



Državni izpitni center



M 0 5 2 4 0 1 1 3

JESENSKI ROK

MATEMATIKA

Osnovna in višja raven

REŠITVE NALOG
IN NAVODILA ZA OCENJEVANJE

Ponedeljek, 29. avgust 2005

SPLOŠNA MATURA

IZPITNA POLA 1 – OSNOVNA IN VIŠJA RAVEN

01. Skupaj: 6 točk

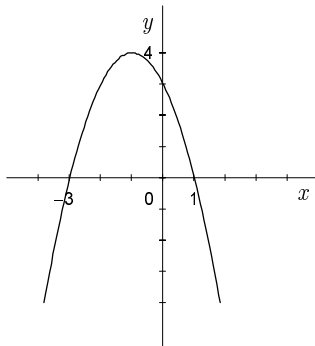
Zapisani enačbi $y = 2x + 2$ in $y = -x + 2$ 4 točke
 ($k_1 = 2$... 1 točka, $k_2 = -1$... 1 točka, $n = 2$... 1 točka. Kandidat, ki ni zapisal nobenega parametra, pozna pa obliko enačbe premice, npr. $y = kx + n$... 1 točka.)
 Izračunana ploščina $S = 3$ (*1+1) 2 točki

02. Skupaj: 8 točk

Izračun $\alpha = 99^\circ$ (*1+1) 2 točki
 Izračun $\beta = 45^\circ$ (*1+1) 2 točki
 Izračun $\gamma = 36^\circ$ (*1+1) 2 točki
 Izračun $|AB| = 6$ cm (*1+1) 2 točki

03. Skupaj: 8 točk

Izračunani ničli $x_1 = 1$, $x_2 = -3$ (1+1) 2 točki
 (Le formula za ničli ali pravilen razcep ... 1 točka.)
 Izračunano teme $T(-1, 4)$ (1+1) 2 točki
 Izračunano ali upoštevano na grafu $f(0) = 3$ 1 točka
 Narisan graf 1 točka



Zapisan interval padanja $(-1, \infty)$ ali $x > -1$ oz. $[-1, \infty)$ ali $x \geq -1$ (*1+1) 2 točki

04. Skupaj: 6 točk1. način

Ugotovitev, npr. $x_1 + x_2 = 2\sqrt{2}$ in $x_1x_2 = -2$ (2+2) 4 točke

(Le poznavanje formul ... (1+1) 2 točki.)

Rezultat 4 (*1+1) 2 točki

2. način

Rešitev enačbe, npr. $\frac{4 \pm 4\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}$ (1+1) 2 točki

(Le poznavanje formule ... 1 točka.)

Vsota, npr. $x_1 + x_2 = 2\sqrt{2}$ 1 točka

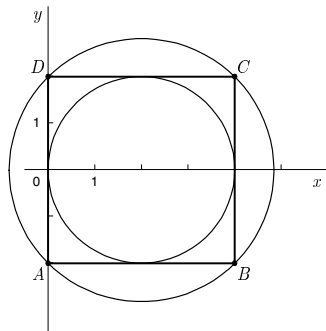
Produkt, npr. $x_1x_2 = -2$ 1 točka

Rezultat 4 (*1+1) 2 točki

(Če kandidat preoblikuje enačbo v enačbo $x^2 - 2\sqrt{2}x - 2 = 0$, točkujemo enako.)

05. Skupaj: 6 točk

Narisana vsa štiri oglišča..... 1 točka



Skicirani obe krožnici..... 1 točka

Zapisano ali upoštevano središče $S(2, 0)$ 1 točka

Zapisana ali upoštevana oba polmera $r_1 = 2$ in $r_2 = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$ 1 točka

Zapisani enačbi krožnic $(x - 2)^2 + y^2 = 4$ in $(x - 2)^2 + y^2 = 8$ (1+1) 2 točki

(Le splošna enačba krožnice ... 1 točka.)

06. Skupaj: 7 točk

Zapisani členi zaporedja 98, 96, 94 (dva pravilna člena ... 1 točka)..... 2 točki

Dokaz, da je zaporedje aritmetično, npr. razlika dveh zaporednih členov

je konstantna (*1+1) 2 točki

Izračunana vsota $s_{5000} = -24505000$ 3 točke

(Obrazec za vsoto ... 1 točka, $d = -2$ ali $a_{5000} = -9900$... 1 točka.)

07. Skupaj: 7 točk

- Izračunan kvadrat $-75 - 100i$ 2 točki
 (Le zapis $25 - 100i + 100i^2$... 1 točka.)
- Izračunano obratno število $\frac{2-i}{5}$ 2 točki
 (Le zapis $\frac{1}{2+i}$... 1 točka.)
- Krajšanje s 5 1 točka
- Izračunan produkt $-50 - 25i$ (1+1) 2 točki

08. Skupaj: 6 točk

- Izračunana ordinata točke $y = 1$ 1 točka
- Izračunan odvod $f'(x) = \frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}}$ 1 točka
- Upoštevana zveza $k_t = f'(-1)$ *1 točka
- Izračunan smerni koeficient $k_t = \frac{1}{3}$ 1 točka
- Zapisana enačba tangente, npr. $y = \frac{x}{3} + \frac{4}{3}$ 2 točki
 (Le splošna enačba premice ... 1 točka.)

