



Codice del candidato:

--

Državni izpitni center



P 2 4 3 C 1 0 1 1 1 I

SESSIONE INVERNALE

MATEMATICA

Prova d'esame

Giovedì, 6 febbraio 2025 / 120 minuti

Materiali e sussidi consentiti:

Al candidato sono consentiti l'uso della penna stilografica o della penna a sfera, della matita, della gomma, della calcolatrice e degli strumenti per la geometria.

Al candidato vengono consegnati due fogli per la minuta e una scheda di valutazione.

L'allegato con le formule è su di un foglio perforato che il candidato strappa facendo attenzione.

MATURITÀ PROFESSIONALE

INDICAZIONI PER I CANDIDATI

Leggete con attenzione le seguenti indicazioni.

Non aprite la prova d'esame e non iniziate a svolgerla prima del via dell'insegnante preposto.

Incollate o scrivete il vostro numero di codice negli spazi appositi su questa pagina in alto a destra, sulla scheda di valutazione e sui fogli della minuta.

La prova d'esame si compone di due parti. La prima parte comprende 11 quesiti. Nella seconda parte sono proposti 3 quesiti: sceglietene due e risolvetele. Il punteggio massimo che potete conseguire nella prova è di 70 punti, di cui 50 nella prima parte e 20 nella seconda. Il punteggio conseguibile in ciascun quesito viene di volta in volta espressamente indicato. Per risolvere i quesiti potete fare uso dell'elenco di formule che trovate alle pagine 3 e 4.

Nella seguente tabella segnate con una "x" i numeri corrispondenti ai quesiti da voi scelti nella seconda parte. In mancanza di vostre indicazioni, il valutatore procederà alla correzione dei primi due quesiti in cui avrà trovato delle domande risolte.

1	2	3

Scrivate le vostre risposte negli spazi appositamente previsti all'interno della prova utilizzando la penna stilografica o la penna a sfera; i grafici delle funzioni, gli schizzi e i disegni geometrici li potete disegnare a matita. In caso di errore, tracciate un segno sulla risposta scorretta e scrivete accanto a essa quella corretta. Alle risposte e alle correzioni scritte in modo illeggibile verranno assegnati 0 punti. Le impostazioni delle soluzioni, che potete svolgere sui fogli della minuta, durante la valutazione non si prenderanno in considerazione.

Le risposte devono riportare tutto il procedimento attraverso il quale si giunge alla soluzione, con i calcoli intermedi e le vostre deduzioni. Nel caso in cui un quesito sia stato risolto in più modi, deve essere indicata con chiarezza la soluzione da valutare.

Abbiate fiducia in voi stessi e nelle vostre capacità. Vi auguriamo buon lavoro.

La prova si compone di 24 pagine, di cui 3 vuote.

[illegible]



FORMULE

1. Sistema di coordinate cartesiane nel piano, funzione lineare

- **Distanza tra due punti nel piano:** $d(A, B) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
- **Funzione lineare:** $f(x) = kx + n$
- **Coefficiente angolare della retta:** $k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
- **Angolo d'inclinazione della retta:** $k = \tan \varphi$
- **Angolo tra due rette:** $\tan \varphi = \left| \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 k_2} \right|$

2. Geometria del piano (le aree delle figure sono indicate con A)

- **Triangolo:** $A = \frac{ch_c}{2}$, $A = \frac{1}{2}ab \sin \gamma$, $A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$, $s = \frac{a+b+c}{2}$
- **Raggio della circonferenza inscritta (r) e di quella circoscritta (R) a un triangolo:**
 $R = \frac{abc}{4A}$, $r = \frac{A}{s}$, $\left(s = \frac{a+b+c}{2} \right)$
- **Triangolo equilatero:** $A = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$, $h = \frac{a \sqrt{3}}{2}$, $r = \frac{a \sqrt{3}}{6}$, $R = \frac{a \sqrt{3}}{3}$
- **Rombo e romboide:** $A = \frac{ef}{2}$
- **Parallelogramma:** $A = ab \sin \alpha$
- **Lunghezza di un arco di circonferenza:** $l = \frac{\pi r \alpha^\circ}{180^\circ}$
- **Teorema dei seni:** $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$
- **Rombo:** $A = a^2 \sin \alpha$
- **Trapezio:** $A = \frac{a+c}{2} h$
- **Area di un settore circolare:**
 $A = \frac{\pi r^2 \alpha^\circ}{360^\circ}$
- **Teorema del coseno:**
 $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$

