Šifra kandidata:

Državni izpitni center

M 0 4 2 4 0 1 1 1

JESENSKI ROK

MATEMATIKA

Izpitna pola 1

Osnovna raven

Ponedeljek, 30. avgust 2004 / 120 minut

Dovoljeno dodatno gradivo in pripomočki:
kandidat prinese s seboj nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko, žepni računalnik brez grafičnega zaslona in brez možnosti simboličnega računanja, šestilo in 2 trikotnika, lahko tudi ravnilo.
Kandidat dobi dva ocenjevalna obrazca in dva konceptna lista.

SPLOŠNA MATURA

NAVODILA KANDIDATU

Pazljivo preberite ta navodila. Ne izpuščajte ničesar!

Ne obračajte strani in ne začenjajte reševati nalog, dokler Vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.

Prilepite kodo oziroma vpišite svojo šifro (v okvirček desno zgoraj na tej strani in na ocenjevalna obrazca).

V tej izpitni poli je 12 nalog, rešujete vse, in sicer na strani, kjer je besedilo naloge. **Ocenjevalci ne bodo pregledovali konceptnih listov.**

Pišite z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom. Če se zmotite, napisano prečrtajte. Grafe funkcij rišite s svinčnikom. Pazite, da bo Vaš izdelek pregleden in čitljiv. Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vmesnimi računi in sklepi.

Na strani 2 je standardna zbirka zahtevnejših formul, ki jih ni treba znati na pamet. Morda si boste s katero med njimi pomagali.

Število točk, ki jih lahko dosežete, je 72. **Naloge, pisane z navadnim svinčnikom, nejasne in nečitljive rešitve se ovrednotijo z nič (0) točkami. Če ste nalogo reševali na več načinov, nedvoumno označite, katero rešitev naj ocenjevalec točkuje.**

Vsako nalogo skrbno preberite. Rešujte premišljeno. Zaupajte vase in v svoje sposobnosti.

Želimo vam veliko uspeha.

Ta pola ima 16 strani, od tega 2 prazni.

Formule

- $a^{2n+1}+b^{2n+1}=(a+b)\left(a^{2n}-a^{2n-1}b+a^{2n-2}b^2-....+a^2b^{2n-2}-ab^{2n-1}+b^{2n}\right)$
- Evklidov in višinski izrek v pravokotnem trikotniku: $a^2=ca_1$, $b^2=cb_1$, $v_c^2=a_1b_1$
- Polmera trikotniku očrtanega in včrtanega kroga: $R=\frac{abc}{4S}$, $r=\frac{S}{s}$, $s=\frac{a+b+c}{2}$
- Kotne funkcije polovičnih kotov:
  $\sin\frac{x}{2}=\pm\sqrt{\frac{1-\cos x}{2}}$; $\cos\frac{x}{2}=\pm\sqrt{\frac{1+\cos x}{2}}$; $\mathrm{tg}\frac{x}{2}=\frac{\sin x}{1+\cos x}$
- Kotne funkcije trojnih kotov:
  $\sin 3x=3\sin x-4\sin^3 x$, $\cos 3x=4\cos^3 x-3\cos x$
- Adicijski izrek:
  $\sin(x+y)=\sin x\cos y+\cos x\sin y$

  $\cos(x+y)=\cos x\cos y-\sin x\sin y$

  $\mathrm{tg}(x+y)=\frac{\mathrm{tg}x+\mathrm{tg}y}{1-\mathrm{tg}x\,\mathrm{tg}y}$
- Faktorizacija:
  $\sin x+\sin y=2\sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$, $\sin x-\sin y=2\cos\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$

  $\cos x+\cos y=2\cos\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$, $\cos x-\cos y=-2\sin\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$

