



Šifra kandidata:  
A jelölt kódszáma:

Državni izpitni center



M 0 5 1 4 0 2 1 1 M

SPOMLADANSKI ROK  
TAVASZI IDŐSZAK

# MATEMATIKA

≡ Izpitna pola 1 ≡

1. feladatlap

Višja raven

Emelt szint

**Ponedeljek, 6. junij 2005 / 90 minut**

**2005. június 6., hétfő / 90 perc**

*Dovoljeno dodatno gradivo in pripomočki:*

*kandidat prinese s seboj nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko, žepni računalnik brez grafičnega zaslona in brez možnosti simboličnega računanja, šestilo in 2 trikotnika, lahko tudi ravnilo.*

*Kandidat dobi dva ocenjevalna obrazca in dva konceptna lista.*

*Engedélyezett segédeszközök: a jelölt töltőtollat vagy golyóstollat, ceruzát,*

*radírt, csak műveleteket végző zsebszámológépet, körzőt és 2 háromszögvonalzót vagy vonalzót hoz magával.*

*A jelölt két értékelőlapot és két vázlatlapot is kap.*

**SPLOŠNA MATURA**

**ÁLTALÁNOS ÉRETTSÉGI VIZSGA**

Navodila kandidatu so na naslednji strani.

*A jelöltnek szóló útmutató a következő oldalon olvasható.*

*Ta pola ima 20 strani, od tega 3 prazne.*

*A feladatlap terjedelme 20 oldal, ebből 3 üres.*

## NAVODILA KANDIDATU

**Pazljivo preberite ta navodila. Ne izpuščajte ničesar!**

**Ne obračajte strani in ne začenjajte reševati nalog, dokler Vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.**

Prilepite kodo oziroma vpišite svojo šifro (v okvirček desno zgoraj na prvi strani in na ocenjevalna obrazca).

V tej izpitni poli je 12 nalog, rešujete vse, in sicer na strani, kjer je besedilo naloge. **Ocenjevalci ne bodo pregledovali konceptnih listov.**

Pišite z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom. Če se zmotite, napisano prečrtajte. Grafe funkcij rišite s svinčnikom. Pazite, da bo Vaš izdelek pregleden in čitljiv. Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vmesnimi računi in sklepi.

Na strani 4 in 5 je standardna zbirka zahtevnejših formul, ki jih ni treba znati na pamet. Morda si boste s katero med njimi pomagali.

**Naloge, pisane z navadnim svinčnikom, nejasne in nečitljive rešitve se ovrednotijo z nič (0) točkami. Če ste nalogo reševali na več načinov, nedvoumno označite, katero rešitev naj ocenjevalec točkuje.**

Vsako nalogo skrbno preberite. Rešujte premišljeno. Zaupajte vase in v svoje sposobnosti.

Število točk, ki jih lahko dosežete je 80.

Želimo vam veliko uspeha.

## ÚTMUTATÓ A JELÖLTNEK

**Figyelmesen olvassa el ezt az útmutatót! Semmit se hagyjon ki!**

**Ne lapozzon, és ne kezdjen a feladatok megoldásába, amíg ezt a felügyelő tanár nem engedélyezi!**

Ragassza vagy írja be kódszámát (a feladatlap első oldala jobb felső sarkában levő keretbe és az értékelőlapokra)!

Ez a feladatlap 12 feladatot tartalmaz. Mindegyiket oldja meg, és pedig azon az oldalon, ahol a feladat található. **Az értékelők a vázlatlapokat nem nézik át.**

Töltőtollal vagy golyóstollal írjon! A rossz válaszait húzza át! A függvénygrafikonokat ceruzával rajzolja be! Ügyeljen arra, hogy munkája áttekinthető és olvasható legyen! A feladat megoldásának világosan és korrekten kell mutatnia az eredményhez vezető utat, a közbeeső számításokkal és következtetésekkel együtt.

A 4. és 5. oldalon található azon képletek standard gyűjteménye, amelyeket nem kell fejből tudnia, de amelyeknek egy része talán segítségére lehet a feladatok megoldásában.

**A ceruzával írt, valamint a zavaros és olvashatatlan válaszokat nulla (0) ponttal értékeljük. Ha a feladatot többféleképpen oldotta meg, egyértelműen jelölje, melyik megoldást értékeljük!**

Figyelmesen olvassa el mindegyik feladatot, majd megfontoltan oldja meg őket! Bizzon önmagában és képességeiben!

Összesen 80 pont érhető el.

Eredményes munkát kívánunk.