09. Skupaj: 6 točk

- $S = \int_0^{\pi} (2x + 3 \cos x) dx$ 2 točki
- $[x^2 + 3 \sin x]_0^{\pi}$ (za nedoločeni integral vsakega člena po 1 točka) 2 točki
- Vstavljeni meji *1 točka
- Rezultat $S = \pi^2$ 1 točka

10. Skupaj: 6 točk

- Nastavek $65 \cdot 2^x - 1 = 2^x$ (le zapis $f(x) = g(x)$... 1 točka) 2 točki
- Ureditev, npr. $64 \cdot 2^x = 1$ 1 točka
- Prehod na enaki osnovi *1 točka
- Rešitev $x = -6$ 1 točka
- Presečišče $P\left(-6, \frac{1}{64}\right)$ (zadošča tudi $y = \frac{1}{64}$ ali $y = 2^{-6}$) 1 točka

11. Skupaj: 8 točk

Definicijsko območje, npr. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \pi + \frac{3k\pi}{2}; k \in \mathbb{Z} \right\}$ 3 točke

(Le nastavek, npr. $\cos\left(\frac{2x}{3} - \frac{\pi}{6}\right) = 0$... 1 točka, zapis $x = \pi + \frac{3k\pi}{2}$... 1 točka.)

Ničle, npr. $x = \frac{\pi}{4} + \frac{3k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$ 3 točke

(Le nastavek, npr. $\sin\left(\frac{2x}{3} - \frac{\pi}{6}\right) = 0$... 1 točka, zapis $\frac{2x}{3} - \frac{\pi}{6} = k\pi$... 1 točka.)

Presečišče z ordinatno osjo $T\left(0, -\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$ 2 točki

(Upoštevanje $x = 0$... 1 točka, upoštevamo tudi $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}$.)

12. Skupaj: 6 točk

Upoštevana distributivnost $\vec{a} \cdot (\vec{a} + \vec{b}) = \vec{a} \cdot \vec{a} + \vec{a} \cdot \vec{b}$ 1 točka

Izračun $\vec{a} \cdot \vec{a} = 51 - 15 = 36$ 1 točka

Rezultat $|\vec{a}| = 6$ 1 točka

Zapisana ali upoštevana definicija skalarnega produkta..... 1 točka

Vstavljeni podatki, npr. $15 = 6 \cdot |\vec{b}| \cdot \frac{1}{2}$ 1 točka

Rezultat $|\vec{b}| = 5$ 1 točka

IZPITNA POLA 2 – VIŠJA RAVEN

01. Skupaj: 15 točk

a) 5 točk

Izračunan odvod, npr. $f'(x) = \frac{x^2 - 2x - 3}{2(x-1)^2}$ 1 točka

Zapisan ali upoštevan pogoj $f'(x) = 0$ 1 točka

Zapisani abscisi ekstremov $x_1 = -1$, $x_2 = 3$ (1+1) 2 točki

Ekstrema sta: $T_1(-1, 0)$, $T_2(3, 4)$ *1 točka

b) 6 točk

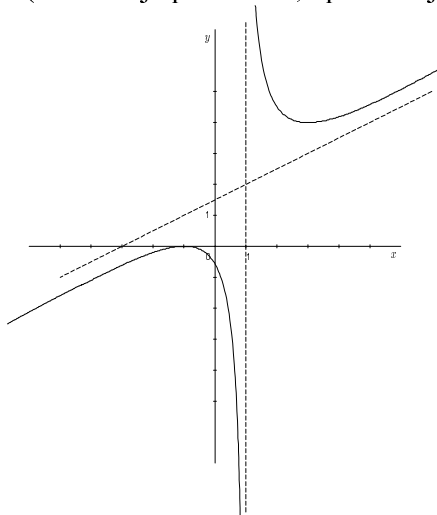
Ničla funkcije $x_{1,2} = -1$ 1 točka

Navpična asimptota $x = 1$ 1 točka

Poševna asimptota $y = \frac{x}{2} + \frac{3}{2}$ 1 točka

Narisan graf funkcije f (leva veja grafa mora potekati skozi $T\left(0, -\frac{1}{2}\right)$) 3 točke

(Vsaka veja po 1 točko, upoštevanje asimptot ... *1 točka.)



c) 4 točke

Zapisan funkcijski predpis, npr. $g(x) = \frac{x^2 + 4}{2x}$ (1+1) 2 točki

Ugotovljena enakost $g(-x) = -g(x)$ (*1+1) 2 točki

02. Skupaj: 13 točk

a) 2 točki

Izračun koordinat $A(0, 0)$ in $B(4, 0)$ (*1+1) 2 točki

b) 5 točk

Izračunana polmer $r = \sqrt{5}$ in kot $\varphi \doteq 126,87^\circ$ (ali $\varphi \doteq 2,21$ rd) (1+1) 2 točki