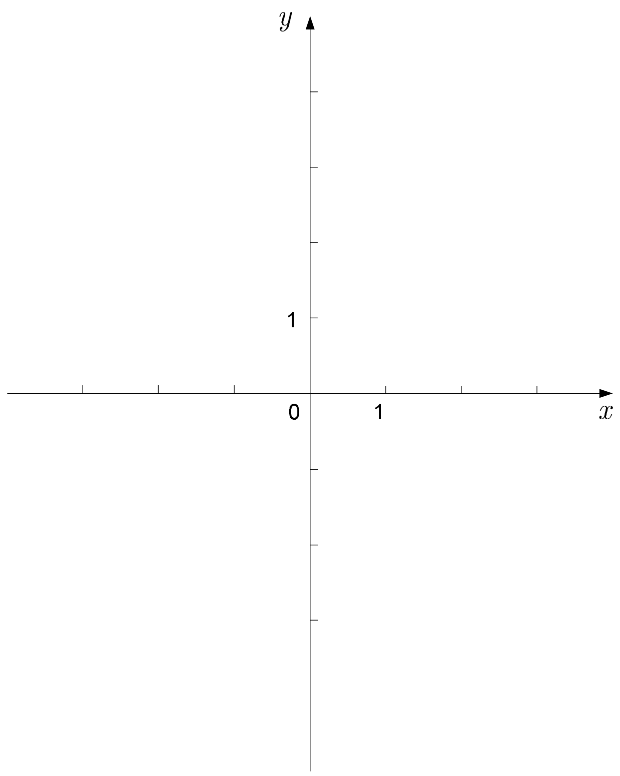
  $\mathrm{tg}x\pm\mathrm{tg}y=\frac{\sin(x\pm y)}{\cos x\cos y}$, $\mathrm{ctg}x\pm\mathrm{ctg}y=\frac{\sin(y\pm x)}{\sin x\sin y}$
- Razčlenitev produkta kotnih funkcij:
  $\sin x\sin y=-\frac{1}{2}\left[\cos(x+y)-\cos(x-y)\right]$;

  $\cos x\cos y=\frac{1}{2}\left[\cos(x+y)+\cos(x-y)\right]$;

  $\sin x\cos y=\frac{1}{2}\left[\sin(x+y)+\sin(x-y)\right]$
- Razdalja točke $T_0\left(x_0, y_0\right)$ od premice $ax+by-c=0$:
  $d\left(T_0, p\right)=\left|\frac{ax_0+by_0-c}{\sqrt{a^2+b^2}}\right|$
- Ploščina trikotnika z oglišči $A\left(x_1,y_1\right)$, $B\left(x_2,y_2\right)$, $C\left(x_3,y_3\right)$:
  $S=\frac{1}{2}\left|\left(x_2-x_1\right)\left(y_3-y_1\right)-\left(x_3-x_1\right)\left(y_2-y_1\right)\right|$
- Elipsa: $e^2=a^2-b^2$, $\varepsilon=\frac{e}{a}$; $a>b$
- Hiperbola: $e^2=a^2+b^2$, $\varepsilon=\frac{e}{a}$, a je realna polos.
- Parabola: $y^2=2px$, gorišče $G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$
- Integrala:
  $\int\frac{\mathrm{d}x}{x^2+a^2}=\frac{1}{a}\,\mathrm{arctg}\,\frac{x}{a}+C$, $\int\frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{a^2-x^2}}=\mathrm{arc\,sin}\,\frac{x}{a}+C$

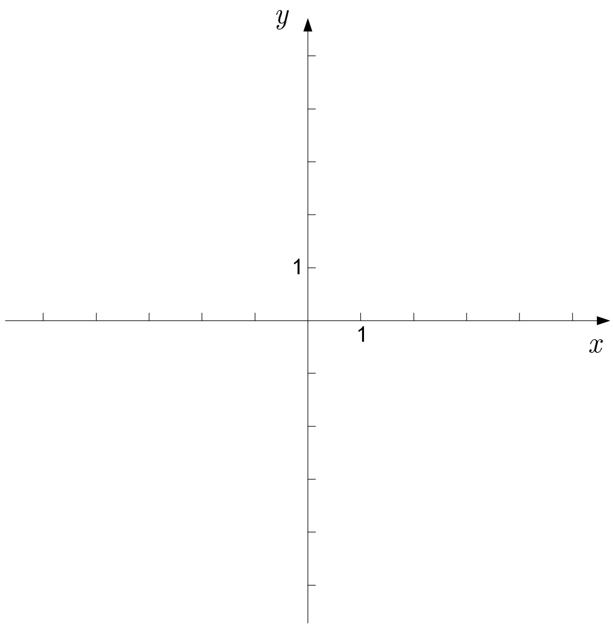
01. V dani koordinatni sistem narišite točke $A(0,\ 1)$, $B(3,\ 0)$, $C(3,\ 4)$ in $D(0,\ 4)$ ter izračunajte ploščino štirikotnika $ABCD$.

