Šifra kandidata:

Državni izpitni center

M 0 5 1 4 0 2 1 1

SPOMLADANSKI ROK

MATEMATIKA

Izpitna pola 1

Višja raven

Ponedeljek, 6. junij 2005 / 90 minut

Dovoljeno dodatno gradivo in pripomočki:
kandidat prinese s seboj nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko, žepni računalnik brez grafičnega zaslona in brez možnosti simboličnega računanja, šestilo in 2 trikotnika, lahko tudi ravnilo.
Kandidat dobi dva ocenjevalna obrazca in dva konceptna lista.

SPLOŠNA MATURA

NAVODILA KANDIDATU

Pazljivo preberite ta navodila. Ne izpuščajte ničesar!

Ne obračajte strani in ne začenjajte reševati nalog, dokler Vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.

Prilepite kodo oziroma vpišite svojo šifro (v okvirček desno zgoraj na tej strani in na ocenjevalna obrazca).

V tej izpitni poli je 12 nalog, rešujete vse, in sicer na strani, kjer je besedilo naloge. **Ocenjevalci ne bodo pregledovali konceptnih listov.**

Pišite z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom. Če se zmotite, napisano prečrtajte. Grafe funkcij rišite s svinčnikom. Pazite, da bo Vaš izdelek pregleden in čitljiv. Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vmesnimi računi in sklepi.

Na strani 2 je standardna zbirka zahtevnejših formul, ki jih ni treba znati na pamet. Morda si boste s katero med njimi pomagali.

Naloge, pisane z navadnim svinčnikom, nejasne in nečitljive rešitve se ovrednotijo z nič (0) točkami. Če ste nalogo reševali na več načinov, nedvoumno označite, katero rešitev naj ocenjevalec točkuje.

Vsako nalogo skrbno preberite. Rešujte premišljeno. Zaupajte vase in v svoje sposobnosti.

Število točk, ki jih lahko dosežete, je 80.

Želimo vam veliko uspeha.

Ta pola ima 16 strani, od tega 2 prazni.

Formule

- $a^{2n+1}+b^{2n+1}=(a+b)\left(a^{2n}-a^{2n-1}b+a^{2n-2}b^2-\dots+a^2b^{2n-2}-ab^{2n-1}+b^{2n}\right)$
- Evklidov in višinski izrek v pravokotnem trikotniku: $a^2=ca_1$, $b^2=cb_1$, $v_c^2=a_1b_1$
- Polmera trikotniku očrtanega in včrtanega kroga: $R=\frac{abc}{4S}$, $r=\frac{S}{s}$, $s=\frac{a+b+c}{2}$
- Kotne funkcije polovičnih kotov:
  $\sin\frac{x}{2}=\pm\sqrt{\frac{1-\cos x}{2}}$; $\cos\frac{x}{2}=\pm\sqrt{\frac{1+\cos x}{2}}$; $\operatorname{tg}\frac{x}{2}=\frac{\sin x}{1+\cos x}$
- Kotne funkcije trojnih kotov:
  $\sin 3x=3\sin x-4\sin^3 x$, $\cos 3x=4\cos^3 x-3\cos x$
- Adicijski izrek:
  $\sin(x+y)=\sin x\cos y+\cos x\sin y$

  $\cos(x+y)=\cos x\cos y-\sin x\sin y$

  $\operatorname{tg}(x+y)=\frac{\operatorname{tg}x+\operatorname{tg}y}{1-\operatorname{tg}x\operatorname{tg}y}$
- Faktorizacija:
  $\sin x+\sin y=2\sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$, $\sin x-\sin y=2\cos\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$

  $\cos x+\cos y=2\cos\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$, $\cos x-\cos y=-2\sin\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$

  $\operatorname{tg}x\pm\operatorname{tg}y=\frac{\sin(x\pm y)}{\cos x\cos y}$, $\operatorname{ctg}x\pm\operatorname{ctg}y=\frac{\sin(y\pm x)}{\sin x\sin y}$
- Razčlenitev produkta kotnih funkcij:
  $\sin x\sin y=-\frac{1}{2}\left[\cos(x+y)-\cos(x-y)\right]$;

  $\cos x\cos y=\frac{1}{2}\left[\cos(x+y)+\cos(x-y)\right]$;

  $\sin x\cos y=\frac{1}{2}\left[\sin(x+y)+\sin(x-y)\right]$
- Razdalja točke $T_0(x_0,y_0)$ od premice $ax+by-c=0$:
  $d(T_0,p)=\left|\frac{ax_0+by_0-c}{\sqrt{a^2+b^2}}\right|$
- Ploščina trikotnika z oglišči $A(x_1,y_1)$, $B(x_2,y_2)$, $C(x_3,y_3)$:
  $S=\frac{1}{2}\left|(x_2-x_1)(y_3-y_1)-(x_3-x_1)(y_2-y_1)\right|$
- Elipsa: $e^2=a^2-b^2$, $\varepsilon=\frac{e}{a}$; $a>b$
- Hiperbola: $e^2=a^2+b^2$, $\varepsilon=\frac{e}{a}$, a je realna polos.
- Parabola: $y^2=2px$, gorišče $G\left(\frac{p}{2},0\right)$
- Integrala:
  $\int\frac{\mathrm{d}x}{x^2+a^2}=\frac{1}{a}\operatorname{arctg}\frac{x}{a}+C$, $\int\frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{a^2-x^2}}=\arcsin\frac{x}{a}+C$

01. Zapišite enačbo premice p, ki poteka skozi točko $A(1,\ 0)$ in je vzporedna premici $2x + y = 4$. Zapišite presečišče premice p z ordinatno osjo.