3. Aree e volumi dei solidi (B indica l'area di base)

- **Prisma:** $S_{tot} = 2B + S_{lat}$, $V = Bh$
- **Piramide:** $S_{tot} = B + S_{lat}$, $V = \frac{1}{3}Bh$
- **Sfera:** $S_{tot} = 4\pi r^2$, $V = \frac{4\pi r^3}{3}$
- **Cilindro:** $S_{tot} = 2\pi r^2 + 2\pi r h$, $V = \pi r^2 h$
- **Cono:** $S_{tot} = \pi r^2 + \pi r l$, $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$

4. Funzioni goniometriche

- $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$
- $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$
- $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$
- $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$
- $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$
- $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$
- $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$

5. Equazione quadratica e funzione quadratica

- $ax^2 + bx + c = 0$
- $f(x) = ax^2 + bx + c$
- $f(x) = a(x-p)^2 + q$
- $f(x) = a(x-x_1)(x-x_2)$
- **Soluzioni:** $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$, $D = b^2 - 4ac$
- **Vertice:** $V(p, q)$, $p = \frac{-b}{2a}$, $q = \frac{-D}{4a}$



6. Logaritmi

- $\log_a y = x \Leftrightarrow a^x = y$
- $\log_b x = \frac{\log_a x}{\log_a b}$
- $\log_a (xy) = \log_a x + \log_a y$
- $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$
- $\log_a x^n = n \log_a x$

7. Successioni

- **Successione aritmetica:** $a_n = a_1 + (n-1)d$, $S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$
- **Successione geometrica:** $a_n = a_1 q^{n-1}$, $S_n = a_1 \frac{q^n - 1}{q - 1}$
- **Montante a capitalizzazione composta:** $M = C(1+i)^n$, $i = \frac{p}{100}$

8. Elaborazione dati (statistica)

- **Valore medio (media aritmetica):** $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_k}{k}$

$$\bar{x} = \frac{f_1 x_1 + f_2 x_2 + \dots + f_k x_k}{f_1 + f_2 + \dots + f_k}$$

9. Derivate

- **Derivate di alcune funzioni elementari:**
 - $f(x) = x^n$, $f'(x) = nx^{n-1}$
 - $f(x) = \sin x$, $f'(x) = \cos x$
 - $f(x) = \cos x$, $f'(x) = -\sin x$
 - $f(x) = \tan x$, $f'(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$
 - $f(x) = \ln x$, $f'(x) = \frac{1}{x}$
 - $f(x) = e^x$, $f'(x) = e^x$
- **Regole di derivazione:**
 - $(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x)$
 - $(f(x)g(x))' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$
 - $(kf(x))' = kf'(x)$
 - $\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}$
 - $(f(g(x)))' = f'(g(x))g'(x)$

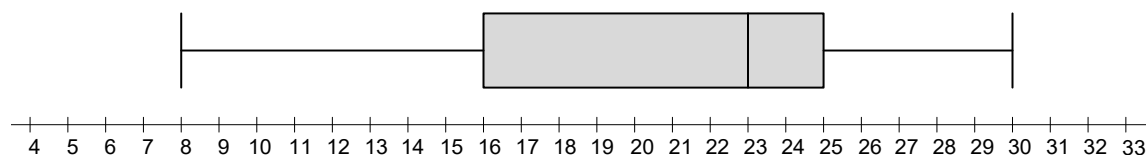
10. Calcolo combinatorio e calcolo della probabilità

- **Permutazioni semplici (senza ripetizioni):** $P_n = n!$
- **Disposizioni semplici (senza ripetizioni):** $D_{n,r} = \frac{n!}{(n-r)!}$
- **Disposizioni con ripetizione:** $D_{n,r}' = n^r$
- **Combinazioni semplici (senza ripetizioni):** $C_{n,r} = \frac{D_{n,r}}{r!} = \frac{n!}{r!(n-r)!} = \binom{n}{r}$
- **Probabilità di un evento casuale E :** $P(E) = \frac{m}{n} = \frac{\text{numero dei casi favorevoli}}{\text{numero dei casi possibili}}$

**PARTE PRIMA**

Risolvete tutti i quesiti.

