



Šifra kandidata:

Državni izpitni center



SPOMLADANSKI ROK

MATEMATIKA

Izpitna pola 2

Višja raven

Sreda, 2. junij 2004 / 90 minut

*Dovoljeno dodatno gradivo in pripomočki:
kandidat prinese s seboj nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko, žepni računalnik
brez grafičnega zaslona in brez možnosti simboličnega računanja, šestilo in 2 trikotnika, lahko tudi ravnilo.
Kandidat dobi dva ocenjevalna obrazca in dva konceptna lista.*

SPLOŠNA MATURA

NAVODILA KANDIDATU

Pazljivo preberite ta navodila. Ne izpuščajte ničesar!

Ne obračajte strani in ne začenjajte reševati nalog, dokler Vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.

Prilepite kodo oziroma vpišite svojo šifro (v okvirček desno zgoraj na tej strani in na ocenjevalna obrazca).

V tej izpitni poli so 3 strukturirane naloge. Rešujte vse naloge. Naloge rešujte pod besedilom naloge in na naslednji strani. Strani 10, 11 in 12 so rezervne. Uporabite jih le, če Vam zmanjka prostora. Nedvoumno označite, katere naloge ste reševali na teh straneh. **Drugih konceptnih listov ocenjevalci ne bodo pregledovali.**

Pišite z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom. **Če se zmotite, napisano prečrtajte.** Grafe funkcij rišite s svinčnikom. Pazite, da bo Vaš izdelek pregleden in čitljiv. Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vmesnimi računi in sklepi.

Na strani 2 je standardna zbirka zahtevnejših formul, ki jih ni treba znati na pamet. Morda si boste s katero med njimi pomagali.

Naloge, pisane z navadnim svinčnikom, nejasne in nečitljive rešitve se ovrednotijo z nič (0) točkami. Če ste naloge reševali na več načinov, nedvoumno označite, katero rešitev naj ocenjevalec točkuje.

Vsako nalogo skrbno preberite. Rešujte premišljeno. Zaupajte vase in v svoje sposobnosti.

Želimo vam veliko uspeha.

Ta pola ima 12 strani, od tega 3 rezervne.

Formule

- $a^{2n+1} + b^{2n+1} = (a + b)(a^{2n} - a^{2n-1}b + a^{2n-2}b^2 - \dots + a^2b^{2n-2} - ab^{2n-1} + b^{2n})$
- Evklidov in višinski izrek v pravokotnem trikotniku: $a^2 = ca_1$, $b^2 = cb_1$, $v_c^2 = a_1b_1$
- Polmera trikotniku očrtanega in včrtanega kroga: $R = \frac{abc}{4S}$, $r = \frac{S}{s}$, $s = \frac{a + b + c}{2}$
- Kotne funkcije polovičnih kotov:

$$\sin \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}} ; \cos \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2}} ; \operatorname{tg} \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$$
- Kotne funkcije trojnih kotov:

$$\sin 3x = 3 \sin x - 4 \sin^3 x, \cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$$
- Adicijski izrek:

$$\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\cos(x + y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\operatorname{tg}(x + y) = \frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y}{1 - \operatorname{tg} x \operatorname{tg} y}$$
- Faktorizacija:

$$\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x + y}{2} \cos \frac{x - y}{2}, \sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x + y}{2} \sin \frac{x - y}{2}$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x + y}{2} \cos \frac{x - y}{2}, \cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x + y}{2} \sin \frac{x - y}{2}$$

$$\operatorname{tg} x \pm \operatorname{tg} y = \frac{\sin(x \pm y)}{\cos x \cos y}, \operatorname{ctg} x \pm \operatorname{ctg} y = \frac{\sin(y \pm x)}{\sin x \sin y}$$
- Razčlenitev produkta kotnih funkcij:

$$\sin x \sin y = -\frac{1}{2}[\cos(x + y) - \cos(x - y)];$$

$$\cos x \cos y = \frac{1}{2}[\cos(x + y) + \cos(x - y)];$$

$$\sin x \cos y = \frac{1}{2}[\sin(x + y) + \sin(x - y)]$$
- Razdalja točke $T_0(x_0, y_0)$ od premice $ax + by - c = 0$:

$$d(T_0, p) = \left| \frac{ax_0 + by_0 - c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right|$$
- Ploščina trikotnika z oglišči $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$:

$$S = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$$
- Elipsa: $e^2 = a^2 - b^2$, $\varepsilon = \frac{c}{a}$; $a > b$
- Hiperbola: $e^2 = a^2 + b^2$, $\varepsilon = \frac{c}{a}$, a je realna polos.
- Parabola: $y^2 = 2px$, gorišče $G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$
- Integrala:

$$\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + C, \int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \operatorname{arc} \sin \frac{x}{a} + C$$

OBRNITE STRAN

01. Dani sta funkciji $f(x) = \ln \frac{x-3}{2} + 1$ in $g(x) = 2e^{x-1} + 3$.

a) V tabelo zapišite definicijski območji in zalogi vrednosti funkcij f in g .