(7 točk)

02. V pravokotnem trikotniku ABC (pravi kot je pri oglišču C) merita stranici $a = 3\ \mathrm{cm}$ in $c = 6\ \mathrm{cm}$. Natančno izračunajte dolžino stranice b in velikosti kotov α in β. Narišite skico.

(6 točk)

03. Dano je aritmetično zaporedje $1,\ 7,\ 13$ ... Izračunajte, katero število je tisoči člen tega zaporedja in kolikšna je vsota prvih tisoč členov tega zaporedja.

(6 točk)

04. Pokažite, da velja enakost $\frac{\sin x(\cos 2x+1)}{\cos x \sin 2x}=1$ za vsak $x \neq \frac{k\pi}{2}$, $k \in \mathbb{Z}$.

(5 točk)

05. Gobar ima v košari lisičke, jurčke in sirovke. Tri četrtine števila vseh gob je lisičk, dvajset odstotkov je jurčkov, sirovki pa sta dve. Koliko gob ima gobar v košari?

(5 točk)

06. Rešite kvadratno enačbo $x^2 - ax + a = 0$ za $a = -2$. Rešitvi poenostavite. Zapišite točni rešitvi. Pri katerih vrednostih parametra $a \in \mathbb{R}$ ima enačba $x^2 - ax + a = 0$ eno samo rešitev?

(8 točk)

07. Katero kompleksno število z zadošča enačbi $(1-\mathrm{i})z = 3+4\mathrm{i}$? Zapišite $\operatorname{Re} z$ in $\operatorname{Im} z$ ter izračunajte $|z|$. Vrednost $|z|$ delno korenite.

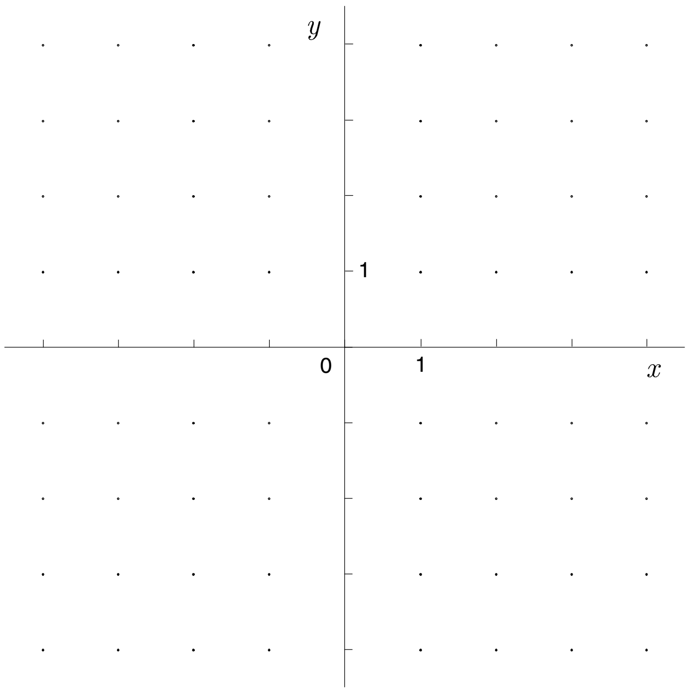
(7 točk)

08. V pravokotnem koordinatnem sistemu so dane točke $A(2,\ 1)$, $B(-2,\ 3)$ in $C(3,-2)$. Zapišite vektorja $\overrightarrow{AB}$ in $\overrightarrow{AC}$ s komponentami, izračunajte njun skalarni produkt in kot, ki ga oklepata.

(8 točk)

09. Zapišite enačbo elipse, ki ima središče v izhodišču koordinatnega sistema, eno od temen $T(0,\ 1)$ in eno od gorišč $F\left(\sqrt{3},\ 0\right)$. Narišite to elipso v dani koordinatni sistem.

(7 točk)



10. Poenostavite izraz $\log_2 a + \log_2 4a - \log_2 \sqrt{2} - \log_2 2a^2$, pri čemer je $a > 0$.

(7 točk)

11. V skupini je 10 deklet in 10 fantov. Od teh imajo 3 dekleta in 8 fantov vozniško dovoljenje. Naključno izberemo 1 fanta in 1 dekle. Izračunajte verjetnost, da ima vsaj eden od njiju vozniško dovoljenje.

(6 točk)

12. Izračunajte presečišče krivulj $y = \dfrac{2x^2 - 8}{x + 3}$ in $y = 2x - 1$ ter kot med njima.

(8 točk)

PRAZNA STRAN

PRAZNA STRAN