1. Alla prova scritta di matematica hanno partecipato 28 alunni. La distribuzione dei punti conseguiti dagli alunni nella prova scritta è stata rappresentata dall'insegnante con la scatola a baffi (vedi figura).



Scrivete:

il numero minimo di punti conseguiti: _____,

il numero massimo di punti conseguiti: _____,

la mediana dei punti conseguiti: _____,

l'intervallo di variabilità del numero di punti conseguiti: _____.

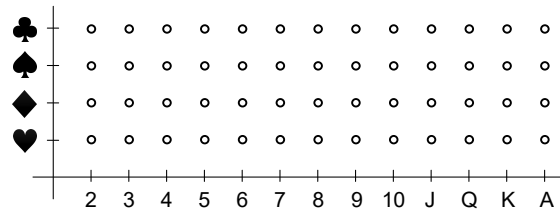
(4 punti)



2. La figura mostra lo spazio campione di un mazzo comune di 52 carte.

Estraiano a caso una carta dal mazzo comune di 52 carte. Calcolate la probabilità dell'evento A , che estraiano un asso.

Poniamo su un mucchio a parte tutte le carte di cuori del mazzo comune di 52 carte. Da tale mucchio estraiano a caso una carta. Calcolate la probabilità dell'evento B , che dal mucchio estraiano l'asso.



(4 punti)



3. Scrivete tutti i numeri naturali di tre cifre di forma $\overline{6x1}$ (x è la cifra al posto delle decine), che sono minori di 641. Calcolate la somma delle cifre del maggiore tra tali numeri.

(4 punti)



4. Scrivete nella tabella le soluzioni reali delle equazioni date.

Equazione	Soluzione dell'equazione
$3x - 1 = 0$	
$x^3 - 1 = 0$	
$3^x - 1 = 0$	
$\log_3 x - 1 = 0$	

(4 punti)



P 2 4 3 C 1 0 1 1 1 0 9

9/24

5. È data la successione aritmetica di termine generale $a_n = 54 - 7n$. Calcolate il primo e il quarantesimo termine di tale successione. Calcolate anche la somma dei primi 40 termini di tale successione.

(4 punti)



P 2 4 3 C 1 0 1 1 1 1 0

6. Sono dati i polinomi $p(x) = x^3 - 2$ e $q(x) = x + 2$. Calcolate il quoziente k e il resto o della divisione del polinomio p con il polinomio q .

(4 punti)



7. È data l'espressione $A = 3x^3 - 3x^2 - 6x$.

Calcolate con esattezza il valore dell'espressione data A per $x = \sqrt{3}$.

Scomponete l'espressione data A .

(4 punti)



8. Un'azienda lattiero-casearia ha ridotto la capacità dei vasetti di plastica per lo yogurt da $0,8 \ell$ a $0,6 \ell$. Il produttore ha abbassato anche il prezzo di vendita di un vasetto pieno da 1,96 EUR a 1,62 EUR. Di quanti EUR è cambiato in questo caso il prezzo di 1ℓ di yogurt?

(5 punti)



9. L'area del trapezio $ABCD$ è 20 cm^2 , l'altezza del trapezio $ABCD$ è 7 cm , l'area del triangolo ABD è invece 14 cm^2 . Calcolate la lunghezza delle basi a e c del trapezio $ABCD$.

(5 punti)



10. È data la funzione razionale f con la dipendenza $f(x) = \frac{(x+2)(x^2+1)}{x^3-3}$. Calcolate le intersezioni del grafico della funzione f con gli assi di coordinate (assi cartesiani).

