



Codice del candidato:

Državni izpitni center



P 2 4 1 C 1 0 1 1 1 I

SESSIONE PRIMAVERILE

MATEMATICA

Prova d'esame

Sabato, 8 giugno 2024 / 120 minuti

Materiali e sussidi consentiti:

Al candidato sono consentiti l'uso della penna stilografica o della penna a sfera, della matita, della gomma, della calcolatrice e degli strumenti per la geometria.

Al candidato vengono consegnati due fogli per la minuta e una scheda di valutazione.

L'allegato con le formule è su di un foglio perforato che il candidato strappa facendo attenzione.

MATURITÀ PROFESSIONALE

INDICAZIONI PER I CANDIDATI

Leggete con attenzione le seguenti indicazioni.

Non aprite la prova d'esame e non iniziate a svolgerla prima del via dell'insegnante preposto.

Incollate o scrivete il vostro numero di codice negli spazi appositi su questa pagina in alto a destra, sulla scheda di valutazione e sui fogli della minuta.

La prova d'esame si compone di due parti. La prima parte comprende 11 quesiti. Nella seconda parte sono proposti tre quesiti: sceglierne due e risolverli. Il punteggio massimo che potete conseguire nella prova è di 70 punti, di cui 50 nella prima parte e 20 nella seconda. Il punteggio conseguibile in ciascun quesito viene di volta in volta espressamente indicato. Per risolvere i quesiti potete fare uso dell'elenco di formule che trovate alle pagine 3 e 4.

Nella seguente tabella segnate con una "x" i numeri corrispondenti ai quesiti da voi scelti nella seconda parte. In mancanza di vostre indicazioni, il valutatore procederà alla correzione dei primi due quesiti in cui avrà trovato delle domande risolte.

1	2	3

Scrivete le vostre risposte negli spazi appositamente previsti all'interno della prova utilizzando la penna stilografica o la penna a sfera; i grafici delle funzioni, gli schizzi e i disegni geometrici li potete disegnare a matita. In caso di errore, tracciate un segno sulla risposta scorretta e scrivete accanto a essa quella corretta. Alle risposte e alle correzioni scritte in modo illeggibile verranno assegnati 0 punti. Le impostazioni delle soluzioni, che potete svolgere sui fogli della minuta, durante la valutazione non si prenderanno in considerazione.

Le risposte devono riportare tutto il procedimento attraverso il quale si giunge alla soluzione, con i calcoli intermedi e le vostre deduzioni. Nel caso in cui un quesito sia stato risolto in più modi, deve essere indicata con chiarezza la soluzione da valutare.

Abbiate fiducia in voi stessi e nelle vostre capacità. Vi auguriamo buon lavoro.

La prova si compone di 24 pagine, di cui 3 vuote.



FORMULE

1. Sistema di coordinate cartesiane nel piano, funzione lineare

- **Distanza tra due punti nel piano:** $d(A, B) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
- **Funzione lineare:** $f(x) = kx + n$
- **Coefficiente angolare della retta:** $k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
- **Angolo d'inclinazione della retta:** $k = \tan \varphi$
- **Angolo tra due rette:** $\tan \varphi = \left| \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 k_2} \right|$

2. Geometria del piano (le aree delle figure sono indicate con A)

- **Triangolo:** $A = \frac{ch_c}{2}$, $A = \frac{1}{2}ab \sin \gamma$, $A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$, $s = \frac{a+b+c}{2}$
- **Raggio della circonferenza inscritta (r) e di quella circoscritta (R) a un triangolo:**
 $R = \frac{abc}{4A}$, $r = \frac{A}{s}$, $\left(s = \frac{a+b+c}{2} \right)$
- **Triangolo equilatero:** $A = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$, $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$, $R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$
- **Rombo e romboide:** $A = \frac{ef}{2}$
- **Parallelogramma:** $A = ab \sin \alpha$
- **Lunghezza di un arco di circonferenza:** $l = \frac{\pi r \alpha^\circ}{180^\circ}$
- **Teorema dei seni:** $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$
- **Rombo:** $A = a^2 \sin \alpha$
- **Trapezio:** $A = \frac{a+c}{2} h$
- **Area di un settore circolare:**
 $A = \frac{\pi r^2 \alpha^\circ}{360^\circ}$
- **Teorema del coseno:**
 $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$

