



Šifra kandidata:  
A jelölt kódszáma:

Državni izpitni center



JESENSKI ROK  
ŐSZI IDŐSZAK

# MATEMATIKA

≡ Izpitna pola 2 ≡  
2. feladatlap  
Višja raven  
Emelt szint

**Ponedeljek, 29. avgust 2005 / 90 minut**  
**2005. augusztus 29., hétfő / 90 perc**

*Dovoljeno dodatno gradivo in pripomočki:  
kandidat prinese s seboj nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko,  
žepni računalnik brez grafičnega zaslona in brez možnosti simboličnega računanja,  
šestilo in 2 trikotnika, lahko tudi ravnilo.  
Kandidat dobi dva ocenjevalna obrazca in dva konceptna lista.*

*Engedélyezett segédeszközök: a jelölt töltőtollat vagy golyóstollat, ceruzát,  
radírt, csak műveleteket végző zsebszámológépet, körzőt és 2  
háromszögvonalzót vagy vonalzót hoz magával.  
A jelölt két értékelőlapot és két vázlatlapot is kap.*

**SPLOŠNA MATURA**  
**ÁLTALÁNOS ÉRETTSÉGI VIZSGA**

Navodila kandidatu so na naslednji strani.  
A jelöltnek szóló útmutató a következő oldalon olvasható.

*Ta pola ima 16 strani, od tega 3 rezervne.  
A feladatlap terjedelme 16 oldal, ebből 3 tartalék.*

## NAVODILA KANDIDATU

**Pazljivo preberite ta navodila. Ne izpuščajte ničesar!**

**Ne obračajte strani in ne začenjajte reševati nalog, dokler Vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.**

Prilepite kodo oziroma vpišite svojo šifro (v okvirček desno zgoraj na prvi strani in na ocenjevalna obrazca).

V tej izpitni poli so 3 strukturirane naloge. Rešujte vse naloge. Naloge rešujte pod besedilom naloge in na naslednji strani. Strani 12, 13 in 14 so rezervne. Uporabite jih le, če Vam zmanjka prostora. Nedvoumno označite, katere naloge ste reševali na teh straneh. **Drugih konceptnih listov ocenjevalci ne bodo pregledovali.**

Pišite z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom. **Če se zmotite, napisano prečrtajte.** Grafe funkcij rišite s svinčnikom. Pazite, da bo Vaš izdelek pregleden in čitljiv. Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vmesnimi računi in sklepi.

Na strani 4 in 5 je standardna zbirka zahtevnejših formul, ki jih ni treba znati na pamet. Morda si boste s katero med njimi pomagali.

**Naloge, pisane z navadnim svinčnikom, nejasne in nečitljive rešitve se točkujejo z nič (0) točkami. Če ste nalogo reševali na več načinov, nedvoumno označite, katero rešitev naj ocenjevalec točkuje.**

Vsako nalogo skrbno preberite. Rešujte premišljeno. Zaupajte vase in v svoje sposobnosti.

Število točk, ki jih lahko dosežete, je 40

Želimo Vam veliko uspeha.

## ÚTMUTATÓ A JELÖLTNEK

**Figyelmesen olvassa el ezt az útmutatót! Semmit se hagyjon ki!**

**Ne lapozzon, és ne kezdjen a feladatok megoldásába, amíg ezt a felügyelő tanár nem engedélyezi!**

Ragassza vagy írja be kódszámát (a feladatlap első oldalának jobb felső sarkában levő keretbe és az értékelőlapokra)!

Ez a feladatlap 3 strukturált feladatot tartalmaz. Mindegyiket oldja meg! A megoldást a szöveg alá és a következő oldalra írja! A 12., 13. és a 14. oldal tartalék. Csak abban az esetben írjon oda, ha másutt már nincs hely! Egyértelműen jelölje meg, melyik feladatokat oldotta meg ezeken az oldalakon!

**Az értékelők a vázlatlapokat nem nézik át.**

Töltőtollal vagy golyóstollal írjon! **A rossz válaszait húzza át!** A függvénygrafikonokat ceruzával rajzolja be! Ügyeljen arra, hogy munkája áttekinthető és olvasható legyen! A feladat megoldásának világosan és korrekten kell mutatnia az eredményhez vezető utat, a közbeeső számításokkal és következtetésekkel együtt.

A 4. és 5. oldalon található azon képletek standard gyűjteménye, amelyeket nem kell fejből tudnia, de amelyeknek egy része talán segítségére lehet a feladatok megoldásában.