(6 punti)



11. Tim è uno sportivo e vorrebbe calcolare la frequenza cardiaca massima raccomandata. Su internet ha trovato due procedimenti per il calcolo.
Primo procedimento: dal numero 220 sottraiamo la nostra età.
Secondo procedimento: dal numero 202 sottraiamo il prodotto del numero 0,55 e della nostra età.
- Calcolate la frequenza cardiaca massima raccomandata di Tim, che ha 20 anni, usando ambedue i procedimenti.
- Calcolate a quale età la frequenza cardiaca massima raccomandata risulta la stessa, indipendentemente dal procedimento usato.

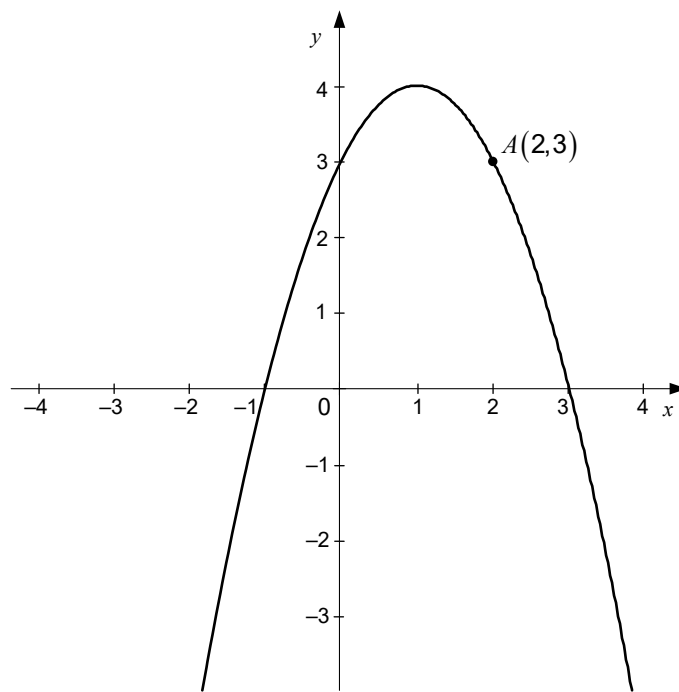
(6 punti)



PARTE SECONDA

Scegliete due quesiti, indicate nella pagina iniziale della prova d'esame i loro numeri successivi e risolvete li.

1. La figura mostra il grafico della funzione f con la dipendenza $f(x) = -x^2 + 2x + c$.



- 1.1. Per la funzione f scrivete:

il valore della costante c : _____,

le coordinate del vertice del grafico: _____,

l'intervallo maggiore nel quale la funzione f cresce: _____,

tutti i numeri reali x , per i quali la funzione f è positiva: _____.

(4 punti)

- 1.2. Scrivete l'equazione della retta tangente al grafico della funzione f nel punto A .

(6 punti)



P 2 4 3 C 1 0 1 1 1 1 7

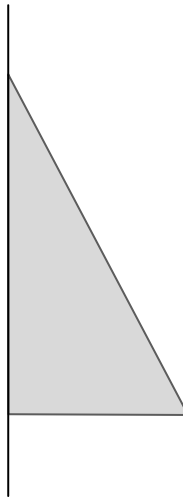


2. È dato un triangolo rettangolo con i cateti lunghi 8 cm e 15 cm.

2.1. Calcolate la lunghezza dell'ipotenusa e l'ampiezza dell'angolo minore del triangolo dato. Scrivete l'ampiezza dell'angolo in gradi e primi.

(5 punti)

2.2. Ruotiamo il triangolo dato di 360° attorno al cateto maggiore. Completate la figura sottostante con lo schizzo del solido ottenuto. Calcolate il volume e l'area della superficie totale del solido ottenuto.



(5 punti)



P 2 4 3 C 1 0 1 1 1 1 1 9



3. È data una successione crescente di termine generale $a_n = \log_3(3^{n-2})$.

3.1. Calcolate i primi quattro termini della successione e tracciate il grafico della successione. La successione è limitata inferiormente? Se è limitata inferiormente, scrivete il limite inferiore.

(6 punti)

3.2. Quale termine della successione è uguale a 12?

(4 punti)





Pagina vuota



P 2 4 3 C 1 0 1 1 1 1 2 3

Pagina vuota



Pagina vuota