3. Aree e volumi dei solidi (B indica l'area di base)

- **Prisma:** $S_{tot} = 2B + S_{lat}$, $V = Bh$
- **Piramide:** $S_{tot} = B + S_{lat}$, $V = \frac{1}{3}Bh$
- **Sfera:** $S_{tot} = 4\pi r^2$, $V = \frac{4\pi r^3}{3}$
- **Cilindro:** $S_{tot} = 2\pi r^2 + 2\pi r h$, $V = \pi r^2 h$
- **Cono:** $S_{tot} = \pi r^2 + \pi r l$, $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$

4. Funzioni goniometriche

- $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$
- $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$
- $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$
- $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$
- $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$
- $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$
- $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$

5. Equazione quadratica e funzione quadratica

- $ax^2 + bx + c = 0$
- $f(x) = ax^2 + bx + c$
- $f(x) = a(x-p)^2 + q$
- $f(x) = a(x-x_1)(x-x_2)$
- **Soluzioni:** $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$, $D = b^2 - 4ac$
- **Vertice:** $V(p, q)$, $p = \frac{-b}{2a}$, $q = \frac{-D}{4a}$



6. Logaritmi

- $\log_a y = x \Leftrightarrow a^x = y$
- $\log_b x = \frac{\log_a x}{\log_a b}$
- $\log_a (xy) = \log_a x + \log_a y$
- $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$
- $\log_a x^n = n \log_a x$

7. Successioni

- **Successione aritmetica:** $a_n = a_1 + (n-1)d$, $S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$
- **Successione geometrica:** $a_n = a_1 q^{n-1}$, $S_n = a_1 \frac{q^n - 1}{q - 1}$
- **Montante a capitalizzazione composta:** $M = C(1+i)^n$, $i = \frac{P}{100}$

8. Elaborazione dati (statistica)

- **Valore medio (media aritmetica):** $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_k}{k}$
 $\bar{x} = \frac{f_1 x_1 + f_2 x_2 + \dots + f_k x_k}{f_1 + f_2 + \dots + f_k}$

9. Derivate

- **Derivate di alcune funzioni elementari:**
 - $f(x) = x^n$, $f'(x) = nx^{n-1}$
 - $f(x) = \sin x$, $f'(x) = \cos x$
 - $f(x) = \cos x$, $f'(x) = -\sin x$
 - $f(x) = \tan x$, $f'(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$
 - $f(x) = \ln x$, $f'(x) = \frac{1}{x}$
 - $f(x) = e^x$, $f'(x) = e^x$
- **Regole di derivazione:**
 - $(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x)$
 - $(f(x)g(x))' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$
 - $(kf(x))' = kf'(x)$
 - $\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}$
 - $(f(g(x)))' = f'(g(x))g'(x)$

10. Calcolo combinatorio e calcolo della probabilità

- **Permutazioni semplici (senza ripetizioni):** $P_n = n!$
- **Disposizioni semplici (senza ripetizioni):** $D_{n,r} = \frac{n!}{(n-r)!}$
- **Disposizioni con ripetizione:** $D'_{n,r} = n^r$
- **Combinazioni semplici (senza ripetizioni):** $C_{n,r} = \frac{D_{n,r}}{r!} = \frac{n!}{r!(n-r)!} = \binom{n}{r}$
- **Probabilità di un evento casuale E :** $P(E) = \frac{m}{n} = \frac{\text{numero dei casi favorevoli}}{\text{numero dei casi possibili}}$

**PARTE PRIMA**

Risolvete tutti i quesiti.

1. Calcolate il valore dell'espressione $\left(\frac{3}{2} - 0,\bar{4}\right) \cdot |1 - 19|$ senza usare la calcolatrice.

(4 punti)



P 2 4 1 C 1 0 1 1 1 1 0 7

3. Calcolate l'altezza e l'area del rombo se la lunghezza del lato è di 7 cm, mentre l'ampiezza dell'angolo α è di 37° . Fate lo schizzo del rombo.

