

**Domande per l'esame orale
di matematica per la maturità generale 2022
per il livello di base e per il livello superiore**

Livello di base

1 Calcolo con le proposizioni

Che cos'è una proposizione? (1 punto)

Che cos'è la negazione di una data proposizione? Quando la negazione è vera e quando è falsa? (1 punto)

Che cos'è la congiunzione di proposizioni? Scrivete la tabella di verità per la congiunzione. (2 punti)

Che cos'è la disgiunzione di proposizioni? Scrivete la tabella di verità per la disgiunzione. (2 punti)

2 Calcolo con le proposizioni

Che cos'è la tautologia? (1 punto)

Che cos'è l'implicazione di proposizioni? Scrivete la tabella di verità per l'implicazione. (2 punti)

Che cos'è l'equivalenza di proposizioni? Scrivete la tabella di verità per l'equivalenza. (2 punti)

Riportate un esempio di due proposizioni e stabilite il valore di verità della loro equivalenza. (1 punto)

3 Insiemi

Che cos'è l'insieme vuoto e che cos'è l'insieme universo? (2 punti)

Che cos'è l'insieme complementare? Come indichiamo l'insieme complementare e come lo rappresentiamo graficamente? (2 punti)

Che cos'è la differenza tra due insiemi? Come indichiamo la differenza tra due insiemi e come la rappresentiamo graficamente? (2 punti)

4 Insiemi

Quando l'insieme A è sottoinsieme dell'insieme B ? (1 punto)

Quando due insiemi sono uguali? (1 punto)

Che cos'è l'intersezione tra due insiemi? Come indichiamo l'intersezione tra insiemi e come la rappresentiamo graficamente? (2 punti)

Che cos'è l'unione tra due insiemi? Come indichiamo l'unione tra insiemi e come la rappresentiamo graficamente? (2 punti)

5 Numeri naturali e numeri interi

Descrivete gli insiemi \mathbb{N} e \mathbb{Z} e rappresentateli sulla retta numerica. (1 punto)

Elencate le operazioni di calcolo nell'insieme \mathbb{N} . (1 punto)

Definite la sottrazione nell'insieme \mathbb{Z} . (1 punto)

Descrivete almeno tre proprietà delle operazioni di calcolo negli insiemi \mathbb{N} e \mathbb{Z} . (3 punti)

6 Numeri dispari e numeri pari

Definite i numeri pari e i numeri dispari. (2 punti)

Dimostrate che la somma di due numeri dispari è un numero pari. (2 punti)

Dimostrate che il quadrato di un numero dispari è un numero dispari. (2 punti)

7 Numeri primi

Definite i concetti di numero primo e di numero composto. Elencate tre numeri primi e tre numeri composti. (2 punti)

Che cos'è la scomposizione di un numero naturale in fattori primi? La scomposizione in fattori primi è univoca? Quanti sono i numeri primi? (3 punti)

Descrivete uno dei procedimenti per verificare se un numero dato è un numero primo. (1 punto)

8 Divisibilità

Quando un numero naturale a è multiplo di un numero naturale b ? (1 punto)

Definite la relazione di divisibilità nell'insieme \mathbb{N} . (1 punto)

Descrivete almeno tre proprietà della relazione di divisibilità. (3 punti)

Dimostrate almeno due di queste proprietà con degli esempi. (1 punto)

9 Multipli e divisori

Definite il massimo comune divisore di due numeri naturali. Spiegate almeno uno dei metodi per il calcolo del massimo comune divisore di due numeri naturali. Quando due numeri naturali sono primi fra loro? (3 punti)

Definite il minimo comune multiplo di due numeri naturali. Spiegate almeno uno dei metodi per il calcolo del minimo comune multiplo di due numeri naturali. (2 punti)

Scegliete due numeri naturali diversi tra 20 e 50. Determinate il loro massimo comune divisore e il loro minimo comune multiplo. (1 punto)

10 Divisione tra numeri naturali

Enunciate il teorema fondamentale della divisione dei numeri naturali. (2 punti)

Scegliete due numeri naturali diversi tra loro e illustrate il teorema fondamentale della divisione per i due numeri naturali prescelti. (2 punti)

Scegliete un numero naturale tra 5 e 10 ed elencate gli elementi dell'insieme di tutti i resti della divisione per il numero naturale prescelto. (2 punti)

11 Criteri di divisibilità

Per ogni, tra i numeri 2, 4 e 8, enunciate i criteri di divisibilità con tale numero. (3 punti)

Enunciate il criterio di divisibilità per il numero 3. (1 punto)

Enunciate il criterio di divisibilità per il numero 6. (1 punto)

Riportate un esempio di un numero naturale a quattro cifre, divisibile per 6. (1 punto)

12 Frazioni e numeri razionali

Che cos'è una frazione? Quando due frazioni rappresentano lo stesso numero razionale? (2 punti)

Spiegate come si eseguono la somma, la sottrazione, la moltiplicazione e la divisione di frazioni. (4 punti)

13 Frazioni e notazione decimale

Come possiamo riconoscere, dalla notazione decimale di un numero, che esso può essere scritto in forma di frazione? Come possiamo trasformare una frazione qualsiasi nella sua notazione decimale? Quali frazioni presentano una notazione decimale finita? (3 punti)

Riportate un esempio di frazione che abbia una notazione decimale finita e un esempio di frazione che abbia una notazione decimale infinita. (1 punto)

Riportate un esempio di un numero decimale periodico e scrivetelo sotto forma di frazione. (2 punti)

14 Numeri reali

Quando un numero reale è un numero razionale e quando è irrazionale? In che cosa si differenziano le loro notazioni decimali? (2 punti)

Elencate almeno tre esempi di numeri razionali e un esempio di numero irrazionale. (2 punti)

In che modo un numero razionale può essere rappresentato sulla retta numerica? (2 punti)

15 Valore assoluto

Definite il valore assoluto di un numero reale e spiegate il suo significato geometrico. (2 punti)

Elencate almeno quattro proprietà del valore assoluto dei numeri reali, e illustratele con degli esempi. (4 punti)

16 Numeri complessi

Definite l'insieme dei numeri complessi. In che modo vengono rappresentati graficamente i numeri complessi? (2 punti)

Definite l'operazione somma nell'insieme \mathbb{C} . (1 punto)

Riportate almeno due proprietà della somma dei numeri complessi. (2 punti)

Descrivete il significato geometrico della somma dei numeri complessi. (1 punto)

17 Moltiplicazione di numeri complessi

Definite l'operazione moltiplicazione nell'insieme \mathbb{C} . (1 punto)

Descrivete il significato geometrico della moltiplicazione di un numero complesso per -1 e il significato geometrico della moltiplicazione di un numero complesso per un numero reale. (1 punto)

Elencate almeno tre proprietà della moltiplicazione dei numeri complessi. (3 punti)

Calcolate i^n per i primi quattro numeri naturali n . (1 punto)

18 Valore assoluto di un numero complesso

- Definite il valore assoluto di un numero complesso. (1 punto)
- Dimostrate con un esempio il calcolo del valore assoluto di un numero complesso. (1 punto)
- Elencate almeno tre proprietà del valore assoluto dei numeri complessi. (3 punti)
- Quant'è il valore assoluto del numero complesso z , se $\text{Im}(z) = 0$? (1 punto)

19 Valore coniugato di un numero complesso

- Definite il valore coniugato di un numero complesso e spiegate il suo significato geometrico. (1 punto)
- Elencate almeno tre proprietà del valore coniugato di un numero complesso. (3 punti)
- Dimostrate che il valore coniugato della somma di due numeri complessi è uguale alla somma dei loro valori coniugati. (2 punti)

20 Equazioni

- Che cos'è un'equazione e che cos'è la soluzione di un'equazione? Quando due equazioni sono equivalenti? (2 punti)
- Descrivete il procedimento con il quale un'equazione data può essere trasformata in una equazione, a essa equivalente. (2 punti)
- Riportate un esempio di equazione lineare e un esempio di equazione non lineare, e risolvetele entrambe. (2 punti)

21 Potenze a esponente intero

- Definite la potenza a esponente naturale e la potenza a esponente intero. (1 punto)
- Elencate almeno tre regole per il calcolo con le potenze a esponente intero. (3 punti)
- Dimostrate almeno due delle regole menzionate sopra, proponendo degli esempi di potenze a esponente intero. (2 punti)

22 Radicali

- Definite la radice n -esima del numero x se n è un numero naturale dispari qualsiasi e x è un numero reale qualsiasi. (1 punto)
- Per un qualsiasi numero naturale pari n e per un qualsiasi numero reale non negativo x definite la radice n -esima del numero x . (1 punto)
- Per ogni numero reale x vale $\sqrt{x^2} = |x|$. Spiegate. (1 punto)
- Enunciate almeno tre regole per il calcolo con i radicali. (3 punti)

23 Potenze a esponente razionale

- Definite la potenza con base positiva ed esponente razionale. (1 punto)
- Enunciate almeno tre regole per il calcolo con tali potenze. (3 punti)
- Proponete un esempio con due potenze a basi uguali ed esponenti razionali positivi differenti (che non siano numeri interi) e calcolate il loro prodotto. Esprimete le due potenze anche con le radici, e calcolate il loro prodotto. (2 punti)

24 Rette

- Definite il parallelismo delle rette nel piano. (1 punto)
- Elencate tutte le posizioni reciproche tra due rette nel piano. (2 punti)
- Enunciate almeno due proprietà della relazione di parallelismo delle rette nel piano. (2 punti)
- Enunciate il postulato delle rette parallele. (1 punto)

25 Angoli

- Spiegate i concetti di angolo nullo, angolo retto, angolo piatto e angolo giro. (2 punti)
- Spiegate i concetti di angoli consecutivi, angoli adiacenti, angoli opposti al vertice. (3 punti)
- Quando un angolo dato è acuto e quando è ottuso? (1 punto)

26 Angoli

- Definite la congruenza tra angoli. (1 punto)
- Che cosa vale per gli angoli che hanno i lati a due a due paralleli tra loro? Disegnate lo schizzo e spiegate. (2 punti)
- Che cosa vale per gli angoli che hanno i lati a due a due perpendicolari tra loro? Disegnate lo schizzo e spiegate. (2 punti)
- L'angolo interno $\sphericalangle BAD$ del trapezio isoscele $ABCD$ ha ampiezza α . Che ampiezza hanno i rimanenti tre angoli interni di tale trapezio? (1 punto)

27 Triangolo

- Definite il triangolo. (1 punto)
- Definite l'angolo interno e l'angolo esterno del triangolo. (2 punti)
- Quant'è la somma degli angoli interni di un triangolo? Dimostrate l'affermazione. (2 punti)
- Quant'è la somma degli angoli esterni di un triangolo? (1 punto)

28 Punti notevoli del triangolo

- Descrivete la costruzione dell'asse del segmento, della bisettrice dell'angolo e della mediana del triangolo. (3 punti)
- Come determiniamo il baricentro di un triangolo, il circocentro della circonferenza circoscritta e l'incentro della circonferenza inscritta al triangolo? (3 punti)

29 Congruenza delle figure geometriche

- Definite la congruenza delle figure geometriche. (1 punto)
- Enunciate quattro teoremi sulla congruenza dei triangoli. (4 punti)
- In un parallelogramma tracciamo ambedue le diagonali. Quante coppie di triangoli congruenti otteniamo? (1 punto)

30 Similitudine delle figure geometriche

Definite la similitudine delle figure geometriche. (1 punto)

Enunciate tre teoremi sulla similitudine dei triangoli. (3 punti)

I triangoli ABC e $A'B'C'$ sono simili. Il lato AB del primo triangolo misura c , il lato $A'B'$ del secondo triangolo misura $k \cdot c$. Quanto misurano il perimetro e l'area del triangolo $A'B'C'$, se $2p$ è il perimetro del triangolo ABC e A è l'area del triangolo ABC ? (2 punti)