**A ceruzával írt, valamint a zavaros és olvashatatlan válaszokat nulla (0) ponttal értékeljük. Ha a feladatot többféleképpen oldotta meg, egyértelműen jelölje, melyik megoldást értékeljük!**

Figyelmesen olvassa el mindegyik feladatot, majd megfontoltan oldja meg őket! Bízson önmagában és képességeiben!

Összesen 40 pont érhető el.

Eredményes munkát kívánunk.



## Formule

- $a^{2n+1} + b^{2n+1} = (a + b)(a^{2n} - a^{2n-1}b + a^{2n-2}b^2 - \dots + a^2b^{2n-2} - ab^{2n-1} + b^{2n})$
- Evklidov in višinski izrek v pravokotnem trikotniku:  $a^2 = ca_1$ ,  $b^2 = cb_1$ ,  $v_c^2 = a_1b_1$
- Polmera trikotniku očrtanega in včrtanega kroga:  $R = \frac{abc}{4S}$ ,  $r = \frac{S}{s}$ ,  $s = \frac{a + b + c}{2}$
- Kotne funkcije polovičnih kotov:  

$$\sin \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}} ; \cos \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2}} ; \operatorname{tg} \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$$
- Kotne funkcije trojnih kotov:  

$$\sin 3x = 3 \sin x - 4 \sin^3 x, \cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$$
- Adicijski izrek:  

$$\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\cos(x + y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\operatorname{tg}(x + y) = \frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y}{1 - \operatorname{tg} x \operatorname{tg} y}$$
- Faktorizacija:  

$$\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x + y}{2} \cos \frac{x - y}{2}, \sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x + y}{2} \sin \frac{x - y}{2}$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x + y}{2} \cos \frac{x - y}{2}, \cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x + y}{2} \sin \frac{x - y}{2}$$

$$\operatorname{tg} x \pm \operatorname{tg} y = \frac{\sin(x \pm y)}{\cos x \cos y}, \operatorname{ctg} x \pm \operatorname{ctg} y = \frac{\sin(y \pm x)}{\sin x \sin y}$$
- Razčlenitev produkta kotnih funkcij:  

$$\sin x \sin y = -\frac{1}{2}[\cos(x + y) - \cos(x - y)];$$

$$\cos x \cos y = \frac{1}{2}[\cos(x + y) + \cos(x - y)];$$

$$\sin x \cos y = \frac{1}{2}[\sin(x + y) + \sin(x - y)]$$
- Razdalja točke  $T_0(x_0, y_0)$  od premice  $ax + by - c = 0$ :  

$$d(T_0, p) = \left| \frac{ax_0 + by_0 - c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right|$$
- Ploščina trikotnika z oglišči  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$ ,  $C(x_3, y_3)$ :  

$$S = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$$
- Elipsa:  $e^2 = a^2 - b^2$ ,  $\varepsilon = \frac{c}{a}$ ;  $a > b$
- Hiperbola:  $e^2 = a^2 + b^2$ ,  $\varepsilon = \frac{c}{a}$ ,  $a$  je realna polos.
- Parabola:  $y^2 = 2px$ , gorišče  $G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$
- Integrala:  

$$\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + C, \int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \operatorname{arc} \sin \frac{x}{a} + C$$

## Képletek

- $a^{2n+1} + b^{2n+1} = (a + b)(a^{2n} - a^{2n-1}b + a^{2n-2}b^2 - \dots + a^2b^{2n-2} - ab^{2n-1} + b^{2n})$
- *A derékszögű háromszög magasságtétele és befogótétele:*  $a^2 = ca_1$ ,  $b^2 = cb_1$ ,  $v_c^2 = a_1b_1$
- *A háromszög köré írt kör és a háromszögbe írt kör sugara:*  $R = \frac{abc}{4S}$ ,  $r = \frac{S}{s}$ ,  $s = \frac{a+b+c}{2}$
- *A félszögek szögfüggvényei:*  
 $\sin \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}}$ ;  $\cos \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2}}$ ;  $\operatorname{tg} \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$
- *A szög háromszorosának szögfüggvényei:*  
 $\sin 3x = 3 \sin x - 4 \sin^3 x$ ,  $\cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$
- *Addíciós tételek:*  
 $\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$   
 $\cos(x + y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$   
 $\operatorname{tg}(x + y) = \frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y}{1 - \operatorname{tg} x \operatorname{tg} y}$
- *Tényezőkre bontás:*  
 $\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$ ,  $\sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$   
 $\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$ ,  $\cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$   
 $\operatorname{tg} x \pm \operatorname{tg} y = \frac{\sin(x \pm y)}{\cos x \cos y}$ ,  $\operatorname{ctg} x \pm \operatorname{ctg} y = \frac{\sin(y \pm x)}{\sin x \sin y}$
- *A szögfüggvények szorzatának felbontása:*  
 $\sin x \sin y = -\frac{1}{2}[\cos(x + y) - \cos(x - y)]$ ;  
 $\cos x \cos y = \frac{1}{2}[\cos(x + y) + \cos(x - y)]$ ;  
 $\sin x \cos y = \frac{1}{2}[\sin(x + y) + \sin(x - y)]$
- *A  $T_0(x_0, y_0)$  pont távolsága az  $ax + by - c = 0$  egyenestől:*  

