



Šifra kandidata:

**Državni izpitni center**



P 2 4 1 C 1 0 1 1 1

SPOMLADANSKI IZPITNI ROK

# MATEMATIKA

Izpitna pola

**Sobota, 8. junij 2024 / 120 minut**

*Dovoljeno gradivo in pripomočki:*

*Kandidat prinese nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko, računalno in geometrijsko orodje.*

*Kandidat dobi dva konceptna lista in ocenjevalni obrazec.*

*Priloga s formulami je na perforiranem listu, ki ga kandidat pazljivo iztrga.*

**POKLICNA MATURA**

## NAVODILA KANDIDATU

**Pazljivo preberite ta navodila.**

**Ne odpirajte izpitne pole in ne začenjajte reševati nalog, dokler vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.**

Prilepite oziroma vpišite svojo šifro v okvirček desno zgoraj na tej strani in na ocenjevalni obrazec ter na konceptna lista.

Izpitna pola je sestavljena iz dveh delov. Prvi del vsebuje 11 nalog. Drugi del vsebuje 3 naloge, izmed katerih izberite in rešite dve. Število točk, ki jih lahko dosežete, je 70, od tega 50 v prvem delu in 20 v drugem delu. Za posamezno nalogo je število točk navedeno v izpitni poli. Pri reševanju si lahko pomagajte s formulami na 3. in 4. strani.

V preglednici z "x" zaznamujte, kateri dve nalogi v drugem delu naj ocenjevalec oceni. Če tega ne boste storili, bo ocenil prvi dve nalogi, ki ste ju reševali.

1.	2.	3.

Rešitve pišite z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom in jih vpisujte v izpitno polo v za to predvideni prostor; grafe funkcij, geometrijske skice in risbe pa lahko rišete s svinčnikom. Če se zmotite, napisano prečrtajte in rešitev zapišite na novo. Nečitljivi zapisi in nejasni popravki bodo ocenjeni z 0 točkami. Osnutki rešitev, ki jih lahko naredite na konceptna lista, se pri ocenjevanju ne upoštevajo.

Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vsemi vmesnimi računi in sklepi. Če ste nalogo reševali na več načinov, jasno označite, katero rešitev naj ocenjevalec oceni.

Zaupajte vase in v svoje zmožnosti. Želimo vam veliko uspeha.

*Ta pola ima 24 strani, od tega 3 prazne.*





## FORMULE

### 1. Pravokotni koordinatni sistem v ravnini, linearna funkcija

- Razdalja dveh točk v ravnini:  $d(A, B) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
- Linearna funkcija:  $f(x) = kx + n$
- Smerni koeficient premice:  $k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
- Naklonski kot premice:  $k = \tan \varphi$
- Kot med premicama:  $\tan \varphi = \left| \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 k_2} \right|$

### 2. Ravninska geometrija (ploščine likov so označene s S)

- Trikotnik:  $S = \frac{cv_c}{2}$ ,  $S = \frac{1}{2}ab \sin \gamma$ ,  $S = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ ,  $s = \frac{a+b+c}{2}$
- Polmera trikotniku očrtanega ( $R$ ) in včrtanega ( $r$ ) kroga:  $R = \frac{abc}{4S}$ ,  $r = \frac{S}{s}$ ,  $\left( s = \frac{a+b+c}{2} \right)$
- Enakostranični trikotnik:  $S = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$ ,  $v = \frac{a \sqrt{3}}{2}$ ,  $r = \frac{a \sqrt{3}}{6}$ ,  $R = \frac{a \sqrt{3}}{3}$
- Deltoid, romb:  $S = \frac{ef}{2}$
- Romb:  $S = a^2 \sin \alpha$
- Paralelogram:  $S = ab \sin \alpha$
- Trapez:  $S = \frac{a+c}{2} v$
- Dolžina krožnega loka:  $l = \frac{\pi r \alpha^\circ}{180^\circ}$
- Ploščina krožnega izseka:  $S = \frac{\pi r^2 \alpha^\circ}{360^\circ}$
- Sinusni izrek:  $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$
- Kosinusni izrek:  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$