31 Parallelogramma

Definite il parallelogramma. (1 punto)

Elencate le proprietà degli angoli e dei lati del parallelogramma. (2 punti)

Elencate i tipi particolari di parallelogrammi e descrivete le loro proprietà. (2 punti)

Che cosa vale per le diagonali del parallelogramma? (1 punto)

32 Trapezio

Definite il trapezio. (1 punto)

Enunciate le proprietà degli angoli del trapezio. (1 punto)

Che cos'è la semisomma delle basi del trapezio e quali proprietà ha? (2 punti)

Che cos'è l'altezza del trapezio? (1 punto)

In quali trapezi le diagonali sono della stessa lunghezza? (1 punto)

33 Rette e circonferenze

In quali posizioni reciproche possono stare una retta e una circonferenza che giacciono nello stesso piano? (3 punti)

Descrivete dettagliatamente la costruzione della retta tangente alla circonferenza in un suo punto dato. (3 punti)

34 Angolo al centro e angolo alla circonferenza

Definite l'angolo al centro e l'angolo alla circonferenza in un cerchio. (2 punti)

In quale relazione stanno tali due angoli, se insistono sullo stesso arco del cerchio? (1 punto)

Enunciate e dimostrate il teorema di Talete dell'angolo nel semicerchio. (2 punti)

In un triangolo equilatero ABC sia S il circocentro della circonferenza circoscritta al triangolo. Quant'è l'ampiezza dell'angolo $\sphericalangle ASB$? (1 punto)

35 Teorema del seno e teorema del coseno

Enunciate il teorema del coseno. Descrivete con un esempio la sua applicazione. (2 punti)

Enunciate il teorema del seno. Descrivete con un esempio la sua applicazione. (2 punti)

Quale teorema otteniamo se applichiamo il teorema del coseno al triangolo rettangolo per il calcolo dell'ipotenusa? Argomentate la risposta. (2 punti)

36 Aree delle figure geometriche

Enunciate la formula per il calcolo dell'area del triangolo. (1 punto)

Enunciate la formula per il calcolo dell'area del parallelogramma. (1 punto)

Enunciate la formula per il calcolo dell'area del deltoide e rappresentatela con un esempio. (2 punti)

Enunciate la formula per il calcolo dell'area del trapezio e rappresentatela con un esempio. (2 punti)

37 Aree delle figure geometriche

Enunciate le formule per il calcolo dell'area del quadrato e dell'area del rettangolo. (1 punto)

Enunciate la formula per il calcolo dell'area del rombo e illustratela con un esempio. (2 punti)

Enunciate la formula per il calcolo dell'altezza del triangolo equilatero. (1 punto)

Enunciate le formule per il calcolo dell'area del triangolo equilatero e dell'area del triangolo rettangolo. (2 punti)

38 Cerchio

Enunciate la formula per il calcolo dell'area e del perimetro del cerchio. (2 punti)

Enunciate le formule per il calcolo della lunghezza dell'arco di cerchio e dell'area del settore circolare. (2 punti)

Come possiamo calcolare approssimativamente, con l'uso dei poligoni regolari, il valore del rapporto tra il perimetro e il diametro di un cerchio? (2 punti)

39 Prisma

Definite il prisma. (1 punto)

Quando un prisma:

– ha gli spigoli uguali, (1 punto)

– ha n facce, (1 punto)

– è regolare? (1 punto)

Enunciate la formula di calcolo del volume di un prisma retto. (1 punto)

Ricavate la formula per il calcolo dell'area della superficie totale di un prisma quadrangolare regolare con tutti gli spigoli uguali di lunghezza a . (1 punto)

40 Cilindro

Definite il cilindro retto. (1 punto)

Disegnate lo schizzo dello sviluppo nel piano del cilindro. (1 punto)

Che cos'è la sezione assiale del cilindro? (1 punto)

Enunciate le formule per il calcolo dell'area della superficie totale e del volume del cilindro retto. (2 punti)

Esprimate il volume di un cilindro equilatero con raggio di base r . (1 punto)

41 Piramide

Definite la piramide. (1 punto)

Quando una piramide:

– ha tutti gli spigoli uguali, (1 punto)

– ha n facce, (1 punto)

– è regolare? (1 punto)

Enunciate la formula per il calcolo dell'area della superficie totale della piramide regolare. (1 punto)

Esprimete il volume di una piramide quadrangolare regolare con tutti gli spigoli uguali di lunghezza a . (1 punto)

42 Cono

Definite il cono retto. (1 punto)

Disegnate lo schizzo dello sviluppo nel piano del cono. (1 punto)

Descrivete la sezione del cono con un piano parallelo alla base. (1 punto)

Descrivete la sezione del cono con un piano che contiene l'asse del cono. (1 punto)

Enunciate la formula di calcolo della superficie totale del cono. (1 punto)

Esprimete il volume di un cono equilatero di raggio r . (1 punto)

43 Vettori

Che cos'è un vettore? (1 punto)

Definite la somma di vettori. (1 punto)

Definite il vettore nullo e il vettore contrario di un vettore dato. (1 punto)

Definite la sottrazione di vettori. (1 punto)

Enunciate almeno due proprietà della somma di vettori. (2 punti)

44 Vettori

Definite la moltiplicazione tra vettori e scalari. (1 punto)

Enunciate almeno tre proprietà della moltiplicazione tra vettori e scalari. (3 punti)

Quando due vettori sono collineari? (1 punto)

Definite il vettore unitario. (1 punto)

45 Vettori

Descrivete il sistema di coordinate ortogonali nello spazio \mathbb{R}^3 . (1 punto)

Definite la base ortonormale standard nello spazio \mathbb{R}^3 . (1 punto)

Definite il raggio vettore di un punto dato nello spazio \mathbb{R}^3 . (1 punto)

Esprimate il raggio vettore \vec{r}_A del punto $A(a_1, a_2, a_3)$ come combinazione lineare dei vettori della base ortonormale standard nello spazio \mathbb{R}^3 . (1 punto)

Siano A e B due punti nello spazio \mathbb{R}^3 . Esprimate il vettore \overline{AB} con le coordinate dei punti A e B e argomentate la risposta. (2 punti)

46 Prodotto scalare

Come possiamo calcolare il prodotto scalare di due vettori, se conosciamo le loro lunghezze e l'ampiezza dell'angolo tra di essi? (1 punto)

Enunciate almeno tre proprietà del prodotto scalare. (3 punti)

Dimostrate con un esempio in che modo possiamo verificare, con il prodotto scalare, se due vettori dati sono ortogonali fra loro. (2 punti)

47 Prodotto scalare nella base ortonormale standard

Come calcoliamo il prodotto scalare di due vettori nella base ortonormale standard? (1 punto)

Come calcoliamo la lunghezza di un vettore nella base ortonormale standard? Argomentate la risposta. (2 punti)

Come calcoliamo l'ampiezza dell'angolo tra due vettori nella base ortonormale standard? (1 punto)

Illustrate con un esempio il calcolo dell'angolo tra due vettori. (2 punti)

48 Sistema di coordinate nel piano

Definite il sistema di coordinate ortogonali nel piano \mathbb{R}^2 . (1 punto)

Ricavate la formula per il calcolo della distanza tra due punti. (2 punti)

Enunciate le coordinate del punto medio di un segmento di estremi dati. (1 punto)

Proiettate il punto $T(x, y)$ attraverso l'origine del sistema di coordinate. Enunciate le coordinate del punto così ottenuto. (1 punto)

Proiettate il punto $T(x, y)$ attraverso l'asse delle ordinate. Enunciate le coordinate del punto così ottenuto. (1 punto)

49 Funzioni

Definite il concetto di funzione (proiezione) dall'insieme A nell'insieme B . (1 punto)

Definite i concetti di insieme di definizione, insieme immagine e grafico della funzione. (3 punti)

Disegnate lo schizzo del grafico, o enunciate la dipendenza, della funzione f , che ha l'insieme immagine $I_f = (2, \infty)$. (1 punto)

Disegnate lo schizzo del grafico, o enunciate la dipendenza, della funzione g , che ha l'insieme di definizione $D_g = (2, \infty)$. (1 punto)

50 Proprietà delle funzioni

Quando una funzione in un intervallo è crescente, e quando è decrescente? (2 punti)

Disegnate lo schizzo del grafico, o enunciate la dipendenza, di una funzione che non è né crescente né decrescente. (1 punto)

Quando una funzione f è limitata? (2 punti)

Disegnate lo schizzo del grafico, o enunciate la dipendenza, di una funzione che è limitata superiormente ed è illimitata inferiormente. (1 punto)

51 Proprietà delle funzioni

Quando una funzione f è dispari e quando è pari? (2 punti)

Come stabiliamo, dal grafico di una funzione f , se la funzione f è pari ossia dispari? (2 punti)

Disegnate lo schizzo del grafico, o enunciate la dipendenza, di una funzione dispari. (1 punto)

Disegnate lo schizzo del grafico, o enunciate la dipendenza, di una funzione pari. (1 punto)

52 Funzione lineare

Definite la funzione lineare e spiegate che cos'è il suo grafico. (2 punti)

Tenendo conto della dipendenza dal coefficiente angolare k , analizzate la crescita e la decrescenza di una funzione lineare f . (2 punti)

Di quanto varia il valore di una funzione f , se aumentiamo il valore della variabile indipendente di 2? (1 punto)

Cha cosa vale per i grafici delle funzioni lineari con i coefficienti angolari uguali? (1 punto)

53 Equazione della retta

Che cos'è la forma esplicita dell'equazione della retta? Le equazioni di quali rette possono essere scritte in tale forma? (2 punti)

Che cos'è la forma implicita dell'equazione della retta? Le equazioni di quali rette possono essere scritte in tale forma? (2 punti)

Che cos'è la forma segmentaria dell'equazione della retta? Le equazioni di quali rette si possono scrivere in tale forma? (2 punti)

54 Rette nel piano

Definite l'angolo d'inclinazione di una retta nel piano e spiegate la relazione tra l'angolo d'inclinazione e il coefficiente angolare di una retta data (quando questo esiste). (2 punti)

Come calcoliamo l'ampiezza dell'angolo tra due rette se conosciamo i loro coefficienti angolari? (1 punto)

Che cosa vale per i coefficienti angolari delle rette parallele? (1 punto)

Che cosa vale per i coefficienti angolari delle rette perpendicolari? (1 punto)

Quant'è il coefficiente angolare della retta che è perpendicolare alla bisettrice dei quadranti dispari? (1 punto)

55 Disequazioni lineari

Che cos'è una disequazione lineare a una incognita? (1 punto)

Descrivete con un esempio la risoluzione delle disequazioni lineari a una incognita. (2 punti)

Descrivete tutti i possibili insiemi di risoluzione di una disequazione lineare qualsiasi a una incognita. (3 punti)

56 Funzione potenza

Definite la funzione potenza a esponente naturale. (1 punto)

Tracciate i grafici delle funzioni potenza i cui esponenti sono 2 e 3. (2 punti)

Enunciate almeno due proprietà delle funzioni potenza. (1 punto)

Enunciate le principali differenze tra le proprietà delle funzioni potenza a esponente pari e quelle delle funzioni potenza a esponente dispari naturali. (2 punti)

57 Funzione radice

Per un numero naturale qualsiasi n , definite la funzione radice f con la dipendenza $f(x) = \sqrt[n]{x}$. (2 punti)

Tracciate il grafico delle funzioni radici per $n = 2$ e $n = 3$. (2 punti)

Enunciate gli insiemi di definizione e gli insiemi immagine delle funzioni radici per $n = 2$ e $n = 3$. (2 punti)

58 Funzione quadratica

Definite la funzione quadratica. (1 punto)

Elencate almeno quattro proprietà della funzione quadratica e spiegatele. (4 punti)

Riportate un esempio di una funzione quadratica limitata superiormente il cui grafico interseca l'asse delle ordinate nel punto $N(0, 3)$. (1 punto)