## Formule

- $a^{2n+1} + b^{2n+1} = (a + b)(a^{2n} - a^{2n-1}b + a^{2n-2}b^2 - \dots + a^2b^{2n-2} - ab^{2n-1} + b^{2n})$
- Evklidov in višinski izrek v pravokotnem trikotniku:  $a^2 = ca_1$ ,  $b^2 = cb_1$ ,  $v_c^2 = a_1b_1$
- Polmera trikotniku očrtanega in včrtanega kroga:  $R = \frac{abc}{4S}$ ,  $r = \frac{S}{s}$ ,  $s = \frac{a + b + c}{2}$
- Kotne funkcije polovičnih kotov:  

$$\sin \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}} ; \cos \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2}} ; \operatorname{tg} \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$$
- Kotne funkcije trojnih kotov:  

$$\sin 3x = 3 \sin x - 4 \sin^3 x, \cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$$
- Adicijski izrek:  

$$\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\cos(x + y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\operatorname{tg}(x + y) = \frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y}{1 - \operatorname{tg} x \operatorname{tg} y}$$
- Faktorizacija:  

$$\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x + y}{2} \cos \frac{x - y}{2}, \sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x + y}{2} \sin \frac{x - y}{2}$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x + y}{2} \cos \frac{x - y}{2}, \cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x + y}{2} \sin \frac{x - y}{2}$$

$$\operatorname{tg} x \pm \operatorname{tg} y = \frac{\sin(x \pm y)}{\cos x \cos y}, \operatorname{ctg} x \pm \operatorname{ctg} y = \frac{\sin(y \pm x)}{\sin x \sin y}$$
- Razčlenitev produkta kotnih funkcij:  

$$\sin x \sin y = -\frac{1}{2} [\cos(x + y) - \cos(x - y)];$$

$$\cos x \cos y = \frac{1}{2} [\cos(x + y) + \cos(x - y)];$$

$$\sin x \cos y = \frac{1}{2} [\sin(x + y) + \sin(x - y)]$$
- Razdalja točke  $T_0(x_0, y_0)$  od premice  $ax + by - c = 0$ :  

$$d(T_0, p) = \left| \frac{ax_0 + by_0 - c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right|$$
- Ploščina trikotnika z oglišči  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$ ,  $C(x_3, y_3)$ :  

$$S = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$$
- Elipsa:  $e^2 = a^2 - b^2$ ,  $\varepsilon = \frac{c}{a}$ ;  $a > b$
- Hiperbola:  $e^2 = a^2 + b^2$ ,  $\varepsilon = \frac{c}{a}$ ,  $a$  je realna polos.
- Parabola:  $y^2 = 2px$ , gorišče  $G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$
- Integrala:  

$$\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + C, \int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \operatorname{arc} \sin \frac{x}{a} + C$$

**KÉPLETEK**

- $a^{2n+1} + b^{2n+1} = (a + b)(a^{2n} - a^{2n-1}b + a^{2n-2}b^2 - \dots + a^2b^{2n-2} - ab^{2n-1} + b^{2n})$
- *A derékszögű háromszög magasságtétele és befogótétele:*  $a^2 = ca_1$ ,  $b^2 = cb_1$ ,  $v_c^2 = a_1b_1$
- *A háromszög köré írt kör és a háromszögbe írt kör sugara:*  $R = \frac{abc}{4S}$ ,  $r = \frac{S}{s}$ ,  $s = \frac{a+b+c}{2}$

- *A félszögek szögfüggvényei:*

$$\sin \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}} ; \cos \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2}} ; \operatorname{tg} \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$$

- *A szög háromszorosának szögfüggvényei:*

$$\sin 3x = 3 \sin x - 4 \sin^3 x, \cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$$

- *Addíciós tételek:*

$$\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\cos(x + y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\operatorname{tg}(x + y) = \frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y}{1 - \operatorname{tg} x \operatorname{tg} y}$$

- *Tényezőkre bontás:*

$$\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}, \sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}, \cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\operatorname{tg} x \pm \operatorname{tg} y = \frac{\sin(x \pm y)}{\cos x \cos y}, \operatorname{ctg} x \pm \operatorname{ctg} y = \frac{\sin(y \pm x)}{\sin x \sin y}$$

- *A szögfüggvények szorzatának felbontása:*

$$\sin x \sin y = -\frac{1}{2} [\cos(x + y) - \cos(x - y)];$$

$$\cos x \cos y = \frac{1}{2} [\cos(x + y) + \cos(x - y)];$$

$$\sin x \cos y = \frac{1}{2} [\sin(x + y) + \sin(x - y)]$$

- *A  $T_0(x_0, y_0)$  pont távolsága az  $ax + by - c = 0$  egyenestől:*

$$d(T_0, p) = \left| \frac{ax_0 + by_0 - c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right|$$