### 3. Površine in prostornine geometrijskih teles (S je ploščina osnovne ploskve)

- Prizma:  $P = 2S + S_{pl}$ ,  $V = Sv$
- Valj:  $P = 2\pi r^2 + 2\pi r v$ ,  $V = \pi r^2 v$
- Piramida:  $P = S + S_{pl}$ ,  $V = \frac{1}{3} Sv$
- Stožec:  $P = \pi r^2 + \pi r s$ ,  $V = \frac{1}{3} \pi r^2 v$
- Krogla:  $P = 4\pi r^2$ ,  $V = \frac{4\pi r^3}{3}$

### 4. Kotne funkcije

- $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$
- $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$
- $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$
- $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$
- $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$
- $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$
- $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$

### 5. Kvadratna enačba in kvadratna funkcija

- $ax^2 + bx + c = 0$
- Rešitvi:  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$ ,  $D = b^2 - 4ac$
- $f(x) = ax^2 + bx + c$
- Teme:  $T(p, q)$ ,  $p = \frac{-b}{2a}$ ,  $q = \frac{-D}{4a}$
- $f(x) = a(x-p)^2 + q$
- $f(x) = a(x-x_1)(x-x_2)$



## 6. Logaritmi

- $\log_a y = x \Leftrightarrow a^x = y$
- $\log_b x = \frac{\log_a x}{\log_a b}$
- $\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$
- $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$
- $\log_a x^n = n \log_a x$

## 7. Zaporedja

- **Aritmetično zaporedje:**  $a_n = a_1 + (n-1)d$ ,  $s_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$
- **Geometrijsko zaporedje:**  $a_n = a_1 q^{n-1}$ ,  $s_n = a_1 \frac{q^n - 1}{q - 1}$
- **Obrestno obrestovanje:**  $G_n = G_0 r^n$ ,  $r = 1 + \frac{P}{100}$

## 8. Obdelava podatkov (statistika)

- **Aritmetična sredina:**  $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$   
 $\bar{x} = \frac{f_1 x_1 + f_2 x_2 + \dots + f_k x_k}{f_1 + f_2 + \dots + f_k}$

## 9. Odvod

- |   |   |
|---|---|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Odvodi nekaterih elementarnih funkcij:</b><br/> <math>f(x) = x^n</math>, <math>f'(x) = nx^{n-1}</math><br/> <math>f(x) = \sin x</math>, <math>f'(x) = \cos x</math><br/> <math>f(x) = \cos x</math>, <math>f'(x) = -\sin x</math><br/> <math>f(x) = \tan x</math>, <math>f'(x) = \frac{1}{\cos^2 x}</math><br/> <math>f(x) = \ln x</math>, <math>f'(x) = \frac{1}{x}</math><br/> <math>f(x) = e^x</math>, <math>f'(x) = e^x</math></li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Pravila za odvajanje:</b><br/> <math>(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x)</math><br/> <math>(f(x)g(x))' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)</math><br/> <math>(kf(x))' = kf'(x)</math><br/> <math>\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}</math><br/> <math>(f(g(x)))' = f'(g(x))g'(x)</math></li> </ul> |
|---|---|

## 10. Kombinatorika in verjetnostni račun

- **Permutacije brez ponavljanja:**  $P_n = n!$
- **Variacije brez ponavljanja:**  $V_n^r = \frac{n!}{(n-r)!}$
- **Variacije s ponavljanjem:**  ${}^{(p)}V_n^r = n^r$
- **Kombinacije brez ponavljanja:**  $C_n^r = \frac{V_n^r}{r!} = \frac{n!}{r!(n-r)!} = \binom{n}{r}$
- **Verjetnost slučajnega dogodka A:**  $P(A) = \frac{m}{n} = \frac{\text{število ugodnih izidov}}{\text{število vseh izidov}}$

**1. DEL****Rešite vse naloge.**

1. Brez uporabe računalnika izračunajte vrednost izraza  $\left(\frac{3}{2} - 0,\bar{4}\right) \cdot |1 - 19|$ .

*(4 točke)*



2. Obkrožite DA, če je zapisana izjava resnična, in NE, če izjava ni resnična.

Število 51 je praštevilo. DA NE

Število 79 je sestavljeno število. DA NE

Števili 36 in 111 sta tuji si števili. DA NE

$36 = 2^2 \cdot 3^2$  je praštevilski razcep števila 36. DA NE

(4 točke)



3. Izračunajte višino in ploščino romba, če je dolžina stranice 7 cm, velikost kota  $\alpha$  pa  $37^\circ$ .  
Narišite skico romba.