59 Vertice del grafico della funzione quadratica

Che cos'è il vertice del grafico della funzione quadratica? Come lo calcoliamo? (2 punti)

Enunciate la forma riferita al vertice della dipendenza della funzione quadratica. In che modo il suo grafico dipende dal coefficiente direttivo e dalle coordinate del vertice? (3 punti)

Riportate un esempio di una funzione quadratica limitata superiormente, il cui grafico ha il vertice nel primo quadrante. (1 punto)

60 Zeri della funzione quadratica

Definite lo zero di una funzione. (1 punto)

Enunciate la forma con gli zeri della dipendenza della funzione quadratica. (1 punto)

Che cos'è il discriminante della funzione quadratica? (1 punto)

Spiegate il significato del discriminante della funzione quadratica nel calcolo ricerca dei suoi zeri. (3 punti)

61 Equazione quadratica

Che cos'è un'equazione quadratica? (1 punto)

Come calcoliamo le soluzioni di un'equazione quadratica? (1 punto)

Com'è la risoluzione di un'equazione quadratica nell'insieme dei numeri reali, e com'è nell'insieme dei numeri complessi? (2 punti)

Riportate e risolvetes un esempio di equazione quadratica che abbia come soluzioni due numeri complessi e tra loro coniugati. (2 punti)

62 Disequazione quadratica

Che cos'è una disequazione quadratica? (1 punto)

Come risolviamo una disequazione quadratica? (1 punto)

Che cos'è l'insieme delle soluzioni di una disequazione quadratica qualsiasi? Elencate tutte le possibilità. (3 punti)

Riportate un esempio di disequazione quadratica, per la quale vale che l'insieme delle soluzioni è l'intervallo $[1, 2]$. (1 punto)

63 Funzione esponenziale

Sia $a > 1$. Disegnate lo schizzo del grafico della funzione con la dipendenza $f(x) = a^x$. (2 punti)

Sia $0 < a < 1$. Disegnate lo schizzo del grafico della funzione con la dipendenza $f(x) = a^x$. (2 punti)

Enunciate almeno quattro proprietà della funzione esponenziale. (2 punti)

64 Funzione logaritmica

Sia a un numero reale positivo, $a \neq 1$. Definite la funzione logaritmica con base a . (1 punto)

Sia $a > 1$. Disegnate lo schizzo del grafico della funzione logaritmica con base a . (2 punti)

Sia $0 < a < 1$. Disegnate lo schizzo del grafico della funzione logaritmica con base a . (2 punti)

Enunciate almeno due proprietà della funzione logaritmica. (1 punto)

65 Calcolo con i logaritmi

Enunciate almeno due regole per il calcolo con i logaritmi. (2 punti)

Enunciate almeno due proprietà dei logaritmi. (2 punti)

Quanto è $e^{\ln x}$ e $\log_{10} 10^x$? (2 punti)

66 Polinomi

Definite il polinomio (la funzione polinomiale). Cosa sono il grado, il coefficiente direttivo e il termine noto del polinomio? (2 punti)

Come si esegue la moltiplicazione di polinomi? Qual è il grado del prodotto di due polinomi? (2 punti)

Enunciate il teorema fondamentale della divisione dei polinomi. (2 punti)

67 Zeri dei polinomi

Quanti zeri reali può avere un polinomio qualsiasi di grado n ? (1 punto)

Un polinomio p di grado n abbia n zeri differenti a coppie. Come possiamo scrivere la dipendenza del polinomio p , in modo che da essa siano evidenti tutti i suoi zeri? (1 punto)

Quanti zeri reali può avere un polinomio di terzo grado? Elencate tutte le possibilità. (2 punti)

Riportate un esempio di un polinomio di quarto grado a coefficienti reali, che ha esattamente due zeri reali differenti. (2 punti)

68 Funzione razionale

Come determiniamo gli zeri e i poli della funzione razionale? (2 punti)

Sia x_0 uno zero della funzione razionale f . Spiegate l'andamento della funzione f in un intorno piccolo a piacere dello zero x_0 . Elencate tutte le possibilità. (2 punti)

Sia x_0 un polo della funzione razionale f . Spiegate l'andamento della funzione f in un intorno piccolo a piacere del polo x_0 . Elencate tutte le possibilità. (2 punti)

69 Funzione razionale

Una funzione razionale f abbia tutti gli zeri e i poli nell'intervallo (a, b) . Spiegate l'andamento della funzione razionale f negli intervalli $(-\infty, a)$ e (b, ∞) . Elencate tutte le possibilità. (3 punti)

Quando il grafico di una funzione razionale ha un asintoto orizzontale? Come calcoliamo la sua equazione? (2 punti)

Proponete un esempio di funzione razionale il cui grafico ha un asintoto di equazione $y = 2$. (1 punto)

70 Funzione seno

Definite la funzione seno. (1 punto)

Qual è il periodo minimo della funzione seno? Enunciate tutti gli zeri della funzione seno. (2 punti)

In quali punti la funzione seno ha il massimo e in quali il minimo? (2 punti)

Tracciate il grafico della funzione seno. (1 punto)

71 Funzione coseno

Definite la funzione coseno. (1 punto)

Qual è il periodo minimo della funzione coseno? Enunciate tutti gli zeri della funzione coseno. (2 punti)

In quali punti la funzione coseno ha il massimo e in quali il minimo? (2 punti)

Tracciate il grafico della funzione coseno. (1 punto)

72 Funzione tangente

Definite la funzione tangente. (1 punto)

Enunciate l'insieme di definizione della funzione tangente. (1 punto)

Qual è il periodo minimo della funzione tangente? Enunciate tutti gli zeri della funzione tangente. (2 punti)

Tracciate il grafico della funzione tangente. (2 punti)

73 Funzioni goniometriche

Per ogni funzione goniometrica (seno, coseno, tangente e cotangente) enunciate se è pari o dispari. (2 punti)

Argomentate le risposte che avete dato alla prima domanda. (2 punti)

Per ogni funzione goniometrica f (seno, coseno, tangente oppure cotangente) enunciate la relazione tra $f(\pi - x)$ e $f(x)$ e la relazione tra $f(\pi + x)$ e $f(x)$ per ogni x appartenente all'insieme di definizione della funzione f . (2 punti)

74 Funzioni goniometriche nel triangolo rettangolo

Sia α un angolo acuto di un triangolo rettangolo dato. Definite il seno, il coseno, la tangente e la cotangente dell'angolo α . (2 punti)

Sia α un angolo qualsiasi, $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Enunciate la relazione fondamentale tra $\sin \alpha$ e $\cos \alpha$ e dimostratecela. (2 punti)

Enunciate ancora almeno quattro relazioni tra le funzioni goniometriche nel triangolo rettangolo. (2 punti)

75 Funzioni goniometriche

Enunciate i teoremi di addizione per le funzioni seno e coseno. (2 punti)

Esprimete $\sin 2x$ e $\cos 2x$ con $\sin x$ e $\cos x$. Eseguite la dimostrazione di una delle formule. (3 punti)

Riportate un esempio di equazione con le funzioni goniometriche che contenga $\sin(2x)$ oppure $\cos(2x)$. Spiegate il procedimento di risoluzione. (1 punto)

76 Funzioni goniometriche

Nello stesso sistema di coordinate tracciate i grafici delle funzioni seno e coseno. (2 punti)

Enunciate almeno due proprietà delle funzioni che sono comuni alle funzioni seno e coseno. (1 punto)

Enunciate almeno due proprietà nelle quali le funzioni seno e coseno si differenziano. (1 punto)

Calcolate tutti i punti d'intersezione tra i grafici delle funzioni seno e coseno. (2 punti)

77 Circonferenza

Enunciate la definizione geometrica della circonferenza. (1 punto)

Enunciate e ricavate l'equazione della circonferenza di raggio r , con centro nell'origine del sistema di coordinate. (2 punti)

Enunciate l'equazione della circonferenza di raggio r e con il centro nel punto $S(p, q)$. (1 punto)

Siano A, D, E e F dei numeri reali e sia $A \neq 0$. Stabilite quali insiemi di punti nel piano possono essere rappresentati dall'equazione $Ax^2 + Ay^2 + Dx + Ey + F = 0$. (2 punti)

78 Ellisse

Enunciate la definizione geometrica dell'ellisse. (2 punti)

Enunciate l'equazione dell'ellisse con centro nell'origine del sistema di coordinate e l'equazione dell'ellisse con centro nel punto $S(p, q)$. In ambedue i casi gli assi dell'ellisse siano paralleli agli assi del sistema di coordinate. (2 punti)

Riportate un esempio di equazione dell'ellisse con il centro nell'origine del sistema di coordinate e tracciatela. Calcolate anche i suoi fuochi. (2 punti)

79 Iperbole

Enunciate la definizione geometrica dell'iperbole. (2 punti)

Enunciate l'equazione dell'iperbole con il centro nell'origine del sistema di coordinate, i cui assi giacciono sugli assi di coordinate. Come calcoliamo le equazioni dei suoi asintoti? (2 punti)

Riportate un esempio di equazione dell'iperbole con il centro nell'origine del sistema di coordinate e tracciatela. Calcolate anche i suoi fuochi. (2 punti)

80 Parabola

Enunciate la definizione geometrica della parabola. (2 punti)

Enunciate l'equazione della parabola con il vertice nell'origine del sistema di coordinate e con il fuoco sull'asse delle ascisse. Come calcoliamo il fuoco e l'equazione della retta direttrice di tale parabola? (3 punti)

Riportate un esempio di equazione della parabola con il vertice nell'origine del sistema di coordinate e con il fuoco sull'asse delle ordinate. (1 punto)

81 Successioni

Definite la successione. Che cos'è il grafico di una successione? (2 punti)

Quando una successione è crescente? (1 punto)

Illustrate con un esempio una successione decrescente. (1 punto)

Quando una successione è limitata? (1 punto)

Riportate un esempio di successione che è limitata superiormente, e illimitata inferiormente. (1 punto)

82 Successione aritmetica

Definite la successione aritmetica ed enunciate il suo termine generale. (2 punti)

Illustrate con un esempio la successione aritmetica decrescente. (1 punto)

Come calcoliamo la somma dei primi n termini di una successione aritmetica, se ne conosciamo il primo termine e la ragione? (1 punto)

Dimostrate che in una successione aritmetica la media aritmetica dei termini a_n e a_{n+2} è uguale a a_{n+1} . (2 punti)

83 Successione geometrica

Definite la successione geometrica ed enunciate il suo termine generale. (1 punto)

Illustrate con un esempio una successione geometrica decrescente. (1 punto)

Come calcoliamo la somma dei primi n termini di una successione geometrica, se ne conosciamo il primo termine e la ragione? Come calcoliamo tale somma se la ragione è uguale a 1? (2 punti)

Dimostrate che in una successione geometrica con i termini positivi la media geometrica dei termini a_n e a_{n+2} è uguale a a_{n+1} . (2 punti)

84 Serie geometrica

Definite la serie o seriazione geometrica. Come stabiliamo se una serie geometrica è convergente? (2 punti)

Illustrate un esempio di serie geometrica convergente e un esempio di serie geometrica divergente. (2 punti)

Come si calcola la somma di una serie geometrica convergente, se ne conosciamo il primo termine e la ragione? (1 punto)

Illustrate un esempio di serie geometrica con somma 2. (1 punto)

85 Calcolo dell'interesse

Descrivete i concetti fondamentali del calcolo dell'interesse composto: capitale, interessi, fattore di montante, periodo di capitalizzazione. (4 punti)

Descrivete un esempio di deposito a risparmio bancario nel quale si applichi il calcolo dell'interesse composto, con accredito annuale degli interessi. Come calcoliamo l'ammontare dell'importo risparmiato? (2 punti)

86 Derivata

Definite la derivata di una funzione in un punto dato e descrivete il suo significato geometrico. (2 punti)

