



Šifra kandidata:
A jelölt kódszáma:

Državni izpitni center



M 0 5 1 4 0 1 1 1 M

SPOMLADANSKI ROK
TAVASZI IDŐSZAK

MATEMATIKA

≡ Izpitna pola 1 ≡

1. feladatlap

Osnovna raven

Alapszint

Ponedeljek, 6. junij 2005 / 120 minut

2005. június 6., hétfő / 120 perc

Dovoljeno dodatno gradivo in pripomočki:

kandidat prinese s seboj nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko, žepni računalnik brez grafičnega zaslona in brez možnosti simboličnega računanja, šestilo in 2 trikotnika, lahko tudi ravnilo.

Kandidat dobi dva ocenjevalna obrazca in dva konceptna lista.

Engedélyezett segédeszközök: a jelölt töltőtollat vagy golyóstollat, ceruzát,

radírt, csak műveleteket végző zsebszámológépet, körzőt és 2 háromszögvonalzót vagy vonalzót hoz magával.

A jelölt két értékelőlapot és két vázlatlapot is kap.

SPLOŠNA MATURA

ÁLTALÁNOS ÉRETTSÉGI VIZSGA

Navodila kandidatu so na naslednji strani.

A jelöltnek szóló útmutató a következő oldalon olvasható.

Ta pola ima 20 strani, od tega 3 prazne.

A feladatlap terjedelme 20 oldal, ebből 3 üres.

NAVODILA KANDIDATU

Pazljivo preberite ta navodila. Ne izpuščajte ničesar!

Ne obračajte strani in ne začenjajte reševati nalog, dokler Vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.

Prilepite kodo oziroma vpišite svojo šifro (v okvirček desno zgoraj na prvi strani in na ocenjevalna obrazca).

V tej izpitni poli je 12 nalog, rešujete vse, in sicer na strani, kjer je besedilo naloge. **Ocenjevalci ne bodo pregledovali konceptnih listov.**

Pišite z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom. Če se zmotite, napisano prečrtajte. Grafe funkcij rišite s svinčnikom. Pazite, da bo Vaš izdelek pregleden in čitljiv. Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vmesnimi računi in sklepi.

Na strani 4 in 5 je standardna zbirka zahtevnejših formul, ki jih ni treba znati na pamet. Morda si boste s katero med njimi pomagali.

Naloge, pisane z navadnim svinčnikom, nejasne in nečitljive rešitve se ovrednotijo z nič (0) točkami. Če ste nalogo reševali na več načinov, nedvoumno označite, katero rešitev naj ocenjevalec točkuje.

Vsako nalogo skrbno preberite. Rešujte premišljeno. Zaupajte vase in v svoje sposobnosti.

Število točk, ki jih lahko dosežete je 80.

Želimo vam veliko uspeha.

ÚTMUTATÓ A JELÖLTNEK

Figyelmesen olvassa el ezt az útmutatót! Semmit se hagyjon ki!

Ne lapozzon, és ne kezdjen a feladatok megoldásába, amíg ezt a felügyelő tanár nem engedélyezi!

Ragassza vagy írja be kódszámát (a feladatlap első oldala jobb felső sarkában levő keretbe és az értékelőlapokra)!

Ez a feladatlap 12 feladatot tartalmaz. Mindegyiket oldja meg, és pedig azon az oldalon, ahol a feladat található. **Az értékelők a vázlatlapokat nem nézik át.**

Töltőtollal vagy golyóstollal írjon! A rossz válaszait húzza át! A függvénygrafikonokat ceruzával rajzolja be! Ügyeljen arra, hogy munkája áttekinthető és olvasható legyen! A feladat megoldásának világosan és korrekten kell mutatnia az eredményhez vezető utat, a közbeeső számításokkal és következtetésekkel együtt.

A 4. és 5. oldalon található azon képletek standard gyűjteménye, amelyeket nem kell fejből tudnia, de amelyeknek egy része talán segítségére lehet a feladatok megoldásában.

A ceruzával írt, valamint a zavaros és olvashatatlan válaszokat nulla (0) ponttal értékeljük. Ha a feladatot többféleképpen oldotta meg, egyértelműen jelölje, melyik megoldást értékeljük!

Figyelmesen olvassa el mindegyik feladatot, majd megfontoltan oldja meg őket! Bizzon önmagában és képességeiben!

Összesen 80 pont érhető el.