$S_\circ = \frac{\pi r^2 \varphi}{360^\circ} - S_{\Delta ASB} \doteq 3,5$ (ali $S_\circ = \frac{r^2 \varphi}{2} - S_{\Delta ASB} \doteq 3,5$) (*1+1+1) 3 točke

c) 3 točke1. način

$$k_t = -\frac{1}{k_{SB}} = 2 \dots\dots\dots (1+1) 2 \text{ točki}$$

2. način

$$2x + 2y \cdot y' - 4 - 2y' = 0 \dots\dots\dots 1 \text{ točka}$$

$$k_t = 2 \dots\dots\dots 1 \text{ točka}$$

$$\text{Enačba tangente } y = 2x - 8 \dots\dots\dots 1 \text{ točka}$$

d) 3 točke

$$\text{Zapis ali upoštevan pogoj } 2m^2 + 9m - 5 > 0 \dots\dots\dots 1 \text{ točka}$$

$$\text{Rezultat, npr. } \left(m > \frac{1}{2}\right) \vee (m < -5) \dots\dots\dots (1+1) 2 \text{ točki}$$

03. Skupaj: 12 točk**a) 5 točk**

$$\text{Število vseh izidov: } \binom{10}{4} = 210 \dots\dots\dots 1 \text{ točka}$$

$$\text{Verjetnost dogodka } A: P(A) = \frac{\binom{5}{4}}{\binom{10}{4}} = \frac{5}{210} = \frac{1}{42} \dots\dots\dots 1 \text{ točka}$$

$$\text{Verjetnost dogodka } B: P(B) = \frac{\binom{5}{2} \cdot \binom{3}{2}}{\binom{10}{4}} = \frac{30}{210} = \frac{1}{7} \dots\dots\dots 1 \text{ točka}$$

1. način

$$\text{Verjetnost dogodka } C': P(C') = \frac{\binom{8}{4}}{\binom{10}{4}} = \frac{70}{210} = \frac{1}{3} \dots\dots\dots 1 \text{ točka}$$

$$\text{Verjetnost dogodka } C: P(C) = 1 - P(C') = \frac{2}{3} \dots\dots\dots 1 \text{ točka}$$

2. način

$$\text{Število izidov, ugodnih za dogodek } C: \binom{2}{1} \cdot \binom{8}{3} + \binom{2}{2} \cdot \binom{8}{2} = 2 \cdot 56 + 1 \cdot 28 = 140 \dots\dots\dots 1 \text{ točka}$$

$$\text{Verjetnost dogodka } C: P(C) = \frac{140}{210} = \frac{2}{3} \dots\dots\dots 1 \text{ točka}$$

b) 5 točk1. način

D – dogodek, da sta obe izvlečeni kroglici modri

E – dogodek, da je vsaj ena izvlečena kroglica modra

Število vseh izidov: $\binom{10}{2} = 45$ 1 točkaVerjetnost dogodka D : $P(D) = \frac{\binom{3}{2}}{45} = \frac{3}{45} = \frac{1}{15}$ 1 točkaVerjetnost dogodka E' : $P(E') = \frac{\binom{7}{2}}{45} = \frac{21}{45} = \frac{7}{15}$ 1 točkaVerjetnost dogodka E : $P(E) = 1 - P(E') = \frac{8}{15}$ 1 točkaIzračun pogojne verjetnosti: $P(D/E) = \frac{P(D \cap E)}{P(E)} = \frac{P(D)}{P(E)} = \frac{1}{8}$ 1 točka2. način

Število izidov, da je vsaj ena izvlečena kroglica modra (število vseh izidov pri pogoju, da je

vsaj ena kroglica modra): $\binom{10}{2} - \binom{7}{2} = 45 - 21 = 24$ (1+1+1) 3 točkeŠtevilo izidov, da sta obe kroglici modri: $\binom{3}{2} = 3$ 1 točkaIzračun verjetnosti: $\frac{3}{24} = \frac{1}{8}$ 1 točka**c) 2 točki**1. način (kroglice iste barve razlikujemo)Število ugodnih izidov: $3! \cdot 8! = 6 \cdot 40320 = 241920$ 1 točkaIzračun verjetnosti: $\frac{3! \cdot 8!}{10!} = \frac{1}{15}$ 1 točka2. način (kroglic iste barve ne razlikujemo)Število ugodnih izidov: $\frac{8!}{5! \cdot 1! \cdot 2!}$ 1 točkaIzračun verjetnosti: $\frac{\frac{8!}{5! \cdot 1! \cdot 2!}}{\frac{10!}{5! \cdot 3! \cdot 2!}} = \frac{1}{15}$ 1 točka