(5 točk)



02. Izračunajte ničli, teme, presečišče z ordinatno osjo in narišite graf kvadratne funkcije $f(x)=\frac{1}{2}x^2-x-\frac{3}{2}$.

(7 točk)



03. Premica p poteka skozi točki $A(-1,\ 3)$ in $B(3,\ 5)$. Na stotinko stopinje natančno izračunajte kot α, pod katerim premica seka os x, in kot β, pod katerim seka os y.

(5 točk)

04. Rešite enačbo $\dfrac{2x+1}{3(x-1)}-\dfrac{x+2}{3(x+1)}=\dfrac{1}{x-1}$.

(5 točk)

05. Poenostavite izraz $\dfrac{\sqrt{a\sqrt{a}}\left(a^{-\frac{1}{2}}b\right)^{\frac{3}{2}}}{\left(a^{0}+b^{0}\right)b\sqrt{b}}$; $a,\ b>0$.

(6 točk)

06. Rešite enačbo: $\cos x + \cos 2x = 0$.

(6 točk)

07. Zapišite enačbo krožnice, ki poteka skozi izhodišče koordinatnega sistema, njeno središče pa je v presečišču premic $2x-3y-9=0$ in $y+1=0$.

(6 točk)

08. Rešite enačbo $\log_8\left(x^2-3x\right)=\dfrac{2}{3}$.

(6 točk)

09. Zapišite prvih deset členov zaporedja $a_n = n^2 + 1$. Kolikšna je verjetnost dogodka, da je naključno izbrano število izmed teh desetih členov zaporedja deljivo s 5?

(6 točk)

10. Izračunajte realno število x tako, da bo tudi število $z = 5\mathrm{i}^3 + 3x\mathrm{i}^2 + (x-1)\mathrm{i} + 1$ realno (i je imaginarna enota).

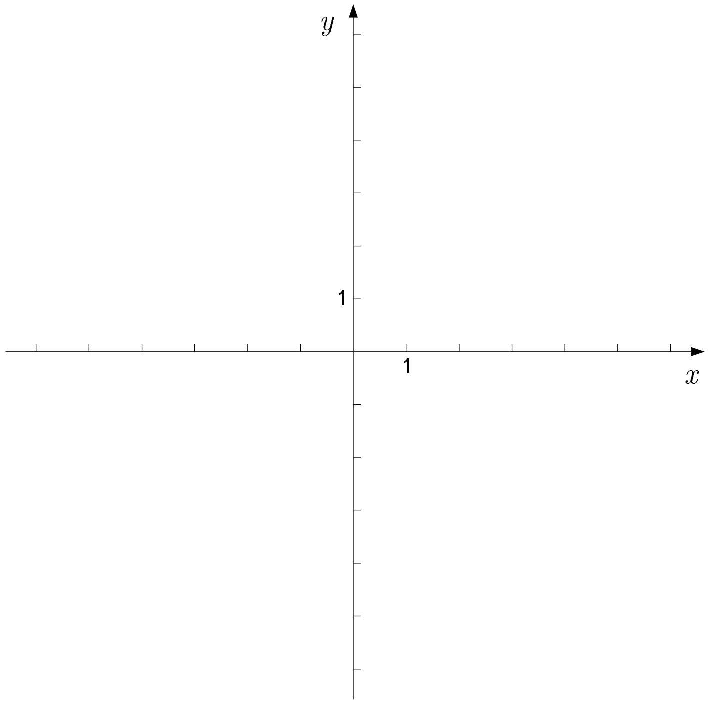
(6 točk)

11. Polinom $p(x) = x^3 + 4x^2 + ax + 20$ ima lokalni minimum v točki $A(-1,\ y_1)$. Izračunajte realno število a in ordinato y_1.

(7 točk)

12. Narišite graf funkcije $f(x) = 3\sqrt{x}$ v dani koordinatni sistem in izračunajte ploščino lika, ki ga na intervalu $[0,\ 4]$ omejujeta graf funkcije f in abscisna os.

(7 točk)



PRAZNA STRAN

PRAZNA STRAN