Eredményes munkát kívánunk.

Formule

- $a^{2n+1} + b^{2n+1} = (a + b)(a^{2n} - a^{2n-1}b + a^{2n-2}b^2 - \dots + a^2b^{2n-2} - ab^{2n-1} + b^{2n})$
- Evklidov in višinski izrek v pravokotnem trikotniku: $a^2 = ca_1$, $b^2 = cb_1$, $v_c^2 = a_1b_1$
- Polmera trikotniku očrtanega in včrtanega kroga: $R = \frac{abc}{4S}$, $r = \frac{S}{s}$, $s = \frac{a + b + c}{2}$
- Kotne funkcije polovičnih kotov:

$$\sin \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}} ; \cos \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2}} ; \operatorname{tg} \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$$
- Kotne funkcije trojnih kotov:

$$\sin 3x = 3 \sin x - 4 \sin^3 x, \cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$$
- Adicijski izrek:

$$\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\cos(x + y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\operatorname{tg}(x + y) = \frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y}{1 - \operatorname{tg} x \operatorname{tg} y}$$
- Faktorizacija:

$$\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x + y}{2} \cos \frac{x - y}{2}, \sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x + y}{2} \sin \frac{x - y}{2}$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x + y}{2} \cos \frac{x - y}{2}, \cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x + y}{2} \sin \frac{x - y}{2}$$

$$\operatorname{tg} x \pm \operatorname{tg} y = \frac{\sin(x \pm y)}{\cos x \cos y}, \operatorname{ctg} x \pm \operatorname{ctg} y = \frac{\sin(y \pm x)}{\sin x \sin y}$$
- Razčlenitev produkta kotnih funkcij:

$$\sin x \sin y = -\frac{1}{2} [\cos(x + y) - \cos(x - y)];$$

$$\cos x \cos y = \frac{1}{2} [\cos(x + y) + \cos(x - y)];$$

$$\sin x \cos y = \frac{1}{2} [\sin(x + y) + \sin(x - y)]$$
- Razdalja točke $T_0(x_0, y_0)$ od premice $ax + by - c = 0$:

$$d(T_0, p) = \left| \frac{ax_0 + by_0 - c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right|$$
- Ploščina trikotnika z oglišči $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$:

$$S = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$$
- Elipsa: $e^2 = a^2 - b^2$, $\varepsilon = \frac{c}{a}$; $a > b$
- Hiperbola: $e^2 = a^2 + b^2$, $\varepsilon = \frac{c}{a}$, a je realna polos.
- Parabola: $y^2 = 2px$, gorišče $G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$
- Integrala:

$$\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + C, \int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \operatorname{arc} \sin \frac{x}{a} + C$$

KÉPLETEK

- $a^{2n+1} + b^{2n+1} = (a + b)(a^{2n} - a^{2n-1}b + a^{2n-2}b^2 - \dots + a^2b^{2n-2} - ab^{2n-1} + b^{2n})$
- *A derékszögű háromszög magasságtétele és befogótétele:* $a^2 = ca_1$, $b^2 = cb_1$, $v_c^2 = a_1b_1$
- *A háromszög köré írt kör és a háromszögbe írt kör sugara:* $R = \frac{abc}{4S}$, $r = \frac{S}{s}$, $s = \frac{a+b+c}{2}$

- *A félszögek szögfüggvényei:*

$$\sin \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}}; \quad \cos \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2}}; \quad \operatorname{tg} \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$$

- *A szög háromszorosának szögfüggvényei:*

$$\sin 3x = 3 \sin x - 4 \sin^3 x, \quad \cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$$

- *Addíciós tételek:*

$$\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\cos(x + y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\operatorname{tg}(x + y) = \frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y}{1 - \operatorname{tg} x \operatorname{tg} y}$$

- *Tényezőkre bontás:*

$$\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}, \quad \sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}, \quad \cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\operatorname{tg} x \pm \operatorname{tg} y = \frac{\sin(x \pm y)}{\cos x \cos y}, \quad \operatorname{ctg} x \pm \operatorname{ctg} y = \frac{\sin(y \pm x)}{\sin x \sin y}$$