(4 točke)



4. Janez ima na banki 3500 EUR. Banka uporablja obrestno obrestovanje z letno obrestno mero 1,1% in letno kapitalizacijo. Najmanj koliko let mora Janez varčevati, da se bo njegov znesek na banki povečal na več kot 3710 EUR?

*(4 točke)*





5. Poenostavite izraz  $\frac{a^2 - a - 6}{a + 1} \cdot \left(\frac{a + 2}{a^2 - 1}\right)^{-1}$ .

(4 točke)



6. Tisa, Živa, Nina in Sara so si pri športni vzgoji postavile poligon z ovirami, na katerem bodo tekmovalke, katera bo hitrejša. Izračunajte verjetnost, da se bo Sara uvrstila na drugo mesto, če bodo vse tekmovalke prišle do konca poligona v različnih časih.

(4 točke)



P 2 4 1 C 1 0 1 1 1 1 1

7. Rešite enačbo  $4x^2 - 3x = 1$ .

(4 točke)



8. Zapišite odvod funkcije  $f$  s predpisom  $f(x) = x^3 - 3x + \ln x$  in izračunajte  $f'(1)$ .

(5 točk)

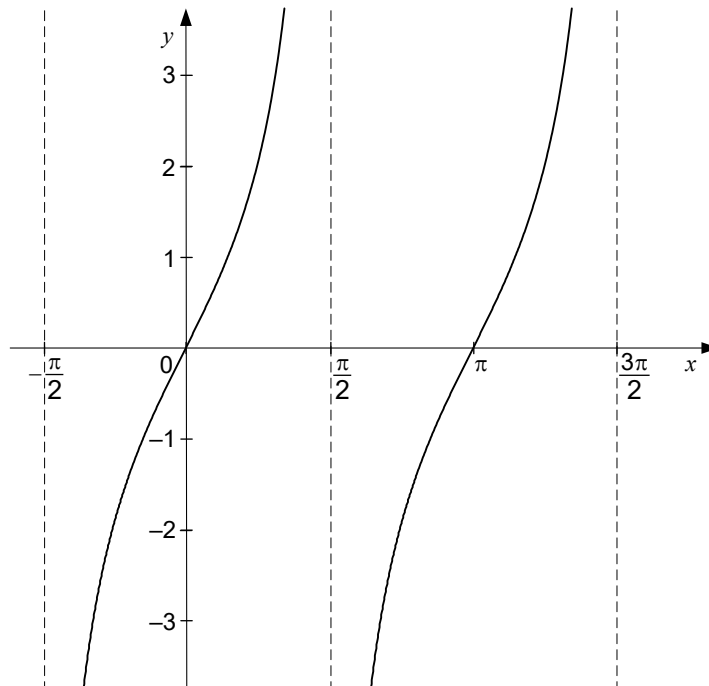


9. Stolpnica ima obliko kvadra. Na zunanjih stenah stolpnice bodo obnovili fasado. Tloris stolpnice je pravokotnik s ploščino  $288 \text{ m}^2$ , dolžina ene od stranic tlorisa je  $16 \text{ m}$ , stolpnica pa je visoka  $21 \text{ m}$ . Površina oken in vrat predstavlja  $30\%$  površine stranskih sten stolpnice. Izračunajte, koliko kvadratnih metrov fasade je treba obnoviti.

(5 točk)



10. Dana je funkcija  $f$  s predpisom  $f(x) = 2 \tan x$  na intervalu  $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right)$ . Na sliki je njen graf.