(6 točk)

b) Izračunajte koordinati točke na grafu funkcije f , v kateri je tangenta na graf vzporedna premici $x - 2y - 4 = 0$.

(6 točk)

c) Izračunajte ploščino lika, ki ga omejujejo abscisna os, premici $x = 1$ in $x = 2$ ter graf funkcije g .

(8 točk)

d) Dokažite, da sta funkciji f in g druga drugi inverzni funkciji.

(4 točk)

	Definicijsko območje	Zaloga vrednosti
f		
g		

02. Rešite naslednje naloge.

a) Naj bosta $A = \{x \in \mathbb{R}; 8x^3 + 12x^2 + 6x + 1 = 0\}$ in $B = \{x \in \mathbb{R}; 3|x - 2| - x = 6\}$.

Napišite množico $C = A \times B$ tako, da naštejete vse njene elemente.

(7 točk)

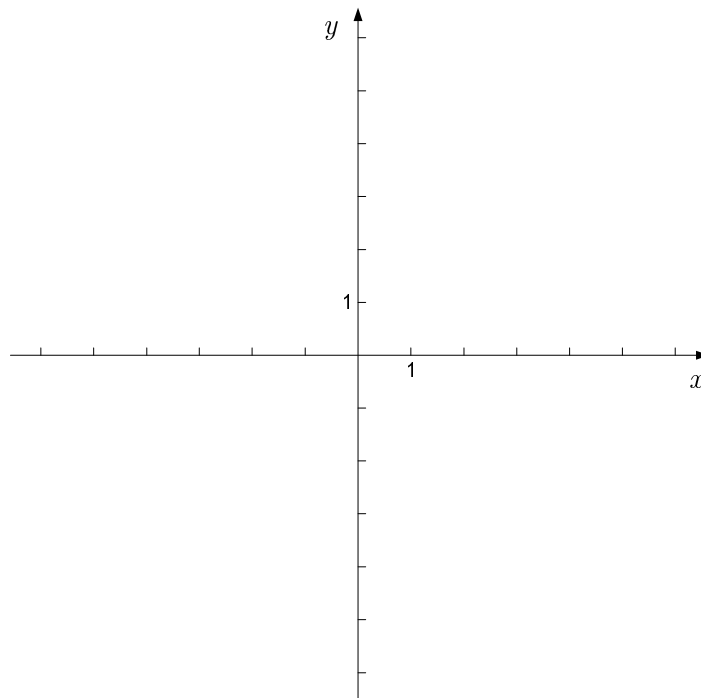
b) Naj bosta $D = \{x \in [0, 2\pi]; \cos x - \sin x = 0\}$ in E množica abscis točk, v katerih funkcija $f(x) = \sin 2x$ doseže maksimum na intervalu $[0, \pi]$. Zapišite množico $F = D \cup E$. Koliko elementov ima potenčna množica množice F ?

(8 točk)

c) Dane so množice točk v ravnini: $K = \{(x, y); 9x^2 + 4y^2 - 18x + 16y - 11 = 0\}$,

$L = \{(x, y); y - x + 3 \geq 0\}$ in $M = \{(x, y); y > -2\}$. V dani koordinatni sistem narišite množico točk $N = (K \cap L) \setminus M$.

(8 točk)



03. Imamo štiri trapeze $ABCD$. V vsakem izmed njih merita osnovnici $|AB| = a = 16$ cm in $|CD| = c = 2$ cm.
- a) V prvem trapezu tvorijo dolžine stranic c, d, b, a aritmetično zaporedje. Izračunajte dolžini krakov $b = |BC|$ in $d = |AD|$.
(5 točk)
- b) V drugem trapezu se nosilki krakov sekata v točki E . Izračunajte dolžino kraka b , če merita daljici $|CE| = 2$ cm in $|DE| = 1$ cm.
(5 točk)
- c) V tretjem trapezu kot $\sphericalangle DAB$ meri $\alpha = 70^\circ$, kot $\sphericalangle ABC$ pa $\beta = 60^\circ$. Izračunajte dolžino kraka d .
(6 točk)
- d) V četrtem trapezu je krak b za 2 cm daljši od kraka d , ploščina trapeza pa meri 108 cm². Izračunajte dolžini krakov b in d .
(9 točk)

REZERVNA STRAN

REZERVNA STRAN

REZERVNA STRAN