$$d(T_0, p) = \left| \frac{ax_0 + by_0 - c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right|$$
- *Az  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$ ,  $C(x_3, y_3)$  csúcsú háromszög területe:*  

$$S = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$$
- *Ellipszis:*  $e^2 = a^2 - b^2$ ,  $\varepsilon = \frac{c}{a}$ ;  $a > b$
- *Hiperbola:*  $e^2 = a^2 + b^2$ ,  $\varepsilon = \frac{c}{a}$ , az a valós féltengely
- *Parabola:*  $y^2 = 2px$ , fókuszpont  $G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$
- *Integrálok:*  
 $\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + C$ ,  $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \operatorname{arc} \sin \frac{x}{a} + C$

01. Dana je funkcija  $f(x) = \frac{(x+1)^2}{2x-2}$ .

Adott az  $f(x) = \frac{(x+1)^2}{2x-2}$  függvény.

a) Izračunajte lokalna ekstrema funkcije  $f$ .

*Számítsa ki az  $f$  függvény helyi extrémumait!*

(5 točk/pont)

b) Izračunajte ničle, pole in asimptote ter narišite graf funkcije  $f$ .

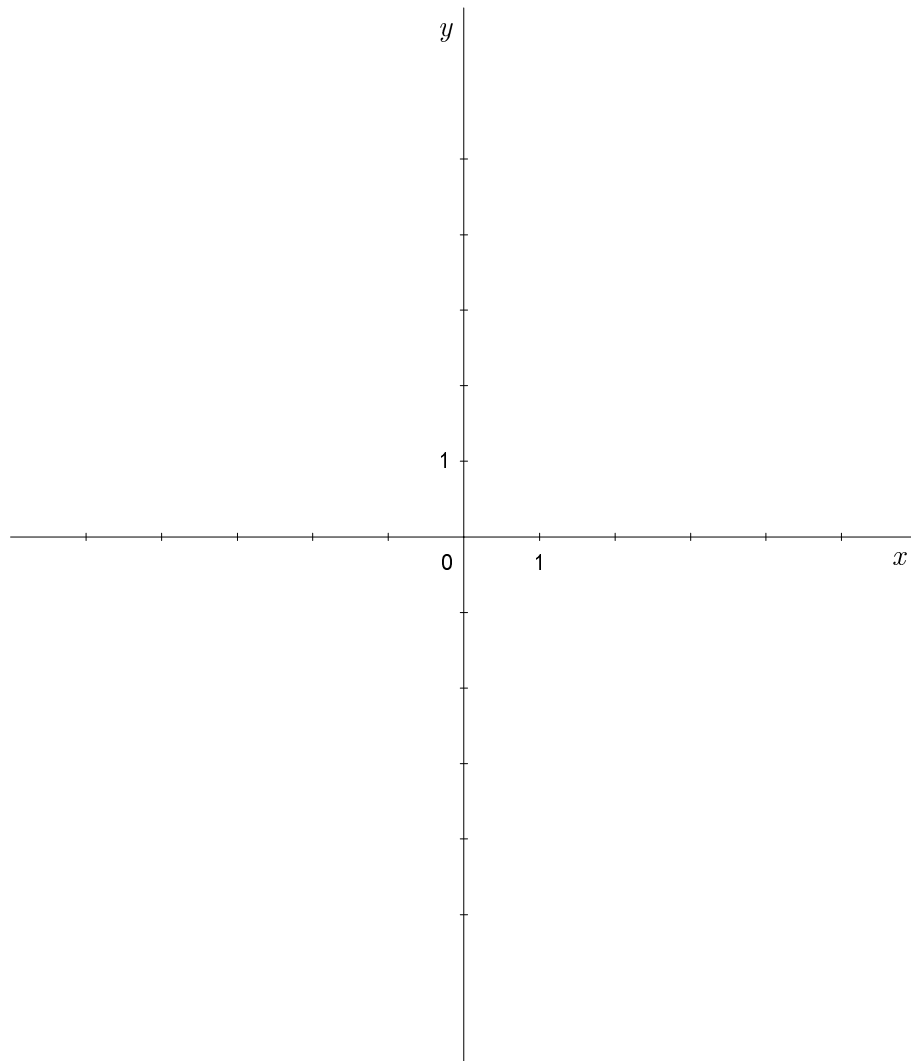
*Számítsa ki az  $f$  függvény zérushelyeit, pólusait és aszimptotáit, majd rajzolja meg a függvény grafikonját!*

(6 točk/pont)

c) Dokažite, da je funkcija  $g(x) = f(x+1) - 2$  liha.