(4 punti)



4. Janez ha in banca 3500 EUR. La banca applica il calcolo dell'interesse composto con il tasso d'interesse annuo dell'1,1% a capitalizzazione annua. Qual è il numero minimo di anni durante i quali Janez deve risparmiare affinché sul suo conto in banca ci sia una somma di denaro maggiore di 3710 EUR?

(4 punti)



P 2 4 1 C 1 0 1 1 1 1 0 9

5. Semplificate l'espressione $\frac{a^2 - a - 6}{a + 1} \cdot \left(\frac{a + 2}{a^2 - 1}\right)^{-1}$.

(4 punti)



6. Durante l'ora di educazione sportiva Tisa, Živa, Nina e Sara hanno montato il poligono con gli ostacoli, nel quale gareggeranno a chi è più veloce. Calcolate la probabilità che Sara si classifichi al secondo posto se tutte le atlete raggiungeranno la fine del poligono in tempi diversi.

(4 punti)



P 2 4 1 C 1 0 1 1 1 1 1

11/24

7. Risolvete l'equazione $4x^2 - 3x = 1$.

(4 punti)



8. Scrivete la derivata della funzione f con la dipendenza $f(x) = x^3 - 3x + \ln x$ e calcolate $f'(1)$.

(5 punti)



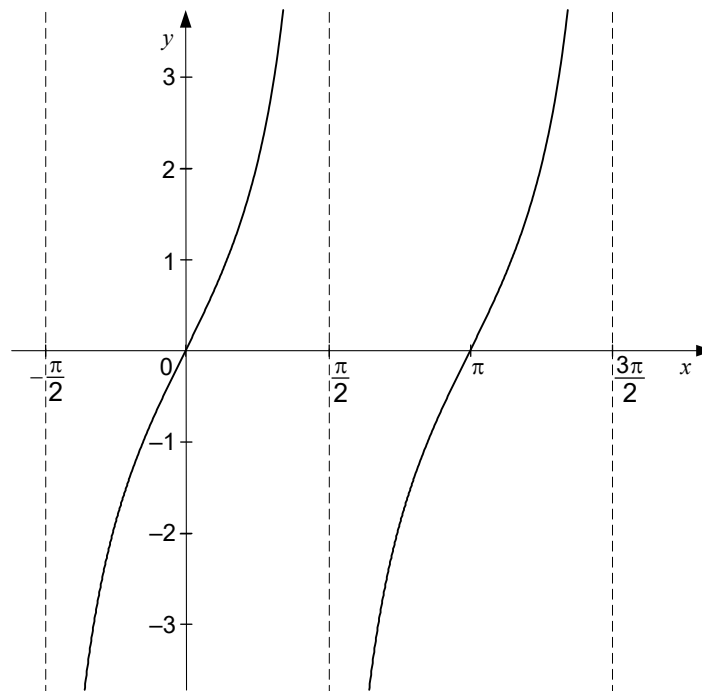
P 2 4 1 C 1 0 1 1 1 1 3

9. Un palazzo ha la forma di un parallelepipedo. Si deve rinnovare la facciata lungo le pareti esterne del palazzo. La pianta del palazzo è un rettangolo di area 288 m^2 , la lunghezza di uno dei lati della pianta è di 16 m, il palazzo è alto 21 m. L'area delle finestre e delle porte rappresenta il 30 % dell'area delle pareti laterali del palazzo. Calcolate quanti metri quadrati della facciata è necessario rinnovare.

(5 punti)



10. È data la funzione f con la dipendenza $f(x) = 2 \tan x$ nell'intervallo $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right)$. La figura mostra il suo grafico.