- *A szögfüggvények szorzatának felbontása:*

$$\sin x \sin y = -\frac{1}{2} [\cos(x + y) - \cos(x - y)];$$

$$\cos x \cos y = \frac{1}{2} [\cos(x + y) + \cos(x - y)];$$

$$\sin x \cos y = \frac{1}{2} [\sin(x + y) + \sin(x - y)]$$

- *A $T_0(x_0, y_0)$ pont távolsága az $ax + by - c = 0$ egyenestől:*

$$d(T_0, p) = \left| \frac{ax_0 + by_0 - c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right|$$

- *Az $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$ csúcsú háromszög területe:*

$$S = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$$

- *Ellipszis:* $c^2 = a^2 - b^2$, $\varepsilon = \frac{c}{a}$; $a > b$

- *Hiperbola:* $c^2 = a^2 + b^2$, $\varepsilon = \frac{c}{a}$, az a valós féltengely

- *Parabola:* $y^2 = 2px$, fókuszpont $G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$

- *Integrálok:*

$$\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + C, \quad \int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \operatorname{arc} \sin \frac{x}{a} + C$$

01. Zapišite enačbo premice p , ki poteka skozi točko $A(1, 0)$ in je vzporedna premici $2x + y = 4$. Zapišite presečišče premice p z ordinatno osjo.

Írja fel azon p egyenes egyenletét, amely az $A(1, 0)$ ponton halad át, és párhuzamos a $2x + y = 4$ egyenlettel! Írja fel a p egyenes és az ordinátatengely metszéspontját!

(7 točk/pont)

02. V pravokotnem trikotniku ABC (pravi kot je pri oglišču C) merita stranici $a = 3$ cm in $c = 6$ cm. Natančno izračunajte dolžino stranice b in velikosti kotov α in β . Narišite skico.

Az ABC derékszögű háromszögben (a derékszög a C csúcsnál van) az oldalak hossza $a = 3$ cm és $c = 6$ cm. Pontosán számítsa ki a b oldal hosszát és az α és a β szögeket! Készítsen ábrát!

(6 točk/pont)

03. Dano je aritmetično zaporedje 1, 7, 13 ... Izračunajte, katero število je tisoči člen tega zaporedja in kolikšna je vsota prvih tisoč členov tega zaporedja.

Adott az 1, 7, 13 ... számtani sorozat. Számítsa ki, melyik szám az említett sorozat ezredik tagja, és mennyi a sorozat első ezer tagjának az összege!

(6 točk/pont)

04. Pokažite, da velja enakost $\frac{\sin x (\cos 2x + 1)}{\cos x \sin 2x} = 1$ za vsak $x \neq \frac{k\pi}{2}$, $k \in \mathbb{Z}$.

Bizonyítsa, hogy a $\frac{\sin x (\cos 2x + 1)}{\cos x \sin 2x} = 1$ egyenlőség minden $x \neq \frac{k\pi}{2}$, $k \in \mathbb{Z}$ esetében érvényes!

(5 točk/pont)

05. Gobar ima v košari lisičke, jurčke in sirovke. Tri četrtine števila vseh gob je lisičk, dvajset odstotkov je jurčkov, sirovki pa sta dve. Koliko gob ima gobar v košari?

A gombász kosarában sárga rókagomba, vargánya és tejelőgomba van. Az összes gomba számának a három negyede rókagomba, húsz százaléka vargánya, tejelőgombából pedig kettő van. Hány gomba van a gombász kosarában?

(5 točk/pont)

06. Rešite kvadratno enačbo $x^2 - ax + a = 0$ za $a = -2$. Rešitvi poenostavite. Zapišite točni rešitvi. Pri katerih vrednostih parametra $a \in \mathbb{R}$ ima enačba $x^2 - ax + a = 0$ eno samo rešitev?

Oldja meg az $x^2 - ax + a = 0$ másodfokú egyenletet, ha $a = -2$! A megoldásokat egyszerűsítse! Írja fel a pontos megoldásokat! Az $a \in \mathbb{R}$ paraméter melyik értékeinél van az $x^2 - ax + a = 0$ egyenletnek csak egy megoldása?

(8 točk/pont)

07. Katero kompleksno število z zadošča enačbi $(1 - i)z = 3 + 4i$? Zapišite $\operatorname{Re} z$ in $\operatorname{Im} z$ ter izračunajte $|z|$. Vrednost $|z|$ delno korenite.

Melyik z komplex szám tesz eleget az $(1 - i)z = 3 + 4i$ egyenletnek? Írja fel a $\operatorname{Re} z$ -t és az $\operatorname{Im} z$ -t, valamint számítsa ki a $|z|$ -t is! A $|z|$ értékén végezzen részleges gyökvonást!