Sia f una funzione derivabile nel punto x_0 . Come calcoliamo l'equazione della retta tangente al grafico della funzione f nel punto x_0 ? (2 punti)

Sia f una funzione derivabile nel punto x_0 e sia $f'(x_0) \neq 0$. Come calcoliamo l'equazione della normale al grafico della funzione f nel punto x_0 ? (2 punti)

87 Estremi relativi

Definite il massimo relativo e il minimo relativo di una funzione. (2 punti)

Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione derivabile e x_0 un suo punto stazionario. Come si può stabilire, con l'aiuto della derivata, se la funzione ha un estremo relativo nel punto x_0 ? (2 punti)

Riportate un esempio di una funzione che ha il massimo relativo $M = 3$ nel punto $x_0 = 2$. (1 punto)

Riportate un esempio di una funzione che non ha estremi relativi. (1 punto)

88 Estremi

Definite il massimo assoluto e il minimo assoluto di una funzione. (2 punti)

Descrivete il procedimento per determinare gli estremi assoluti di una funzione derivabile definita in un intervallo chiuso. (2 punti)

Proponete un esempio di una funzione che raggiunge il minimo assoluto in $m = -2$. (1 punto)

Proponete un esempio di una funzione che raggiunge il minimo assoluto in almeno due punti differenti dell'insieme di definizione. (1 punto)

89 Derivata

Il grafico della funzione derivabile f intersechi l'asse delle ascisse nel punto $T(x_0, 0)$. Enunciate la definizione dell'angolo α tra il grafico della funzione f e l'asse delle ascisse nel punto T . Come calcoliamo l'ampiezza dell'angolo α , se conosciamo $f'(x_0)$? (2 punti)

I grafici delle funzioni derivabili f e g si intersichino nel punto $T(x_0, y_0)$. Enunciate la definizione dell'angolo φ tra i grafici delle funzioni f e g nel punto T . Come calcoliamo l'angolo φ , se conosciamo $f'(x_0)$ e $g'(x_0)$? Quando i due grafici sono ortogonali fra loro? (3 punti)

Proponete un esempio di una funzione derivabile $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, il cui grafico interseca l'asse delle ascisse nel punto $T(1, 0)$ con un angolo di 45° . (1 punto)

90 Integrale indefinito

Definite l'integrale indefinito di una funzione. (2 punti)

Enunciate le regole d'integrazione della somma di funzioni e del prodotto di una costante per una funzione. (2 punti)

Scegliete gli esempi di due funzioni e calcolate l'integrale indefinito della somma di tali funzioni. (2 punti)

91 Integrale indefinito

Siano a, b, k e r numeri reali qualsiasi. Calcolate:

$$\int (ax + b) dx \quad (1 \text{ punto})$$

$$\int x^r dx \text{ (sia per } r \neq -1 \text{ , sia per } r = -1 \text{).} \quad (2 \text{ punti})$$

$$\int (a \sin x + b \cdot \cos x) dx \quad (1 \text{ punto})$$

$$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx \quad (1 \text{ punto})$$

$$\int e^{kx} dx \quad (1 \text{ punto})$$

92 Integrale definito

Disegnate lo schizzo di una figura curvilinea che nell'intervallo $[a, b]$ sia delimitata dal grafico positivo della funzione continua f , dall'asse delle ascisse e dalle rette $x = a$ e $x = b$. Come calcoliamo l'area di tale figura curvilinea? (2 punti)

I grafici delle funzioni continue f e g si intersichino in $x = a$ e $x = b$. Come calcoliamo con l'integrale definito l'area del settore che nell'intervallo $[a, b]$ è delimitato dai grafici delle funzioni f e g ? (2 punti)

Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione continua dispari e a un numero positivo. Quant'è

$$\int_{-a}^a f(x) dx? \text{ Illustrate con un esempio.} \quad (2 \text{ punti})$$

93 Integrale definito

Sia $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione continua. Spiegate il significato geometrico dell'integrale definito della funzione f nell'intervallo $[a, b]$. (1 punto)

Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione continua e a, b e c dei numeri reali tali che $a < b < c$.

Esprimete la somma $\int_a^b f(x) dx + \int_b^c f(x) dx$ con un unico integrale definito. (1 punto)

Enunciate la relazione tra l'integrale definito e l'integrale indefinito (formula di Newton-Leibniz). (2 punti)

Illustrate con un esempio la relazione tra l'integrale indefinito e l'integrale definito. (2 punti)

94 Calcolo combinatorio

- Enunciate il teorema fondamentale del calcolo combinatorio. (1 punto)
- Spiegate con un esempio l'applicazione del teorema fondamentale del calcolo combinatorio. (1 punto)
- Enunciate la regola della somma. (1 punto)
- Spiegate con un esempio l'uso della regola della somma. (1 punto)
- Che cos'è l'albero combinatorio? (1 punto)
- Illustrate un esempio di albero combinatorio. (1 punto)

95 Permutazioni

- Che cosa sono le permutazioni senza ripetizione e quante sono? (2 punti)
- Riportate un esempio di permutazioni senza ripetizione. (1 punto)
- Che cosa sono le permutazioni con ripetizione e quante sono? (2 punti)
- Riportate un esempio di permutazione con ripetizione. (1 punto)

96 Disposizioni

- Che cosa sono le disposizioni senza ripetizione e quante sono? (2 punti)
- Riportate un esempio di disposizione senza ripetizione. (1 punto)
- Che cosa sono le disposizioni con ripetizione e quante sono? (2 punti)
- Riportate un esempio di disposizione con ripetizione. (1 punto)

97 Combinazioni

- Che cos'è il coefficiente binomiale e come calcoliamo il suo valore? (1 punto)
- Descrivete almeno tre proprietà di calcolo con i coefficienti binomiali. (3 punti)
- Che cosa sono le combinazioni senza ripetizione e quante sono? (1 punto)
- Riportate un esempio di combinazione senza ripetizione. (1 punto)

98 Teorema del binomio

- Enunciate il teorema del binomio e sviluppate l'espressione $(a + b)^4$. (2 punti)
- Sia n un numero naturale. Quanti sottoinsiemi ha l'insieme di n elementi? (1 punto)
- Descrivete la relazione tra il teorema del binomio e il triangolo di Pascal. (1 punto)
- Descrivete almeno due proprietà dei coefficienti binomiali nel triangolo di Pascal. (2 punti)

99 Calcolo delle probabilità

Spiegate i concetti fondamentali del calcolo delle probabilità:

- prova, (1 punto)
- evento (eventi incerti o aleatori, eventi impossibili e eventi certi, eventi elementari, eventi composti), (2 punti)
- spazio campione. (1 punto)

Proponete un esempio di una prova ed elencate alcuni eventi in tale prova. Quale tra essi è impossibile, certo, elementare e quali sono eventi composti? (2 punti)

100 Calcolo delle probabilità

Definite la somma e il prodotto di eventi. (2 punti)

Quando due eventi sono incompatibili e quando sono compatibili? Come calcoliamo la probabilità della somma di due eventi compatibili? (2 punti)

Che cos'è l'evento complementare di un dato evento e come calcoliamo la sua probabilità? (1 punto)

Proponete un esempio di due eventi incompatibili e un esempio di un evento e del suo evento complementare. (1 punto)

101 Calcolo della probabilità

Che cos'è la frequenza relativa di un dato evento? Definite la probabilità empirica (statistica). Proponete un esempio. (2 punti)

Enunciate la definizione classica (matematica) di probabilità. Proponete un esempio. (2 punti)

Elencate almeno due proprietà della probabilità. (2 punti)

102 Statistica

Descrivete i concetti statistici fondamentali:

- popolazione e campione, (1 punto)
- unità statistica e modalità statistica, (1 punto)
- parametro statistico. (1 punto)

Proponete un esempio di indagine statistica e spiegate, per mezzo di esso, i concetti statistici fondamentali. (3 punti)

103 Statistica

Definite la distribuzione di frequenza, la distribuzione di frequenza relativa e la distribuzione di frequenza cumulativa di una data modalità statistica. (3 punti)

Descrivete con un esempio tre diverse modalità di rappresentazione grafica dei dati. (3 punti)

104 Statistica

- Definite la media aritmetica dei dati. (1 punto)
- Definite la moda dei dati. Come viene determinata? (1 punto)
- Definite la mediana dei dati. Come viene calcolata in base al numero dei dati? (2 punti)
- Definite il quartile. (1 punto)
- Spiegate in che modo si disegna la scatola a baffi. (1 punto)

105 Statistica

- Descrivete le seguenti misure di dispersione e illustratele con un esempio:
- campo di variazione, (1 punto)
 - differenza interquartile, (1 punto)
 - deviazione standard. (2 punti)
- Disegnate lo schizzo della curva normale (di Gauss). (1 punto)
- Proponete un esempio di distribuzione normale. (1 punto)

Livello superiore

1 Calcolo con le proposizioni

Che cos'è una proposizione? (1 punto)

Che cos'è la negazione di una data proposizione? Quando la negazione è vera e quando è falsa? (1 punto)

Che cos'è la congiunzione di proposizioni? (1 punto)

Che cos'è la disgiunzione di proposizioni? Dimostrate che la proposizione $\neg(A \wedge B)$ ha il valore uguale alla proposizione $(\neg A) \vee (\neg B)$ per proposizioni qualsiasi A e B . (3 punti)

2 Calcolo con le proposizioni

Che cos'è la tautologia? (1 punto)

Che cos'è l'implicazione? Dimostrate che la proposizione $A \Rightarrow B$ ha lo stesso valore della proposizione $(\neg B) \Rightarrow (\neg A)$ per proposizioni qualsiasi A e B . (3 punti)

Che cos'è l'equivalenza? Illustrate un esempio di equivalenza che sia vera. (2 punti)

3 Insiemi

Che cos'è l'insieme vuoto e che cos'è l'insieme universo? (1 punto)

Che cos'è la differenza tra due insiemi? Come indichiamo la differenza tra due insiemi e come la rappresentiamo graficamente? (2 punti)

Che cos'è l'insieme complementare? (1 punto)

Dimostrate che $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$ per insiemi qualsiasi A e B . (2 punti)

4 Insiemi

Quando l'insieme A è sottoinsieme dell'insieme B ? (1 punto)

Quando due insiemi sono uguali? (1 punto)

Che cos'è l'intersezione tra due insiemi? La potenza dell'insieme A è n , la potenza dell'insieme B è m . Valutate quanto potrebbe essere la potenza dell'insieme $A \cap B$. (2 punti)

Che cos'è l'unione tra due insiemi? La potenza dell'insieme A è n , la potenza dell'insieme B è m . Valutate quanto potrebbe essere la potenza dell'insieme $A \cup B$. (2 punti)

5 Numeri naturali e numeri interi

Descrivete gli insiemi \mathbb{N} e \mathbb{Z} e rappresentateli sulla retta numerica. (1 punto)

Enunciate almeno quattro proprietà delle operazioni di calcolo negli insiemi \mathbb{N} e \mathbb{Z} . (2 punti)

Che cos'è l'induzione matematica? Spiegate-la con un esempio. (3 punti)

6 Numeri dispari e numeri pari

Definite i numeri pari e i numeri dispari. (1 punto)

Dimostrate che la somma di due numeri dispari è un numero pari. (1 punto)

Dimostrate che il quadrato di un numero dispari è un numero dispari. (2 punti)

Dimostrate che la somma di due numeri dispari successivi è divisibile per 4. (2 punti)

7 Numeri primi

Definite i concetti di numero primo e di numero composto. Elencate tre numeri primi e tre numeri composti. (2 punti)

Che cos'è la scomposizione di un numero naturale in fattori primi? La scomposizione in fattori primi è univoca? (2 punti)

Dimostrate che l'insieme dei numeri primi è infinito. (2 punti)

8 Divisibilità

Quando un numero naturale a è multiplo di un numero naturale b ? (1 punto)

Definite la relazione di divisibilità nell'insieme \mathbb{N} . (1 punto)