Za funkcijo  $f$  na danem intervalu zapišite:

založno vrednost: \_\_\_\_\_;

začetno vrednost: \_\_\_\_\_;

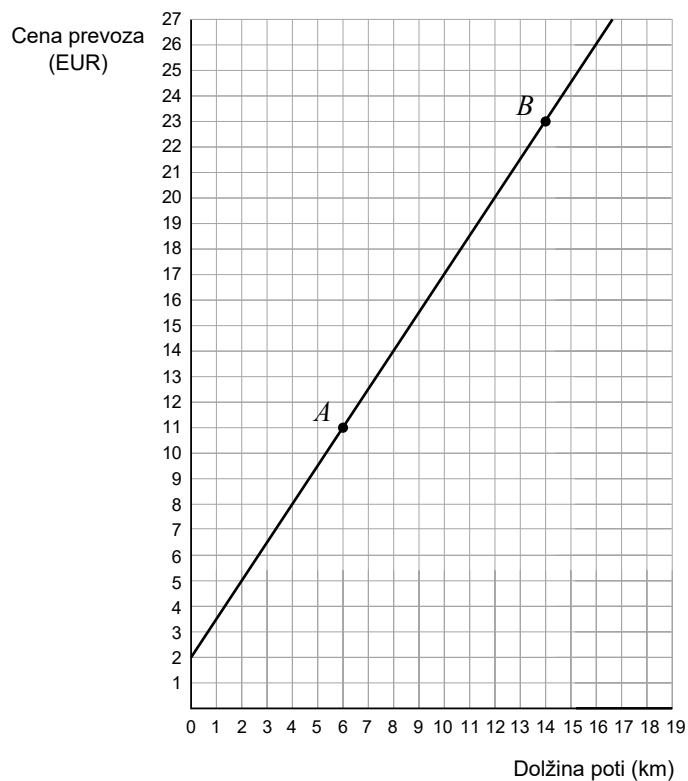
vsa realna števila  $x$ , za katera je funkcija  $f$  pozitivna: \_\_\_\_\_.

Izračunajte vrednost funkcije  $f$  pri kotu  $\frac{\pi}{6}$ : \_\_\_\_\_.

(6 točk)



11. Anka in Barbara se vsak dan vozita s taksijem podjetja Zmaj. Anka za pot dolgo 6 km plača 11 EUR. Barbara za pot dolgo 14 km plača 23 EUR. Cena prevoza, ki jo mora potnik plačati pri podjetju Zmaj, je določena s spodnjim grafom.



- 11.1. Zapišite enačbo premice, ki prikazuje ceno prevoza v odvisnosti od dolžine poti.

(4)

- 11.2. Izračunajte, koliko kilometrov je dolga najdaljša možna pot, ki jo pri podjetju Zmaj naredi potnik, če ima za prevoz na voljo 29 EUR.

(2)  
(6 točk)

**2. DEL**

Izberite dve nalogi, na naslovnici izpitne pole zaznamujte njuni zaporedni številki in ju rešite.

1. Dan je polinom  $p$  s predpisom  $p(x) = 2x^3 - \frac{3}{2}x + \frac{1}{2}$ .

1.1. Zapišite:

stopnjo polinoma  $p$ : \_\_\_\_\_;

prosti člen polinoma  $p$ : \_\_\_\_\_;