Scrivete per la funzione f nell'intervallo dato:

l'insieme immagine: _____;

il termine noto: _____;

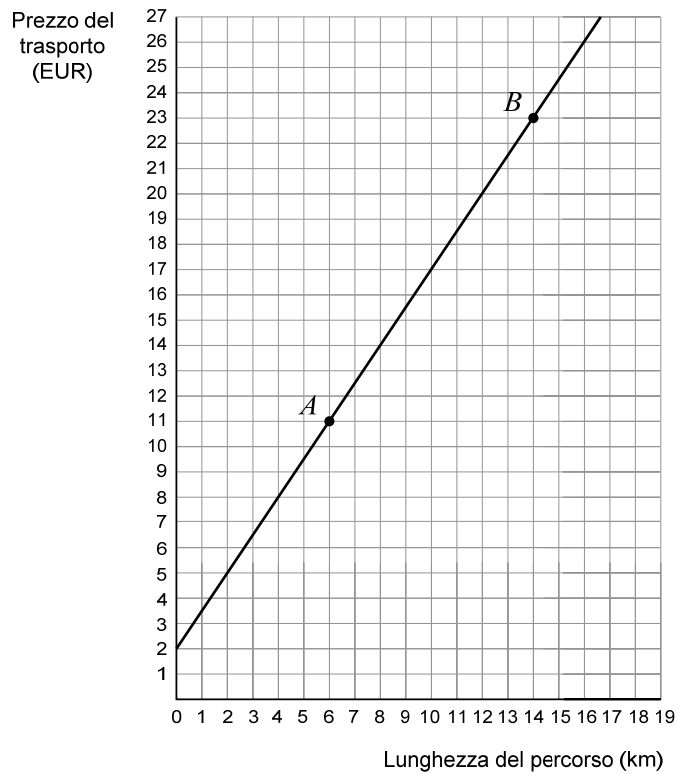
tutti i numeri reali x , per i quali la funzione f è positiva: _____.

Calcolate il valore della funzione f per l'angolo $\frac{\pi}{6}$: _____.

(6 punti)



11. Anka e Barbara viaggiano ogni giorno con un taxi della ditta Zmaj. Per un tragitto lungo 6 km Anka spende 11 EUR. Per un tragitto lungo 14 km Barbara spende 23 EUR. Il prezzo del trasporto che un viaggiatore deve pagare alla ditta Zmaj è determinato dal grafico sottostante.



- 11.1. Scrivete l'equazione della retta che rappresenta il prezzo del trasporto in funzione della lunghezza del percorso.

(4)

- 11.2. Calcolate quanti chilometri misura il percorso più lungo possibile che un viaggiatore può fare con la ditta Zmaj, se per il viaggio ha a disposizione 29 EUR.

(2)
(6 punti)

**PARTE SECONDA**

Scegliete due quesiti, indicate nella pagina iniziale della prova d'esame i loro numeri successivi e risolvetele.

1. È dato il polinomio p con la dipendenza $p(x) = 2x^3 - \frac{3}{2}x + \frac{1}{2}$.

1.1. Scrivete:

il grado del polinomio p : _____;

il termine noto del polinomio p : _____;