Descrivete almeno tre proprietà della relazione di divisibilità. (3 punti)

Dimostrate che la relazione di divisibilità è transitiva. (1 punto)

9 Multipli e divisori

Definite il massimo comune divisore e il minimo comune multiplo di due numeri naturali. Spiegate almeno un metodo per il calcolo del minimo comune multiplo di due numeri naturali. (2 punti)

Spiegate la relazione tra $m.c.m.(m, n)$ e $M.C.D.(m, n)$. (1 punto)

Quando due numeri naturali sono primi fra loro? (1 punto)

Spiegate con un esempio l'algoritmo di Euclide. (2 punti)

10 Divisione tra numeri naturali

Enunciate il teorema fondamentale della divisione dei numeri naturali. (2 punti)

Qual è il resto nella divisione del numero naturale n con il numero naturale m , se il numero n è un multiplo del numero m ? (2 punti)

Sia k un numero naturale. Descrivete l'insieme di tutti i resti nella divisione per il numero naturale k . (2 punti)

11 Criteri di divisibilità

Per ogni numero $k \in \{2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10\}$ elencate i criteri di divisibilità per il numero k . (4 punti)

Ricavate il criterio di divisibilità per il numero 2. (2 punti)

12 Frazioni e numeri razionali

Che cos'è una frazione? Quando due frazioni rappresentano lo stesso numero razionale? (2 punti)

Come è definita la relazione \leq nell'insieme \mathbb{Q} ? Descrivete almeno due proprietà di tale relazione. (2 punti)

Dimostrate che per due numeri razionali qualsiasi p e q , dove $p < q$, esiste un tale numero razionale r , in modo che $p < r < q$. (2 punti)

13 Frazioni e notazione decimale

Come possiamo riconoscere, dalla notazione decimale di un numero, che esso può essere scritto in forma di frazione? Come possiamo trasformare una frazione qualsiasi nella sua notazione decimale? Come possiamo stabilire, dalla scrittura di una frazione, se essa avrà una notazione decimale finita? (3 punti)

Riportate un esempio di frazione che abbia una notazione decimale finita e un esempio di frazione che abbia una notazione decimale infinita. (1 punto)

Riportate un esempio di numero decimale periodico con un periodo dell'ordine (lunghezza) di almeno 2 e scrivetelo sotto forma di frazione. (2 punti)

14 Numeri reali

Quando un numero reale è un numero razionale e quando è irrazionale? In che cosa si differenziano le loro notazioni decimali? (2 punti)

Elencate almeno tre esempi di numeri razionali e almeno tre esempi di numeri irrazionali. (2 punti)

Dimostrate che $\sqrt{2}$ non è un numero razionale. (2 punti)

15 Valore assoluto

Definite il valore assoluto di un numero reale e spiegate il suo significato geometrico. (2 punti)

Elencate almeno quattro proprietà del valore assoluto dei numeri reali. (2 punti)

Dimostrate che per due numeri reali qualsiasi x e y vale $|x + y| \leq |x| + |y|$. (2 punti)

16 Numeri complessi

Definite l'insieme dei numeri complessi. (1 punto)

In che modo vengono rappresentati graficamente i numeri complessi? (1 punto)

Definite la somma dei numeri complessi. (1 punto)

Enunciate una proprietà della somma dei numeri complessi e dimostratecela. (2 punti)

Descrivete il significato geometrico della somma dei numeri complessi. (1 punto)

17 Moltiplicazione di numeri complessi

Definite l'operazione moltiplicazione nell'insieme \mathbb{C} . (1 punto)

Descrivete il significato geometrico della moltiplicazione di un numero complesso per -1 e il significato geometrico della moltiplicazione di un numero complesso per un numero reale. (1 punto)

Elencate almeno due proprietà della moltiplicazione dei numeri complessi e dimostratele almeno una. (3 punti)

Sia n un numero naturale. Calcolate i^n . (1 punto)

18 Valore assoluto di un numero complesso

Definite il valore assoluto di un numero complesso e illustrate il suo significato geometrico. (2 punti)

Elencate almeno due proprietà del valore assoluto dei numeri complessi e dimostratele almeno una. (3 punti)

Spiegate il valore assoluto del numero complesso z , se $\text{Im}(z) = 0$ oppure $\text{Re}(z) = 0$. (1 punto)

19 Valore coniugato di un numero complesso

Definite il valore coniugato di un numero complesso e spiegate il suo significato geometrico. (1 punto)

Elencate almeno tre proprietà del valore coniugato di un numero complesso. (3 punti)

Dimostrate che il valore coniugato del prodotto di due numeri complessi è uguale al prodotto dei loro valori coniugati. (2 punti)

20 Equazioni

Che cos'è un'equazione e che cos'è la soluzione di un'equazione? Quando due equazioni sono equivalenti? (2 punti)

Descrivete il procedimento con il quale un'equazione data può essere trasformata in una equazione, a essa equivalente. (2 punti)

Riportate un esempio di equazione non lineare, e risolvetele. (1 punto)

Riportate un esempio di due equazioni che non sono equivalenti. (1 punto)

21 Potenze a esponente intero

Definite la potenza a esponente naturale e la potenza a esponente intero. (1 punto)

Elencate almeno tre regole per il calcolo con le potenze a esponente intero. (3 punti)

Dimostrate almeno due delle regole menzionate prima. (2 punti)

22 Radicali

Definite la radice n -esima del numero x se n è un numero naturale dispari qualsiasi e x è un numero reale qualsiasi. (1 punto)

Per un qualsiasi numero naturale pari n e per un qualsiasi numero reale non negativo x definite la radice n -esima del numero x . (1 punto)

Enunciate almeno tre regole per il calcolo con i radicali, e dimostratele una. (4 punti)

23 Potenze a esponente razionale

Definite la potenza con base positiva ed esponente razionale. (1 punto)

Enunciate almeno tre regole per il calcolo con tali potenze. (3 punti)

Dimostrate almeno una regola tra quelle da voi enunciate in risposta alla domanda precedente. (2 punti)

24 Rette

- Definite il parallelismo delle rette nel piano e il parallelismo delle rette nello spazio. (1 punto)
- Elencate tutte le posizioni reciproche tra due rette nello spazio. (2 punti)
- Enunciate almeno due proprietà della relazione di parallelismo delle rette nello spazio. (2 punti)
- Enunciate il postulato delle rette parallele. (1 punto)

25 Angoli

- Spiegate i concetti di angolo nullo, angolo retto, angolo piatto e angolo giro. (2 punti)
- Spiegate i concetti di angoli consecutivi e angoli adiacenti. (2 punti)
- Quando un angolo è acuto e quando è ottuso? In un quadrilatero qualsiasi, quanti angoli interni al massimo possono essere ottusi? (2 punti)

26 Angoli

- Definite la congruenza tra angoli. (1 punto)
- Che cosa vale per gli angoli che hanno i lati a due a due paralleli tra loro? Disegnate lo schizzo e spiegate. (2 punti)
- Che cosa vale per gli angoli che hanno i lati a due a due perpendicolari tra loro? Disegnate lo schizzo e spiegate. (2 punti)
- L'angolo interno $\sphericalangle BAD$ del trapezio $ABCD$, al quale possiamo circoscrivere una circonferenza, ha ampiezza α . Quali ampiezze hanno gli altri angoli interni di tale trapezio? (1 punto)

27 Triangolo

- Definite il triangolo. (1 punto)
- Definite l'angolo interno e l'angolo esterno del triangolo. (2 punti)
- Quant'è la somma degli angoli interni di un triangolo? (1 punto)
- Quant'è la somma degli angoli esterni di un triangolo? Dimostrate l'affermazione. (2 punti)

28 Punti notevoli del triangolo

- Descrivete la costruzione dell'asse del segmento, della bisettrice dell'angolo e dell'altezza a un lato del triangolo. (3 punti)
- Come determiniamo il circocentro della circonferenza circoscritta a un triangolo, l'incentro della circonferenza inscritta a un triangolo e l'ortocentro di un triangolo? (3 punti)

29 Congruenza delle figure geometriche

- Definite la congruenza delle figure geometriche. (1 punto)
- Enunciate quattro teoremi sulla congruenza dei triangoli. (4 punti)
- In un parallelogramma tracciamo una diagonale. Dimostrate che i triangoli così ottenuti sono congruenti fra loro. (1 punto)

30 Similitudine delle figure geometriche

- Definite la similitudine delle figure geometriche. (1 punto)
- Enunciate tre teoremi sulla similitudine dei triangoli. (3 punti)
- In un triangolo rettangolo tracciamo l'altezza all'ipotenusa. Quanti triangoli simili si formano? Dimostrate il teorema di Euclide o dell'altezza. (2 punti)

31 Parallelogramma

- Definite il parallelogramma. (1 punto)
- Elencate le proprietà degli angoli e dei lati del parallelogramma. (2 punti)
- Elencate i tipi particolari di parallelogrammi e descrivete le loro proprietà. (1 punto)
- Dimostrate che le diagonali di un rombo si intersecano con un angolo retto. (2 punti)

32 Trapezio

- Definite il trapezio. (1 punto)
- Enunciate le proprietà degli angoli del trapezio. (1 punto)
- Che cos'è la semisomma delle basi del trapezio e quali proprietà ha? (2 punti)
- In quali trapezi le diagonali sono della stessa lunghezza? Sia S il punto d'intersezione delle diagonali di tale trapezio. Esprimete il rapporto tra le lunghezze $|AS| : |SC|$ con le lunghezze delle basi del trapezio, dove AC è una delle diagonali del trapezio. (2 punti)

33 Rette e circonferenze

- In quali posizioni reciproche possono stare una retta e una circonferenza che giacciono nello stesso piano? (3 punti)
- Descrivete dettagliatamente la costruzione delle rette tangenti a una circonferenza attraverso un punto dato, esterno alla circonferenza. (3 punti)

34 Angolo al centro e angolo alla circonferenza

- Definite l'angolo al centro e l'angolo alla circonferenza in un cerchio. (2 punti)
- In quale relazione stanno tali due angoli, se insistono sullo stesso arco del cerchio? (1 punto)
- Enunciate e dimostrate il teorema di Talete dell'angolo nel semicerchio. (2 punti)
- Come viene applicato il teorema di Talete nella costruzione del triangolo rettangolo, date l'ipotenusa e l'altezza all'ipotenusa? (1 punto)

35 Teorema del seno e teorema del coseno

- Enunciate il teorema del coseno. Descrivete con un esempio la sua applicazione. (2 punti)
- Enunciate il teorema del seno. Descrivete con un esempio la sua applicazione. (2 punti)
- Dimostrate uno dei teoremi menzionati sopra. (2 punti)

36 Aree delle figure geometriche

- Enunciate la formula per il calcolo dell'area del triangolo. (1 punto)
- Enunciate la formula per il calcolo dell'area del parallelogramma. (1 punto)
- Enunciate la formula per il calcolo dell'area del deltoide e dimostratecela. (2 punti)
- Enunciate la formula per il calcolo dell'area del trapezio e dimostratecela. (2 punti)

37 Aree delle figure geometriche

- Enunciate le formule per il calcolo dell'area del quadrato e dell'area del rettangolo. (1 punto)
- Enunciate la formula per il calcolo dell'area del rombo e dimostratecela. (2 punti)
- Ricavate la formula per il calcolo dell'altezza del triangolo equilatero. (1 punto)
- Enunciate le formule per il calcolo dell'area del triangolo equilatero e dell'area del triangolo rettangolo. (2 punti)

38 Cerchio

- Enunciate la formula per il calcolo dell'area e del perimetro del cerchio. (2 punti)
- Enunciate e ricavate la formula per il calcolo della lunghezza dell'arco di una circonferenza. (2 punti)
- Enunciate e ricavate la formula per il calcolo dell'area del settore circolare. (2 punti)