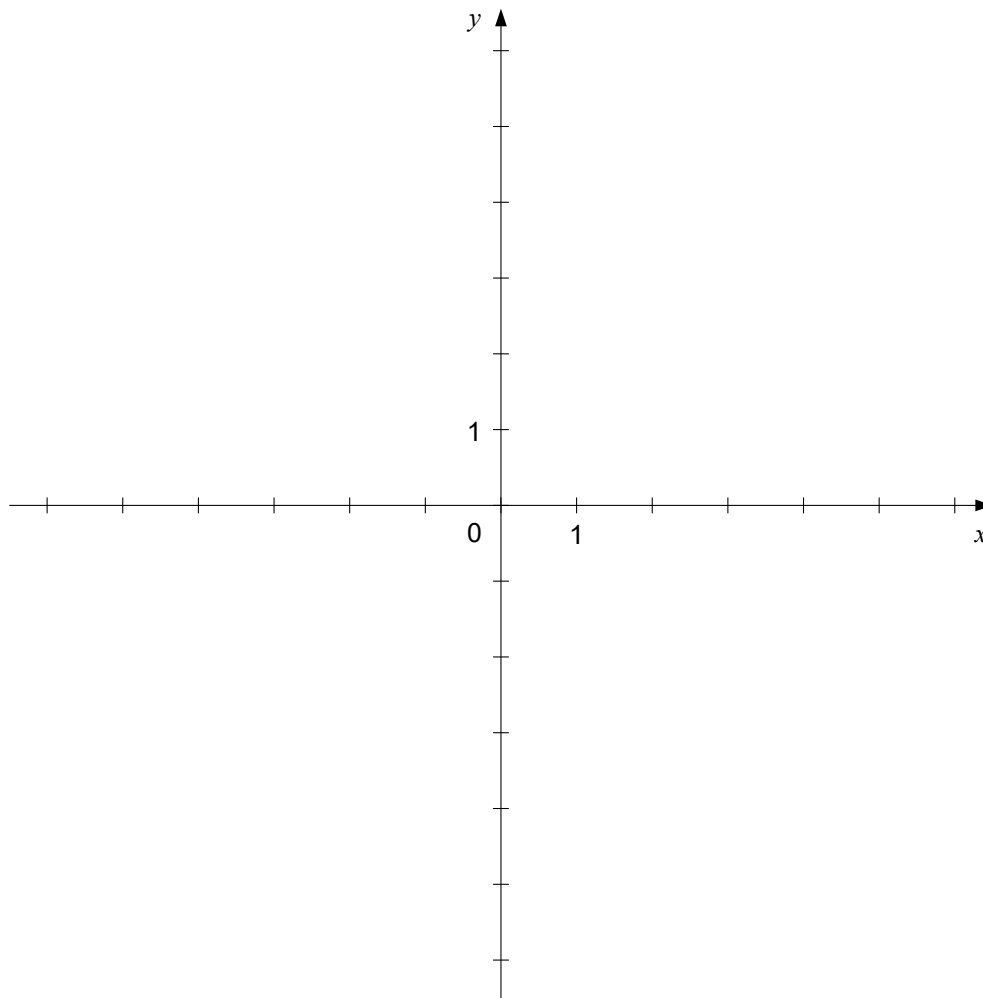
vodilni člen polinoma  $p$ : \_\_\_\_\_.

Izračunajte  $p(-2)$ .

(4 točke)

1.2. Izračunajte ničle polinoma  $p$  in narišite graf polinoma  $p$ . Pri grafu upoštevajte presečišča s koordinatnima osema.

(6 točk)







P 2 4 1 C 1 0 1 1 1 1 7



2. V spodnji preglednici je prikazano število prebivalcev na posameznih celinah (brez Antarktike) leta 2021.

Celina	Število prebivalcev v milijonih
Azija	4695
Afrika	1394
Evropa	745
Severna Amerika	596
Južna Amerika	434
Oceanija	44

(Vir: Oddelek Združenih narodov za ekonomske in socialne zadeve (UNDESA))

- 2.1. Izračunajte, koliko je aritmetična sredina in koliko je mediana števila prebivalcev leta 2021 na šestih celinah. Katere celine imajo število prebivalcev večje od aritmetične sredine? (5 točk)
- 2.2. Rast števila prebivalstva v Afriki od leta 1970 naprej lahko približno opišemo z eksponentno funkcijo  $f(x) = 366e^{0,026x}$ , pri čemer je  $f(0)$  ocena števila prebivalstva v milijonih v Afriki leta 1970,  $f(x)$  pa ocena števila prebivalstva v milijonih leta  $1970 + x$ . V preglednico vpišite oceno števila prebivalstva v Afriki v letih 1970, 2020 in 2070. Izračunajte odvod funkcije  $f$ .

Leto	Ocena števila prebivalstva v Afriki v milijonih
1970	
2020	
2070	

(5 točk)



P 2 4 1 C 1 0 1 1 1 1 9



3. Prvi trije členi neskončnega zaporedja so 4,  $x$ , 25.
- 3.1. Izračunajte vse vrednosti  $x$ , da bodo 4,  $x$ , 25 členi neskončnega geometrijskega zaporedja, in izračunajte količnik naraščajočega zaporedja. (5 točk)
- 3.2. Izračunajte vrednost  $x$ , da bodo 4,  $x$ , 25 členi neskončnega aritmetičnega zaporedja z diferenco 10,5. Koliko členov tega zaporedja je manjših od 1315? (5 točk)



P 2 4 1 C 1 0 1 1 1 2 1



**Prazna stran**



**Prazna stran**



**Prazna stran**