*Bizonyítsa be, hogy a  $g(x) = f(x+1) - 2$  függvény páratlan!*

(4 točke/pont)





02. Krožnica  $\mathcal{K}$  z enačbo  $x^2 + y^2 - 4x - 2y = 0$  seka os  $x$  v dveh točkah. Levo presečišče označimo z  $A$ , desno pa z  $B$ .

*Az  $x^2 + y^2 - 4x - 2y = 0$  egyenletű  $\mathcal{K}$  kör az  $x$ -tengelyt két pontban metszi. A bal oldali metszéspontot  $A$ -val jelöljük, a jobb oldalt pedig  $B$ -vel.*

- a) Izračunajte koordinate točk  $A$  in  $B$ .

*Számítsa ki az  $A$  és a  $B$  pontok koordinátáit!*

*(2 točki/pont)*

- b) Izračunajte ploščino manjšega krožnega odseka, ki ga od kroga odreže tetiva  $AB$ . Rezultat zaokrožite na dve mesti.

*Számítsa ki az  $AB$  húr által keletkezett két körszelet közül a kisebbik területet! Az eredményt kerekítse két tizedeshelyre!*

*(5 točk/pont)*

- c) Napišite enačbo tangente na krožnico  $\mathcal{K}$  v desnem presečišču  $B$  z osjo  $x$ .

*Írja fel a kör azon érintőjének az egyenletét, amely az  $x$ -tengellyel való jobb oldali  $B$  metszéspontban van!*

*(3 točke/pont)*

- d) Za katera realna števila  $m$  enačba  $x^2 + y^2 - 4x - 2y - 2m^2 - 9m + 10 = 0$  predstavlja krožnico?

*Melyik  $m$  valós számokra nézve jelent az  $x^2 + y^2 - 4x - 2y - 2m^2 - 9m + 10 = 0$  egyenlet egy kört?*

*(3 točke/pont)*





03. V posodi imamo 10 kroglic: 5 rdečih, 3 modre in 2 beli.

*Egy edényben 10 golyó van: 5 piros, 3 kék és 2 fehér.*

a) Iz posode naključno izvlečemo hkrati 4 kroglice.

Izračunajte verjetnosti dogodkov:

A – vse izvlečene kroglice so rdeče barve,

B – dve izvlečeni kroglici sta rdeči, dve pa modri,

C – vsaj ena izvlečena kroglica je bela.

*Az edényből taláalomra véletlenül 4 golyót veszünk ki egyszerre.*

*Számítsa ki az alábbi események valószínűségét:*

*A – a kivett golyók mind piros színűek,*

*B – két kivett golyó piros, kettő pedig kék,*

*C – legalább egy kivett golyó fehér.*

*(5 točk/pont)*

b) Iz posode naključno izvlečemo hkrati 2 kroglici.

Izračunajte verjetnost dogodka, da sta obe izvlečeni kroglici modri, če vemo, da je vsaj ena od njiju modra.

*Az edényből taláalomra véletlenül kivesszünk egyszerre 2 golyót.*

*Számítsa ki azon esemény valószínűségét, hogy mindkét kivett golyó kék, ha tudjuk, hogy legalább az egyikük kék!*

*(5 točk/pont)*

c) Iz posode izvlečemo vse kroglice in jih naključno postavimo v vrsto.

Izračunajte verjetnost dogodka, da stojijo v vrsti vse tri modre kroglice skupaj.

*Az edényből kivesszük az összes golyót, majd taláalomra sorba állítjuk őket.*

*Számítsa ki azon esemény valószínűségét, hogy a sorban mind a három kék golyó együtt van!*

*(2 točki/pont)*



REZERVNA STRAN  
*TARTALÉKOLDAL*

REZERVNA STRAN  
*TARTALÉKOLDAL*

REZERVNA STRAN  
*TARTALÉKOLDAL*

PRAZNA STRAN  
*ÜRES OLDAL*

PRAZNA STRAN  
*ÜRES OLDAL*