39 Prisma

- Definite il prisma. (1 punto)
- Quando un prisma:
- ha gli spigoli uguali, (1 punto)
 - ha n facce, (1 punto)
 - è regolare? (1 punto)
- Enunciate le formule per il calcolo del volume e dell'area della superficie totale di un prisma retto. (1 punto)
- Ricavate la formula per il calcolo del volume di un prisma regolare a base esagonale con tutti gli spigoli uguali di lunghezza a . (1 punto)

40 Cilindro

- Definite il cilindro retto. (1 punto)
- Disegnate lo schizzo dello sviluppo nel piano del cilindro. (1 punto)
- Che cos'è la sezione assiale del cilindro? (1 punto)
- Enunciate le formule per il calcolo dell'area della superficie totale e del volume del cilindro retto. (1 punto)
- Ricavate la formula per il calcolo dell'area della superficie totale del cilindro. (1 punto)
- Esprimete il volume di un cilindro equilatero con raggio di base r . (1 punto)

41 Piramide

Definite la piramide. (1 punto)

Quando una piramide:

– ha gli spigoli uguali, (1 punto)

– ha n facce, (1 punto)

– è regolare? (1 punto)

Enunciate le formule per il calcolo dell'area della superficie totale e del volume della piramide regolare. (1 punto)

Esprimate il volume di una piramide triangolare regolare con tutti gli spigoli uguali di lunghezza a . (1 punto)

42 Cono

Definite il cono retto. (1 punto)

Disegnate lo schizzo dello sviluppo nel piano del cono. (1 punto)

Descrivete la sezione del cono con un piano parallelo alla base. (1 punto)

Descrivete la sezione del cono con un piano che contiene l'asse del cono. (1 punto)

Enunciate le formule per l'area della superficie totale e per il volume del cono. (1 punto)

Esprimate l'area della superficie totale di un cono equilatero di raggio r . (1 punto)

43 Vettori

Che cos'è un vettore? (1 punto)

Definite la somma di vettori. (1 punto)

Definite il vettore nullo e il vettore contrario di un vettore dato. (1 punto)

Enunciate almeno due proprietà della somma di vettori, e dimostrate almeno una delle proprietà da voi enunciate. (3 punti)

44 Vettori

Definite la moltiplicazione tra vettori e scalari. (1 punto)

Enunciate almeno due proprietà della moltiplicazione tra vettori e scalari, e dimostrate almeno una delle proprietà da voi enunciate. (3 punti)

Quando due vettori sono collineari? (1 punto)

Definite il vettore unitario. (1 punto)

45 Vettori

Definite la base ortonormale standard nello spazio \mathbb{R}^3 . (1 punto)

Siano A e B due punti nello spazio \mathbb{R}^3 . Esprimate il vettore \overline{AB} con le coordinate dei punti A e B e argomentate la risposta. (2 punti)

Esprimate le coordinate del punto medio S del segmento AB con le coordinate degli estremi, cioè dei punti A e B . Ricavate la formula. (3 punti)

46 Prodotto scalare

Come possiamo calcolare il prodotto scalare di due vettori, se conosciamo le loro lunghezze e l'ampiezza dell'angolo tra di essi? (1 punto)

Enunciate almeno due proprietà del prodotto scalare, e dimostrate almeno una delle proprietà da voi enunciate. (3 punti)

Come si può stabilire, con il prodotto scalare, se due vettori dati sono ortogonali fra loro? (1 punto)

Come si può stabilire, con il prodotto scalare, se due vettori dati sono paralleli? (1 punto)

47 Prodotto scalare nella base ortonormale standard

Come calcoliamo il prodotto scalare di due vettori nella base ortonormale standard? Argomentate la risposta. (2 punti)

Come calcoliamo la lunghezza di un vettore nella base ortonormale standard? Argomentate la risposta. (2 punti)

Come calcoliamo l'ampiezza dell'angolo tra due vettori nella base ortonormale standard? (1 punto)

Illustrate con un esempio il calcolo dell'angolo tra due vettori. (1 punto)

48 Sistema di coordinate nel piano

Definite il sistema di coordinate ortogonali nel piano \mathbb{R}^2 . (1 punto)

Ricavate la formula per il calcolo della distanza tra due punti. (2 punti)

Enunciate le coordinate del punto medio di un segmento di estremi dati. Argomentate la risposta. (2 punti)

Proiettate il punto $T(x, y)$ attraverso la retta di equazione $y = x$. Enunciate le coordinate del punto così ottenuto. (1 punto)

49 Funzioni

Definite il concetto di funzione (proiezione) dall'insieme A nell'insieme B . (1 punto)

Quando una funzione è iniettiva, quando suriettiva e quando biiettiva? (3 punti)

Disegnate lo schizzo del grafico, o enunciate la dipendenza, di una funzione che non è suriettiva. (1 punto)

Disegnate lo schizzo del grafico, o enunciate la dipendenza, di una funzione che non è iniettiva. (1 punto)

50 Proprietà delle funzioni

Quando una funzione in un intervallo è crescente, e quando è decrescente? (2 punti)

Disegnate lo schizzo del grafico, o enunciate la dipendenza, di una funzione che non è né crescente né decrescente. (1 punto)

Quando una funzione f è limitata? (2 punti)

Definite il limite superiore esatto e il limite inferiore esatto di una funzione limitata f . (1 punto)

51 Proprietà delle funzioni

Quando una funzione f è dispari e quando è pari? (2 punti)

Come stabiliamo, dal grafico di una funzione f , se la funzione f è pari ossia dispari? (1 punto)

Disegnate lo schizzo del grafico, o enunciate la dipendenza, di una funzione che è contemporaneamente pari e dispari. (1 punto)

Disegnate lo schizzo del grafico, o enunciate la dipendenza, di una funzione dispari decrescente illimitata. (1 punto)

Disegnate lo schizzo del grafico, o enunciate la dipendenza, di una funzione pari che ha l'insieme immagine $I = [2, 4]$. (1 punto)

52 Funzione lineare

Definite la funzione lineare e spiegate che cos'è il suo grafico. (2 punti)

Tenendo conto della dipendenza dal coefficiente angolare k , analizzate la crescita e la decrescenza di una funzione lineare f . (2 punti)

Di quanto varia il valore di una funzione f , se aumentiamo il valore della variabile indipendente di a ? (1 punto)

Sia f una funzione lineare strettamente crescente, con il termine noto positivo. Qual è il segno dello zero della funzione f ? (1 punto)

53 Equazione della retta

Che cos'è la forma esplicita dell'equazione della retta? Le equazioni di quali rette possono essere scritte in tale forma? (2 punti)

Che cos'è la forma implicita dell'equazione della retta? Le equazioni di quali rette possono essere scritte in tale forma? (2 punti)

Una retta nel piano abbia equazione $ax + by + c = 0$. Che cosa deve valere per i numeri reali a , b e c , in modo da poter scrivere l'equazione della retta nella forma segmentaria? (2 punti)

54 Rette nel piano

Definite l'angolo d'inclinazione di una retta e spiegate la relazione tra l'angolo d'inclinazione e il coefficiente angolare di una retta data (quando questo esiste). (2 punti)

Che cosa vale per i coefficienti angolari delle rette parallele? (1 punto)

Che cosa vale per i coefficienti angolari delle rette perpendicolari? (1 punto)

Ricavate la formula per l'angolo tra le rette con i coefficienti angolari k_1 e k_2 . (2 punti)

55 Disequazioni lineari

Descrivete con un esempio la risoluzione delle disequazioni lineari a una incognita. (2 punti)

Siano a e b due numeri reali. Analizzate la disequazione lineare $ax + b < 0$. (2 punti)

Per ciascuno degli insiemi $[2, \infty)$ e \mathbb{R} riportate un esempio di disequazione lineare a un'incognita il cui insieme di soluzioni è l'insieme dato. (2 punti)

56 Funzione potenza

- Definite la funzione potenza a esponente intero negativo. (1 punto)
- Tracciate i grafici delle funzioni potenza i cui esponenti sono -1 e -2 . (2 punti)
- Confrontate le proprietà delle funzioni potenza a esponente intero pari e delle funzioni potenza a esponente intero negativo dispari. (3 punti)

57 Funzione radice

- Per un numero naturale qualsiasi n , definite la funzione radice f con la dipendenza $f(x) = \sqrt[n]{x}$. (2 punti)
- Tracciate nello stesso sistema di coordinate i grafici delle funzioni radici per $n = 2$, $n = 3$ e $n = 4$. (2 punti)
- Enunciate l'insieme di definizione e l'insieme immagine di una qualsiasi funzione radice. (2 punti)

58 Funzione quadratica

- Definite la funzione quadratica. (1 punto)
- Elencate almeno quattro proprietà della funzione quadratica. (2 punti)
- Esiste una funzione quadratica che è dispari? Determinate tutte le funzioni quadratiche pari. (2 punti)
- Riportate un esempio di funzione quadratica pari limitata inferiormente. (1 punto)

59 Vertice del grafico della funzione quadratica

- Che cos'è il vertice del grafico della funzione quadratica? Come lo calcoliamo? (2 punti)
- Enunciate la forma riferita al vertice della dipendenza della funzione quadratica. (3 punti)
- Riportate un esempio di una funzione quadratica limitata superiormente, il cui grafico ha il vertice nel primo quadrante. (1 punto)

60 Zeri della funzione quadratica

- Definite lo zero di una funzione, ed enunciate la forma scomposta con gli zeri della dipendenza della funzione quadratica. (1 punto)
- Che cos'è il discriminante della funzione quadratica? (1 punto)
- Spiegate il significato del discriminante della funzione quadratica nel calcolo dei suoi zeri. (3 punti)
- Spiegate la relazione tra gli zeri della funzione quadratica e l'ascissa del vertice del suo grafico. (1 punto)

61 Equazione quadratica

- Che cos'è un'equazione quadratica? Come la risolviamo? (1 punto)
- Com'è la risoluzione di un'equazione quadratica nell'insieme dei numeri reali, e com'è nell'insieme dei numeri complessi? (2 punti)
- Enunciate le formule del Viète per le equazioni quadratiche. (1 punto)
- Dimostrate le formule del Viète per le equazioni quadratiche. (2 punti)

62 Disequazione quadratica

Che cos'è una disequazione quadratica? (1 punto)

Analizzate l'insieme delle soluzioni della disequazione quadratica $f(x) < 0$ considerando il coefficiente direttivo e il discriminante. (3 punti)

Riportate un esempio di disequazione quadratica, per la quale vale che l'insieme delle soluzioni è l'insieme di tutti i numeri reali. (1 punto)

Riportate un esempio di disequazione quadratica, per la quale vale che l'insieme delle soluzioni è l'insieme $\{7\}$. (1 punto)

63 Funzione esponenziale

Sia $a > 1$. Disegnate lo schizzo del grafico della funzione con la dipendenza $f(x) = a^x$. (1 punto)

Sia $0 < a < 1$. Disegnate lo schizzo del grafico della funzione con la dipendenza $f(x) = a^x$. (1 punto)

Enunciate almeno quattro proprietà della funzione esponenziale. (2 punti)

Analizzate l'equazione $f(x) = c$, dove f è una funzione esponenziale, rispetto alla dipendenza dal parametro reale c . (2 punti)

64 Funzione logaritmica

Sia a un numero reale positivo. Definite la funzione logaritmica con base a . (1 punto)

Sia $a > 1$. Fate lo schizzo del grafico della funzione logaritmica con base a . (1 punto)

Sia $0 < a < 1$. Disegnate lo schizzo del grafico della funzione logaritmica con base a . (1 punto)

Enunciate almeno quattro proprietà della funzione logaritmica. (2 punti)

Sia a un numero reale positivo, $a \neq 1$. Spiegate la relazione fra le funzioni espresse dalle dipendenze $f(x) = \log_a x$ e $g(x) = \log_{\frac{1}{a}} x$. (1 punto)

65 Calcolo con i logaritmi

Dimostrate che per due numeri reali positivi qualsiasi a e b , $a \neq 1$ e $b \neq 1$, e per due numeri reali positivi qualsiasi x e y vale che:

$\log_a x + \log_a y = \log_a (x \cdot y)$, (2 punti)

$\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$. (2 punti)

Enunciate almeno altre due regole di calcolo con i logaritmi. (2 punti)

66 Polinomi

Definite il polinomio (la funzione polinomiale). Cosa sono il grado, il coefficiente direttivo e il termine noto del polinomio? (2 punti)

Come si esegue la somma di polinomi? Qual è il grado della somma di due polinomi? (2 punti)

Enunciate il teorema fondamentale della divisione dei polinomi. (1 punto)

Spiegate la divisione di un polinomio qualsiasi p per un polinomio q con la dipendenza $q(x) = x - c$, dove c è un numero reale qualsiasi. (1 punto)

67 Zeri dei polinomi

Quanti zeri reali può avere un polinomio qualsiasi di grado n ? (1 punto)

Un polinomio p di grado n abbia n zeri differenti a coppie. Come possiamo scrivere la dipendenza del polinomio p , in modo che da essa siano evidenti tutti i suoi zeri? (1 punto)

Quanti zeri reali può avere un polinomio di terzo grado, e quanti un polinomio di quarto grado? Elencate tutte le possibilità. (2 punti)

Descrivete il metodo di bisezione per la determinazione degli zeri dei polinomi. (2 punti)

68 Funzione razionale

Sia x_0 uno zero della funzione razionale f . Spiegate l'andamento della funzione f in un intorno piccolo a piacere dello zero x_0 . Elencate tutte le possibilità. (2 punti)

Sia x_0 un polo della funzione razionale f . Spiegate l'andamento della funzione f in un intorno piccolo a piacere del polo x_0 . Elencate tutte le possibilità. (2 punti)

Descrivete come risolviamo una disequazione razionale. (2 punti)

69 Funzione razionale

Una funzione razionale f abbia tutti gli zeri e i poli nell'intervallo (a, b) . Spiegate l'andamento della funzione razionale f negli intervalli $(-\infty, a)$ e (b, ∞) . Elencate tutte le possibilità. (3 punti)

Quando il grafico di una funzione razionale ha un asintoto obliquo? Come calcoliamo l'equazione dell'asintoto obliquo, quando esiste? (2 punti)

Proponete un esempio di funzione razionale il cui grafico ha un asintoto di equazione $y = 2x$. (1 punto)

70 Funzione seno

Definite la funzione seno. (1 punto)

Qual è il periodo minimo della funzione seno? Enunciate tutti gli zeri della funzione seno. (2 punti)

Tracciate il grafico della funzione seno. (1 punto)

Per quali $a \in \mathbb{R}$ la retta di equazione $y = a$ interseca il grafico della funzione seno? Nei casi in cui la retta data e il grafico della funzione seno hanno un insieme di intersezione non vuoto, enunciate tutte le loro intersezioni. (2 punti)

71 Funzione coseno

Definite la funzione coseno. (1 punto)

Qual è il periodo minimo della funzione coseno? Enunciate tutti gli zeri della funzione coseno. (2 punti)

Tracciate il grafico della funzione coseno. (1 punto)

Per quali $a \in \mathbb{R}$ la retta di equazione $y = a$ interseca il grafico della funzione coseno? Nei casi in cui la retta data e il grafico della funzione coseno hanno un insieme di intersezione non vuoto, enunciate tutte le loro intersezioni. (2 punti)

72 Funzione tangente

Definite la funzione tangente. (1 punto)

Enunciate l'insieme di definizione della funzione tangente. (1 punto)

Enunciate tutti gli zeri della funzione tangente. (1 punto)

Tracciate il grafico della funzione tangente. (1 punto)

Per quali $a \in \mathbb{R}$ la retta di equazione $y = a$ interseca il grafico della funzione tangente? Nei casi in cui la retta data e il grafico della funzione tangente hanno un insieme di intersezione non vuoto, enunciate tutte le loro intersezioni. (2 punti)

73 Funzioni goniometriche

Per ogni funzione goniometrica (seno, coseno, tangente e cotangente) enunciate se è pari o dispari. (1 punto)

Argomentate le risposte che avete dato alla prima domanda. (2 punti)

Per ogni funzione goniometrica f (seno, coseno, tangente oppure cotangente) enunciate la relazione tra $f(\pi - x)$ e $f(x)$ e la relazione tra $f(\pi + x)$ e $f(x)$ per ogni x appartenente all'insieme di definizione della funzione f . (2 punti)

Dimostrate che $\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x$ per ogni numero reale x . (1 punto)

74 Funzioni goniometriche nel triangolo rettangolo

Sia α un angolo acuto di un triangolo rettangolo dato. Definite il seno, il coseno, la tangente e la cotangente dell'angolo α . (2 punti)

Sia α un angolo qualsiasi, $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Enunciate la relazione fondamentale tra $\sin \alpha$ e $\cos \alpha$ e dimostratecela. (2 punti)

Enunciate ancora almeno quattro relazioni tra le funzioni goniometriche nel triangolo rettangolo, e presentate la dimostrazione di una di esse. (2 punti)

75 Funzioni goniometriche

Enunciate i teoremi di addizione per le funzioni seno e coseno. (2 punti)

Esprimete $\sin 2x$ e $\cos 2x$ con $\sin x$ e $\cos x$. Eseguite la dimostrazione di una delle formule. (2 punti)

Esprimete $\tan(2x)$ con $\tan x$. Dimostrate. (2 punti)

76 Funzioni circolari

- Definite la funzione arcoseno. (1 punto)
- Enunciate l'insieme di definizione e l'insieme immagine della funzione arcoseno. (2 punti)
- Tracciate il grafico della funzione arcoseno. (1 punto)
- Definite la funzione arcotangente. (1 punto)
- Tracciate il grafico della funzione arcotangente. (1 punto)

77 Circonferenza

- Enunciate la definizione geometrica della circonferenza, e ricavate l'equazione della circonferenza di raggio r , con centro nel punto $S(p, q)$. (2 punti)
- Siano A, D, E e F dei numeri reali e sia $A \neq 0$. Stabilite quali insiemi di punti nel piano possono essere rappresentati dall'equazione $Ax^2 + Ay^2 + Dx + Ey + F = 0$. (2 punti)
- Analizzate per quali numeri reali a e b l'equazione $x^2 + y^2 + 2ax + 2by + 4 = 0$ rappresenta una circonferenza. (2 punti)

78 Ellisse

- Enunciate la definizione geometrica dell'ellisse. (2 punti)
- Enunciate l'equazione dell'ellisse con centro nell'origine del sistema di coordinate e l'equazione dell'ellisse con centro nel punto $S(p, q)$. In ambedue i casi gli assi dell'ellisse siano paralleli agli assi del sistema di coordinate. (2 punti)
- Siano A, C, D, E e F dei numeri reali e sia $A \cdot C > 0$. Quali insiemi di punti nel piano possono essere rappresentati dall'equazione $Ax^2 + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$? (2 punti)

79 Iperbole

- Enunciate la definizione geometrica dell'iperbole. (2 punti)
- Enunciate l'equazione dell'iperbole con centro nell'origine del sistema di coordinate e l'equazione dell'iperbole con centro nel punto $S(p, q)$. In ambedue i casi gli assi dell'iperbole siano paralleli agli assi del sistema di coordinate. (2 punti)
- Siano A, C, D, E e F dei numeri reali e sia $A \cdot C < 0$. Quali insiemi di punti nel piano possono essere rappresentati dall'equazione $Ax^2 + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$? (2 punti)

80 Parabola

- Enunciate la definizione geometrica della parabola. (1 punto)
- Enunciate l'equazione della parabola che ha il vertice nel punto $T(r, d)$, e il cui asse di simmetria è parallelo all'asse delle ascisse. Calcolate il fuoco e l'equazione della retta direttrice di tale parabola. (3 punti)
- Siano A, C, D, E e F dei numeri reali e sia $A = 0$ e $C \neq 0$ oppure $C = 0$ e $A \neq 0$. Quali insiemi di punti nel piano possono essere rappresentati dall'equazione $Ax^2 + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$? (2 punti)

81 Successioni

- Definite la successione. Che cos'è il grafico di una successione? (2 punti)
- Quando una successione è monotona e quando è limitata? (2 punti)
- Quando una successione è convergente e quando è divergente? (1 punto)
- Riportate un esempio di successione convergente e un esempio di successione divergente. (1 punto)

82 Successione aritmetica

- Definite la successione aritmetica ed enunciate il suo termine generale. (1 punto)
- Illustrate con un esempio la successione aritmetica decrescente. (1 punto)
- Come calcoliamo la somma dei primi n termini di una successione aritmetica, se ne conosciamo il primo termine e la ragione? Dimostrate l'affermazione. (2 punti)
- Dimostrate che una successione (a_k) è aritmetica esattamente quando, per un numero naturale qualsiasi n , la media aritmetica dei termini a_n e a_{n+2} è uguale a a_{n+1} . (2 punti)

83 Successione geometrica

- Definite la successione geometrica ed enunciate il suo termine generale. (1 punto)
- Come calcoliamo la somma dei primi n termini di una successione geometrica, se ne conosciamo il primo termine e la ragione? Come calcoliamo tale somma se la ragione è uguale a 1? Dimostrate l'affermazione. (3 punti)
- Sia (a_k) una successione i cui termini sono positivi. Dimostrate che (a_k) è una successione geometrica esattamente, quando per un numero naturale qualsiasi n , la media geometrica dei termini a_n e a_{n+2} è uguale a a_{n+1} . (2 punti)

84 Serie geometrica

- Che cos'è la serie? Quando una serie è convergente e quando è divergente? Che cos'è la somma di una serie convergente? (3 punti)
- Definite la serie o serie geometrica. Come stabiliamo se una serie geometrica è convergente? (1 punto)
- Come si calcola la somma di una serie geometrica convergente, se ne conosciamo il primo termine e la ragione? Dimostrate l'affermazione. (2 punti)

85 Calcolo dell'interesse

- Descrivete i concetti fondamentali del calcolo dell'interesse composto: capitale, interessi, fattore di montante, periodo di capitalizzazione. (2 punti)
- Descrivete un esempio di deposito a risparmio bancario nel quale si applichi il calcolo dell'interesse composto, con accredito annuale degli interessi. Come calcoliamo l'ammontare dell'importo risparmiato? (2 punti)
- Descrivete un esempio di estinzione di un mutuo bancario nel quale si applichi il calcolo dell'interesse composto con l'accredito annuale degli interessi. Come calcoliamo l'ammontare della rata? (2 punti)

86 Derivata

Definite la derivata di una funzione in un punto dato e descrivete il suo significato geometrico. (2 punti)

Riportate un esempio di funzione e di un punto nel quale la funzione è derivabile, e, con la definizione di derivata, calcolate la sua derivata nel punto prescelto. (2 punti)

Sia f una funzione derivabile nel punto x_0 . Come calcoliamo l'equazione della retta tangente al grafico della funzione f nel punto x_0 ? (1 punto)

Sia f una funzione derivabile nel punto x_0 e sia $f'(x_0) \neq 0$. Come calcoliamo l'equazione della normale al grafico della funzione f nel punto x_0 ? (1 punto)

87 Estremi relativi

Definite il massimo relativo e il minimo relativo di una funzione. (2 punti)

Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione derivabile. Come si può stabilire, con l'aiuto della derivata prima, se la funzione f ha un estremo relativo nel punto x_0 ? (2 punti)

Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione derivabile due volte e x_0 un suo punto stazionario. Come si può stabilire, con l'aiuto della derivata seconda, se la funzione f ha un estremo relativo nel punto x_0 ? (2 punti)

88 Estremi

Definite il massimo assoluto e il minimo assoluto di una funzione. (2 punti)

Descrivete il procedimento per determinare gli estremi assoluti di una funzione derivabile definita in un intervallo chiuso. (2 punti)

Proponete un esempio di una funzione il cui minimo assoluto è uguale al suo massimo assoluto. (1 punto)

Proponete un esempio di una funzione limitata che non ha un massimo assoluto. (1 punto)

89 Derivata

Il grafico della funzione derivabile f intersechi l'asse delle ascisse nel punto $T(x_0, 0)$. Enunciate la definizione dell'angolo α tra il grafico della funzione f e l'asse delle ascisse nel punto T . Come calcoliamo l'ampiezza dell'angolo α , se conosciamo $f'(x_0)$? (2 punti)

Il grafico della funzione derivabile f intersechi l'asse delle ordinate nel punto $T(0, y_0)$. Enunciate la definizione dell'angolo β tra il grafico della funzione f e l'asse delle ordinate nel punto T . Come calcoliamo l'ampiezza dell'angolo β , se conosciamo $f'(0)$? (2 punti)

I grafici delle funzioni derivabili f e g si intersechino nel punto $T(x_0, y_0)$. Enunciate la definizione dell'angolo φ tra i grafici delle funzioni f e g nel punto T . Come calcoliamo l'angolo φ se conosciamo $f'(x_0)$ e $g'(x_0)$ (teniamo in considerazione tutte le situazioni possibili)? (2 punti)

90 Integrale indefinito

Definite l'integrale indefinito di una funzione. (2 punti)

Enunciate le regole d'integrazione della somma di funzioni e del prodotto di una costante per una funzione. (2 punti)

Descrivete con un esempio il metodo di sostituzione con l'introduzione di una nuova variabile d'integrazione nel calcolo dell'integrale indefinito. (2 punti)

91 Integrale indefinito

Sia a un numero reale positivo qualsiasi e sia r un numero reale qualsiasi.