- *Az  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$ ,  $C(x_3, y_3)$  csúcsú háromszög területe:*

$$S = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$$

- *Ellipszis:*  $c^2 = a^2 - b^2$ ,  $\varepsilon = \frac{c}{a}$ ;  $a > b$

- *Hiperbola:*  $c^2 = a^2 + b^2$ ,  $\varepsilon = \frac{c}{a}$ , az a valós féltengely

- *Parabola:*  $y^2 = 2px$ , fókuszpont  $G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$

- *Integrálok:*

$$\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + C, \int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \operatorname{arc} \sin \frac{x}{a} + C$$

01. Zapišite enačbo premice  $p$ , ki poteka skozi točko  $A(1, 0)$  in je vzporedna premici  $2x + y = 4$ . Zapišite presečišče premice  $p$  z ordinatno osjo.

*Írja fel azon  $p$  egyenes egyenletét, amely az  $A(1, 0)$  ponton halad át, és párhuzamos a  $2x + y = 4$  egyenlettel! Írja fel a  $p$  egyenes és az ordinátatengely metszéspontját!*

*(7 točk/pont)*

02. V pravokotnem trikotniku  $ABC$  (pravi kot je pri oglišču  $C$ ) merita stranici  $a = 3$  cm in  $c = 6$  cm. Natančno izračunajte dolžino stranice  $b$  in velikosti kotov  $\alpha$  in  $\beta$ . Narišite skico.

*Az  $ABC$  derékszögű háromszögben (a derékszög a  $C$  csúcsonál van) az oldalak hossza  $a = 3$  cm és  $c = 6$  cm. Pontosán számítsa ki a  $b$  oldal hosszát és az  $\alpha$  és a  $\beta$  szögeket! Készítsen ábrát!*

*(6 točk/pont)*

03. Dano je aritmetično zaporedje 1, 7, 13 ... Izračunajte, katero število je tisoči člen tega zaporedja in kolikšna je vsota prvih tisoč členov tega zaporedja.

*Adott az 1, 7, 13 ... számtani sorozat. Számítsa ki, melyik szám az említett sorozat ezredik tagja, és mennyi a sorozat első ezer tagjának az összege!*

*(6 točk/pont)*



04. Pokažite, da velja enakost  $\frac{\sin x (\cos 2x + 1)}{\cos x \sin 2x} = 1$  za vsak  $x \neq \frac{k\pi}{2}$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ .

*Bizonyítsa, hogy a  $\frac{\sin x (\cos 2x + 1)}{\cos x \sin 2x} = 1$  egyenlőség minden  $x \neq \frac{k\pi}{2}$ ,  $k \in \mathbb{Z}$  esetében érvényes!*

*(5 točk/pont)*

05. Gobar ima v košari lisičke, jurčke in sirovke. Tri četrtine števila vseh gob je lisičk, dvajset odstotkov je jurčkov, sirovki pa sta dve. Koliko gob ima gobar v košari?

*A gombász kosarában sárga rókagomba, vargánya és tejelőgomba van. Az összes gomba számának a három negyede rókagomba, húsz százaléka vargánya, tejelőgombából pedig kettő van. Hány gomba van a gombász kosarában?*

*(5 točk/pont)*

06. Rešite kvadratno enačbo  $x^2 - ax + a = 0$  za  $a = -2$ . Rešitvi poenostavite. Zapišite točni rešitvi. Pri katerih vrednostih parametra  $a \in \mathbb{R}$  ima enačba  $x^2 - ax + a = 0$  eno samo rešitev?

*Oldja meg az  $x^2 - ax + a = 0$  másodfokú egyenletet, ha  $a = -2$ ! A megoldásokat egyszerűsítse! Írja fel a pontos megoldásokat! Az  $a \in \mathbb{R}$  paraméter melyik értékeinél van az  $x^2 - ax + a = 0$  egyenletnek csak egy megoldása?*

*(8 točk/pont)*

07. Katero kompleksno število  $z$  zadošča enačbi  $(1 - i)z = 3 + 4i$ ? Zapišite  $\operatorname{Re} z$  in  $\operatorname{Im} z$  ter izračunajte  $|z|$ . Vrednost  $|z|$  delno korenite.

