABC , se sappiamo che le lunghezze formano una successione geometrica.
(6 punti)
- 2.2. Il triangolo $A'B'C'$ con il perimetro di 555 cm è simile al triangolo ABC . Calcolate la lunghezza del cateto minore del triangolo $A'B'C'$.
(4 punti)



P 2 3 1 C 1 0 1 1 1 1 9



3. Nel sistema di coordinate nel piano è tracciato il segmento AB .



- 3.1. Scrivete le coordinate dei punti A e B . Calcolate la lunghezza del segmento AB e le coordinate del punto medio del segmento AB .

(6 punti)

- 3.2. Proiettate i punti A e B attraverso l'asse delle ascisse nei punti A' e B' in modo da ottenere il trapezio $A'ABB'$. Calcolate l'area del trapezio $A'ABB'$.

(4 punti)



P 2 3 1 C 1 0 1 1 1 2 1



Pagina vuota



P 2 3 1 C 1 0 1 1 1 2 3

Pagina vuota



Pagina vuota