Calcolate $\int x^r dx$ (sia per $r \neq -1$, sia per $r = -1$). (2 punti)

Calcolate $\int a^x dx$. (1 punto)

Enunciate la formula per l'integrazione con il metodo d'integrazione »per partes«. (1 punto)

Spiegate con un esempio il metodo d'integrazione »per partes«. (2 punti)

92 Integrale definito

Disegnate lo schizzo della figura che nell'intervallo $[a, b]$ è delimitata dal grafico della funzione continua positiva f , dall'asse delle ascisse e dalle rette $x = a$ e $x = b$. Come calcoliamo l'area di una tale figura curvilinea? (2 punti)

Sia $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione continua dispari e a un numero reale positivo. Quant'è

$\int_{-a}^a f(x) dx$? Argomentate la risposta. (2 punti)

Una figura curvilinea che con l'asse delle ascisse nell'intervallo $[a, b]$ è delimitata dal grafico della funzione continua positiva f , viene ruotata attorno all'asse delle ascisse di 360° . Disegnate lo schizzo. Enunciate la formula per il volume del solido di rotazione ottenuto. (2 punti)

93 Integrale definito

Sia $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione continua. Spiegate il significato geometrico dell'integrale definito della funzione f nell'intervallo $[a, b]$. (1 punto)

Enunciate la relazione tra l'integrale definito e l'integrale indefinito (formula di Newton-Leibniz). Riportate un esempio. (2 punti)

Spiegate con un esempio il metodo di sostituzione con l'introduzione di una nuova variabile nel calcolo dell'integrale definito. (3 punti)

94 Calcolo combinatorio

- Enunciate il teorema fondamentale del calcolo combinatorio. (1 punto)
- Spiegate con un esempio l'applicazione del teorema fondamentale del calcolo combinatorio. (1 punto)
- Enunciate la regola della somma. (1 punto)
- Spiegate con un esempio l'uso della regola della somma. (1 punto)
- Enunciate il principio di inclusione-esclusione per due insiemi e spiegate con un esempio. (1 punto)
- Enunciate il principio di inclusione-esclusione per tre insiemi. (1 punto)

95 Permutazioni

- Quante sono tutte le funzioni biettive dall'insieme finito A in se stesso? (1 punto)
- Riportate un esempio di un insieme finito A e di una funzione biettiva da A a A . (1 punto)
- Che cosa sono le permutazioni senza ripetizione e quante sono? (1 punto)
- Riportate un esempio di permutazioni senza ripetizione. (1 punto)
- Che cosa sono le permutazioni con ripetizione e quante sono? (1 punto)
- Riportate un esempio di permutazione con ripetizione. (1 punto)

96 Disposizioni

- L'insieme A abbia potenza r , l'insieme B abbia potenza n e sia $r < n$. Quante sono tutte le funzioni iniettive dall'insieme A all'insieme B ? (2 punti)
- Siano A e B due insiemi finiti. Quante sono tutte le funzioni dall'insieme A all'insieme B ? (2 punti)
- Che cosa sono le disposizioni senza ripetizione e quante sono? (1 punto)
- Che cosa sono le disposizioni con ripetizione e quante sono? (1 punto)

97 Combinazioni

- Che cos'è il coefficiente binomiale e come calcoliamo il suo valore? (1 punto)
- Descrivete almeno tre proprietà di calcolo con i coefficienti binomiali. (3 punti)
- Che cosa sono le combinazioni senza ripetizione e quante sono? (1 punto)
- Per i numeri interi non negativi n e r , dove $r \leq n$, descrivete la relazione tra i numeri D_n^r e C_n^r . (1 punto)

98 Teorema del binomio

- Enunciate il teorema del binomio. (1 punto)
- La potenza dell'insieme A è n . Qual è la potenza dell'insieme potenza dell'insieme A ? Eseguite la dimostrazione della risposta da voi data. (2 punti)
- Descrivete la relazione tra il teorema del binomio e il triangolo di Pascal. (1 punto)
- Descrivete almeno due proprietà dei coefficienti binomiali nel triangolo di Pascal. (2 punti)

99 Calcolo delle probabilità

Spiegate i concetti fondamentali del calcolo delle probabilità:

- prova ed evento (eventi casuali o aleatori, eventi impossibili e certi, eventi elementari, eventi composti), (2 punti)
- spazio campione, (1 punto)
- sistema completo degli eventi di una prova. (1 punto)

Proponete un esempio di una prova e descrivete alcuni eventi in tale prova. Esprimeteli con gli eventi elementari dello spazio campione. Quale tra essi è impossibile, certo, elementare e quali sono eventi composti? (2 punti)

100 Calcolo delle probabilità

Definite la somma e il prodotto di eventi. (1 punto)

Quando due eventi sono incompatibili e quando sono compatibili? Come calcoliamo la probabilità della somma di due eventi compatibili? (2 punti)

Quando due eventi sono dipendenti e quando sono indipendenti? Come calcoliamo il prodotto di due eventi dipendenti? (2 punti)

Proponete un esempio di due eventi indipendenti e calcolate la probabilità del prodotto di tali eventi. (1 punto)

101 Calcolo delle probabilità

Che cos'è la frequenza relativa di un dato evento? Definite la probabilità empirica (statistica). (1 punto)

Enunciate la definizione classica (matematica) di probabilità. (1 punto)

Definite la probabilità condizionata. (1 punto)

Definite la successione di Bernoulli delle prove indipendenti. Come calcoliamo la probabilità che un dato evento si realizzi esattamente k volte in n ripetizioni della prova? (2 punti)

Riportate un esempio di successione di prove indipendenti che non sia una successione di Bernoulli delle prove indipendenti. (1 punto)

102 Statistica

Descrivete i concetti statistici fondamentali:

- popolazione e campione (rappresentativo, casuale), (1 punto)
- unità statistica e modalità statistica, (1 punto)
- parametro statistico. (1 punto)

Spiegate la differenza tra variabili statistiche numeriche e variabili statistiche descrittive (variabili quantitative e qualitative) e la differenza tra variabili statistiche numeriche continue e discrete. (2 punti)

Proponete un esempio di indagine statistica e spiegate, per mezzo di esso, i concetti statistici fondamentali. (1 punto)

103 Statistica

Definite la distribuzione di frequenza, la distribuzione di frequenza relativa e la distribuzione di frequenza cumulativa di una data modalità statistica. (3 punti)

Descrivete con un esempio tre diverse modalità di rappresentazione grafica dei dati. (3 punti)

104 Statistica

Definite la media aritmetica dei dati. (1 punto)

Definite la moda dei dati. Come viene determinata? (1 punto)

Che cos'è la distribuzione bimodale dei dati? (1 punto)

Definite la mediana dei dati. Come viene calcolata in base al numero dei dati? (1 punto)

Definite il quartile. (1 punto)

Spiegate in che modo si disegna la scatola a baffi. (1 punto)

105 Statistica

Descrivete le seguenti misure di dispersione e illustratele con un esempio:

– campo di variazione, (1 punto)

– differenza interquartile, (1 punto)

– deviazione standard. (2 punti)

Descrivete le caratteristiche della distribuzione normale (di Gauss) dei dati statistici. (2 punti)

SPLOŠNA NAVODILA

1. Pri izvedbi ustnega izpita morate upoštevati navodila za izvedbo ustnega izpita, ki so objavljena v *Vodniku po splošni maturi*.
2. V kompletu je 35 listkov za ustni izpit, posebej za osnovno in posebej za višjo raven. Na vsakem listku so po tri vprašanja, vsako vprašanje je razčlenjeno na podvprašanja. Izpitni listki morajo biti predloženi tako, da pri izbiri kandidat ne more videti vsebine vprašanj. Kandidat lahko enkrat zamenja izpitni listek.
3. Število točk, ki jih doseže kandidat, vpišete v zapisnik o poteku ustnega izpita. V prva tri polja vpišete število doseženih točk pri odgovorih na vprašanja, v četrto pa število točk, doseženih s korektnim matematičnim izražanjem.
4. Pri ustnem izpitu in pripravi nanj uporaba računalna ni dovoljena; izjema so kandidati s posebnimi potrebami, ki jim je bilo računalno pri ustnem izpitu odobreno v sklepu DK SM o prilagojenem načinu opravljanja splošne mature.
5. Izpitni listki so izpitna tajnost in v skladu s tem morajo ravnati tudi šolske izpitne komisije.
6. Gradiva za ustne izpite ni dovoljeno fotokopirati ali kako drugače razmnoževati, ker je avtorsko zaščiteno, in se bo morebitna zloraba kaznovala.

MERILA ZA OCENJEVANJE

Kandidat lahko pri ustnem izpitu doseže 20 točk, od tega:

- do 18 točk za odgovore na vprašanja in
- do 2 točki za korektno matematično izražanje.

- 1) Odgovor na vprašanje z izpitnega listka se skladno z veljavnim *Predmetnim izpitnim katalogom za splošno maturo – matematika* točkuje z od 0 do 6 točkami. V tem delu lahko kandidat prejme skupaj največ 18 točk.
Vsako vprašanje je razčlenjeno na podvprašanja. Največje število točk, ki jih kandidat lahko prejme za povsem pravilen odgovor na posamezno podvprašanje, je zapisano pri vsakem podvprašanju.
Vse točke prejme kandidat, ki pravilno odgovori na posamezno podvprašanje in tudi na morebitna izpraševalčeva dodatna vprašanja, s katerimi preverja razumevanje snovi. Pri ustnem izpitu izpraševalec vsebine vprašanj in podvprašanj ne razširja, lahko pa postavlja dodatna vprašanja, s katerimi preveri kandidatovo razumevanje snovi, na primer: *razložite, pojasnite, utemeljite, povejte še drug podoben primer* ipd.
- 2) Poleg odgovorov na vprašanja se oceni tudi kandidatova korektnost matematičnega izražanja. V tem delu lahko prejme največ 2 točki:
2 točki prejme kandidat, ki se korektno matematično izraža, vključno z uporabo ustrezne matematične terminologije in simbolike.
1 točko prejme kandidat, ki se pretežno korektno matematično izraža in le delno uporablja ustrezno matematično terminologijo in simboliko.
0 točk prejme kandidat v ostalih primerih.