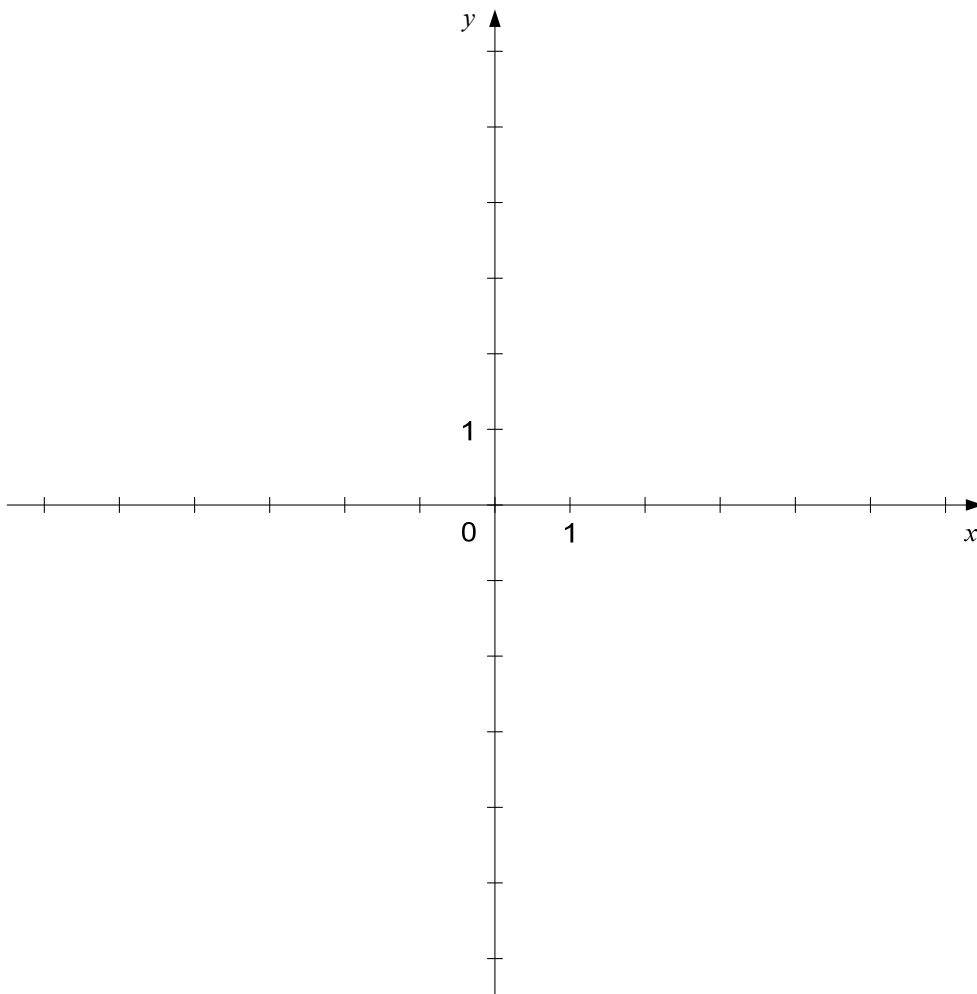
il coefficiente direttivo del polinomio p : _____.

Calcolate $p(-2)$.

(4 punti)

1.2. Calcolate gli zeri del polinomio p e tracciate il grafico del polinomio p . Tenete conto nel grafico dei punti d'intersezione con gli assi cartesiani.

(6 punti)





P 2 4 1 C 1 0 1 1 1 1 7



2. Nella tabella sottostante è riportato il numero di abitanti dei singoli continenti (senza l'Antartide) nell'anno 2021.

Continente	Numero di abitanti in milioni
Asia	4695
Africa	1394
Europa	745
America settentrionale	596
America meridionale	434
Oceania	44

(Fonte: Dipartimento delle Nazioni Unite per gli affari economici e sociali - UNDESA)

- 2.1. Calcolate quant'è la media aritmetica e quant'è la mediana del numero di abitanti nell'anno 2021 nei sei continenti. Quali continenti hanno un numero di abitanti maggiore della media aritmetica?

(5 punti)

- 2.2. Possiamo descrivere approssimativamente la crescita del numero di abitanti in Africa dall'anno 1970 in poi con la funzione esponenziale $f(x) = 366e^{0,026x}$, dove $f(0)$ è la valutazione del numero di abitanti in milioni in Africa nell'anno 1970, $f(x)$ è invece la valutazione del numero di abitanti in milioni nell'anno $1970 + x$.

Riportate nella tabella la valutazione del numero di abitanti in Africa negli anni 1970, 2020 e 2070.

Calcolate la derivata della funzione f .

Anno	Valutazione del numero di abitanti in Africa in milioni
1970	
2020	
2070	

(5 punti)



P 2 4 1 C 1 0 1 1 1 1 9



3. I primi tre termini di una successione infinita sono 4, x , 25.
- 3.1. Calcolate tutti i valori di x , tali che 4, x , 25 siano i termini di una successione geometrica infinita e calcolate la ragione della successione crescente.
(5 punti)
- 3.2. Calcolate il valore di x , tale che 4, x , 25 siano i termini di una successione aritmetica infinita di ragione 10,5. Quanti termini di tale successione sono minori di 1315?
(5 punti)



P 2 4 1 C 1 0 1 1 1 2 1



Pagina vuota



P 2 4 1 C 1 0 1 1 1 2 3

Pagina vuota



Pagina vuota