(7 točk/pont)

08. V pravokotnem koordinatnem sistemu so dane točke $A(2, 1)$, $B(-2, 3)$ in $C(3, -2)$. Zapišite vektorja \overrightarrow{AB} in \overrightarrow{AC} s komponentami, izračunajte njun skalarni produkt in kot, ki ga oklepata.

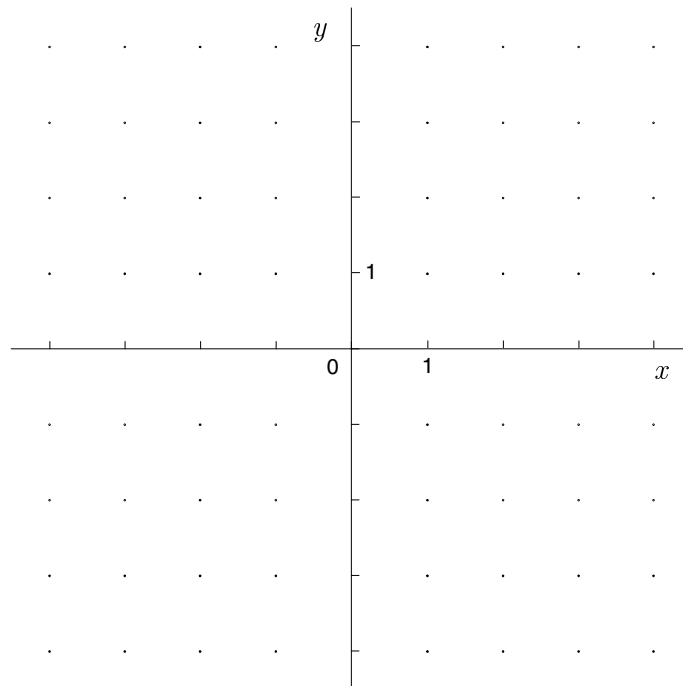
A derékszögű koordináta-rendszerben adottak az $A(2, 1)$, $B(-2, 3)$ és $C(3, -2)$ pontok. Írja fel az \overrightarrow{AB} és az \overrightarrow{AC} vektorokat koordinátákkal (komponensekkel), számítsa ki a skaláris szorzatukat és a vektorok által közbezárt szöveget!

(8 točk/pont)

09. Zapišite enačbo elipse, ki ima središče v izhodišču koordinatnega sistema, eno od temen $T(0, 1)$ in eno od gorišč $F(\sqrt{3}, 0)$. Narišite to elipso v dani koordinatni sistem.

Írja fel azon ellipszis egyenletét, amelynek középpontja a koordináta-rendszer origójában van, az egyik csúcspontja $T(0, 1)$, az egyik fókuszpontja pedig $F(\sqrt{3}, 0)$! Ábrázolja ezt az ellipszist az adott koordináta-rendszerben!

(7 točk/pont)



10. Poenostavite izraz $\log_2 a + \log_2 4a - \log_2 \sqrt{2} - \log_2 2a^2$, pri čemer je $a > 0$.

Egyszerűsítse a $\log_2 a + \log_2 4a - \log_2 \sqrt{2} - \log_2 2a^2$ kifejezést, ha $a > 0$!

(7 pont)

11. V skupini je 10 deklet in 10 fantov. Od teh imajo 3 dekleta in 8 fantov voziško dovoljenje. Naključno izberemo 1 fanta in 1 dekle. Izračunajte verjetnost, da ima vsaj eden od njiju voziško dovoljenje.

A csoportban 10 lány és 10 fiú van. Közülük 3 lánynak és 8 fiúnak van gépjármű-vezetői engedélye. Véletlenül kiválasztunk 1 fiút és 1 lányt. Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy kettejük közül legalább egyiknek van vezetői engedélye!

(6 točk/pont)

12. Izračunajte presečišče krivulj $y = \frac{2x^2 - 8}{x + 3}$ in $y = 2x - 1$ ter kot med njima.

Számítsa ki az $y = \frac{2x^2 - 8}{x + 3}$ és az $y = 2x - 1$ görbék metszéspontját és az általuk közbezárt szöget!

(8 točk/pont)

PRAZNA STRAN
ÜRES OLDAL

PRAZNA STRAN
ÜRES OLDAL

PRAZNA STRAN
ÜRES OLDAL