*Melyik  $z$  komplex szám tesz eleget az  $(1 - i)z = 3 + 4i$  egyenletnek? Írja fel a  $\operatorname{Re} z$ -t és az  $\operatorname{Im} z$ -t, valamint számítsa ki a  $|z|$ -t is! A  $|z|$  értékén végezzen részleges gyökvonást!*

*(7 točk/pont)*

08. V pravokotnem koordinatnem sistemu so dane točke  $A(2, 1)$ ,  $B(-2, 3)$  in  $C(3, -2)$ . Zapišite vektorja  $\overrightarrow{AB}$  in  $\overrightarrow{AC}$  s komponentami, izračunajte njun skalarni produkt in kot, ki ga oklepata.

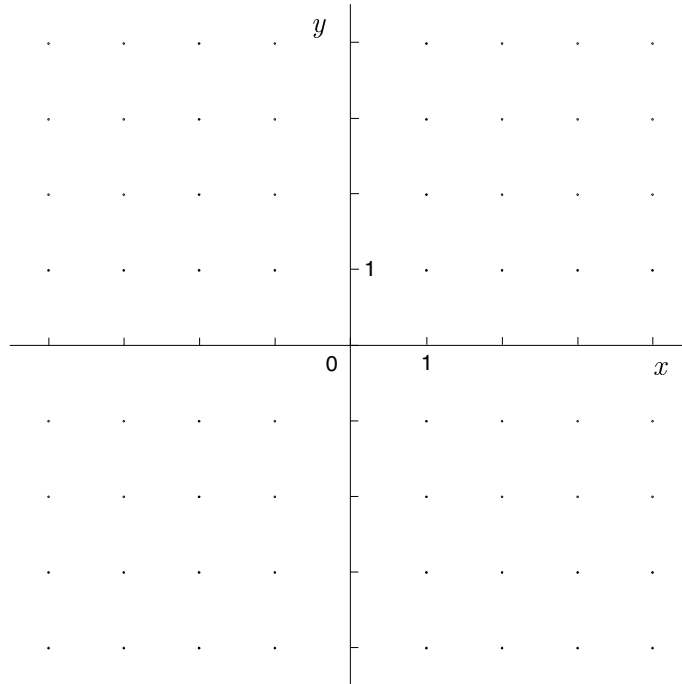
*A derékszögű koordináta-rendszerben adottak az  $A(2, 1)$ ,  $B(-2, 3)$  és  $C(3, -2)$  pontok. Írja fel az  $\overrightarrow{AB}$  és az  $\overrightarrow{AC}$  vektorokat koordinátákkal (komponensekkel), számítsa ki a skaláris szorzatukat és a vektorok által közbezárt szöveget!*

*(8 točk/pont)*

09. Zapišite enačbo elipse, ki ima središče v izhodišču koordinatnega sistema, eno od temen  $T(0, 1)$  in eno od gorišč  $F(\sqrt{3}, 0)$ . Narišite to elipso v dani koordinatni sistem.

*Írja fel azon ellipszis egyenletét, amelynek középpontja a koordináta-rendszer origójában van, az egyik csúcspontja  $T(0, 1)$ , az egyik fókuszpontja pedig  $F(\sqrt{3}, 0)$ ! Ábrázolja ezt az ellipszist az adott koordináta-rendszerben!*

*(7 točk/pont)*



10. Poenostavite izraz  $\log_2 a + \log_2 4a - \log_2 \sqrt{2} - \log_2 2a^2$ , pri čemer je  $a > 0$ .

*Egyszerűsítse a  $\log_2 a + \log_2 4a - \log_2 \sqrt{2} - \log_2 2a^2$  kifejezést, ha  $a > 0$ !*

*(7 pont)*

11. V skupini je 10 deklet in 10 fantov. Od teh imajo 3 dekleta in 8 fantov voziško dovoljenje. Naključno izberemo 1 fanta in 1 dekle. Izračunajte verjetnost, da ima vsaj eden od njiju voziško dovoljenje.

*A csoportban 10 lány és 10 fiú van. Közülük 3 lánynak és 8 fiúnak van gépjármű-vezetői engedélye. Véletlenül kiválasztunk 1 fiút és 1 lányt. Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy kettejük közül legalább egyiknek van vezetői engedélye!*

*(6 točk/pont)*



12. Izračunajte presečišče krivulj  $y = \frac{2x^2 - 8}{x + 3}$  in  $y = 2x - 1$  ter kot med njima.

*Számítsa ki az  $y = \frac{2x^2 - 8}{x + 3}$  és az  $y = 2x - 1$  görbék metszéspontját és az általuk közbezárt szöveget!*

*(8 točk/pont)*

PRAZNA STRAN  
*ÜRES OLDAL*

PRAZNA STRAN  
*ÜRES OLDAL*

PRAZNA STRAN  
*ÜRES OLDAL*