



Šifra kandidata:

Državni izpitni center



SPOMLADANSKI ROK

MATEMATIKA

Izpitna pola 1

Osnovna raven

Četrtek, 1. junij 2006 / 120 minut

*Dovoljeno dodatno gradivo in pripomočki:
kandidat prinese s seboj nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko, žepni računalnik
brez grafičnega zaslona in brez možnosti simboličnega računanja, šestilo in 2 trikotnika, lahko tudi ravnilo.
Kandidat dobi dva ocenjevalna obrazca in dva konceptna lista.*

SPLOŠNA MATURA

NAVODILA KANDIDATU

Pazljivo preberite ta navodila. Ne izpuščajte ničesar!

Ne obračajte strani in ne začenjajte reševati nalog, dokler Vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.

Prilepite kodo oziroma vpišite svojo šifro (v okvirček desno zgoraj na tej strani in na ocenjevalna obrazca).

V tej izpitni poli je 12 nalog, rešujete vse, in sicer na strani, kjer je besedilo naloge. **Ocenjevalci ne bodo pregledovali konceptnih listov.**

Pišite z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom. **Če se zmotite, napisano prečrtajte.** Grafe funkcij rišite s svinčnikom. Pazite, da bo Vaš izdelek pregleden in čitljiv. Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vmesnimi računi in sklepi.

Na strani 2 je standardna zbirka zahtevnejših formul, ki jih ni treba znati na pamet. Morda si boste s katero med njimi pomagali.

Rešitev nalog v izpitni poli ni dovoljeno zapisovati z navadnim svinčnikom. Če ste nalogo reševali na več načinov, nedvoumno označite, katero rešitev naj ocenjevalec točkuje.

Vsako nalogo skrbno preberite. Rešujte premišljeno. Zaupajte vase in v svoje sposobnosti.

Število točk, ki jih lahko dosežete, je 80.

Želimo vam veliko uspeha.

Ta pola ima 16 strani, od tega 2 prazni.

Formule

- $a^{2n+1} + b^{2n+1} = (a + b)(a^{2n} - a^{2n-1}b + a^{2n-2}b^2 - \dots + a^2b^{2n-2} - ab^{2n-1} + b^{2n})$
- Evklidov in višinski izrek v pravokotnem trikotniku: $a^2 = ca_1$, $b^2 = cb_1$, $v_c^2 = a_1b_1$
- Polmera trikotniku očrtanega in včrtanega kroga: $R = \frac{abc}{4S}$, $r = \frac{S}{s}$, $s = \frac{a + b + c}{2}$
- Kotne funkcije polovičnih kotov:

$$\sin \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}} ; \cos \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2}} ; \operatorname{tg} \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$$
- Kotne funkcije trojnih kotov:

$$\sin 3x = 3 \sin x - 4 \sin^3 x, \cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$$
- Adicijski izrek:

$$\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\cos(x + y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\operatorname{tg}(x + y) = \frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y}{1 - \operatorname{tg} x \operatorname{tg} y}$$
- Faktorizacija:

$$\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x + y}{2} \cos \frac{x - y}{2}, \sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x + y}{2} \sin \frac{x - y}{2}$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x + y}{2} \cos \frac{x - y}{2}, \cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x + y}{2} \sin \frac{x - y}{2}$$

$$\operatorname{tg} x \pm \operatorname{tg} y = \frac{\sin(x \pm y)}{\cos x \cos y}, \operatorname{ctg} x \pm \operatorname{ctg} y = \frac{\sin(y \pm x)}{\sin x \sin y}$$
- Razčlenitev produkta kotnih funkcij:

$$\sin x \sin y = -\frac{1}{2} [\cos(x + y) - \cos(x - y)]$$

$$\cos x \cos y = \frac{1}{2} [\cos(x + y) + \cos(x - y)]$$

$$\sin x \cos y = \frac{1}{2} [\sin(x + y) + \sin(x - y)]$$
- Razdalja točke $T_0(x_0, y_0)$ od premice $ax + by - c = 0$:

$$d(T_0, p) = \left| \frac{ax_0 + by_0 - c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right|$$
- Ploščina trikotnika z oglišči $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$:

$$S = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$$
- Elipsa: $e^2 = a^2 - b^2$, $\varepsilon = \frac{c}{a}$; $a > b$
- Hiperbola: $e^2 = a^2 + b^2$, $\varepsilon = \frac{c}{a}$, a je realna polos
- Parabola: $y^2 = 2px$, gorišče $G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$
- Integrala:

$$\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + C, \int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \operatorname{arc} \sin \frac{x}{a} + C$$

01. Rešite enačbe:

a) $4^x = \frac{1}{2}$

b) $\log_4 x = \frac{1}{2}$

c) $\cos x = \frac{1}{2}$

(7 točk)

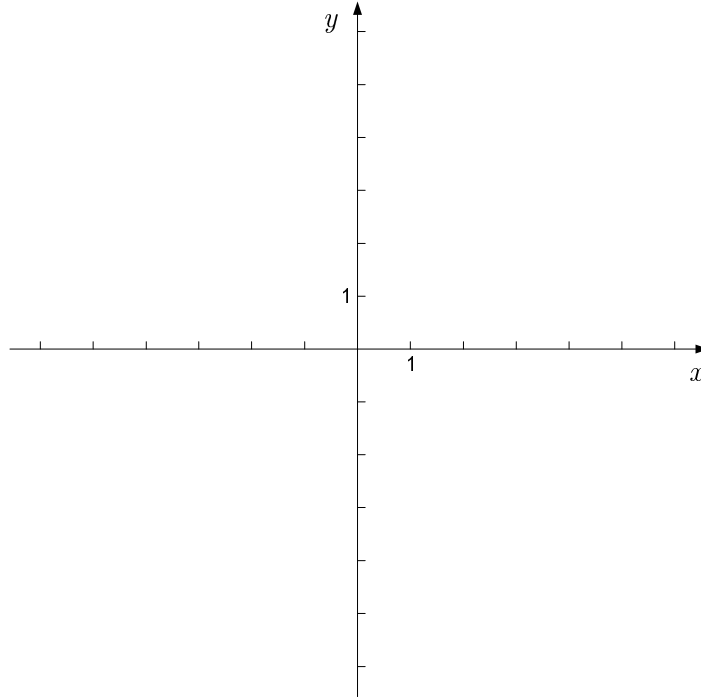
02. V spodnjih treh vrsticah imamo zapisane člene treh aritmetičnih zaporedij. V prazne okvirčke zapišite manjkajoče člene teh zaporedij. Na koncu vsake vrstice zapišite diferenco d zaporedja te vrstice.

(7 točk)

$$\begin{array}{cccccc} 2, & 5, & 8, & 11, & \square & \dots & d = \square \\ -5, & \square, & 3, & 7, & 11 & \dots & d = \square \\ 11, & \square, & 1, & \square, & -9 & \dots & d = \square \end{array}$$

03. Narišite graf funkcije $f(x) = \frac{2x-1}{x+2}$. Zapišite ničlo, pol, vodoravno asimptoto in presečišče grafa z ordinatno osjo.

(6 točk)

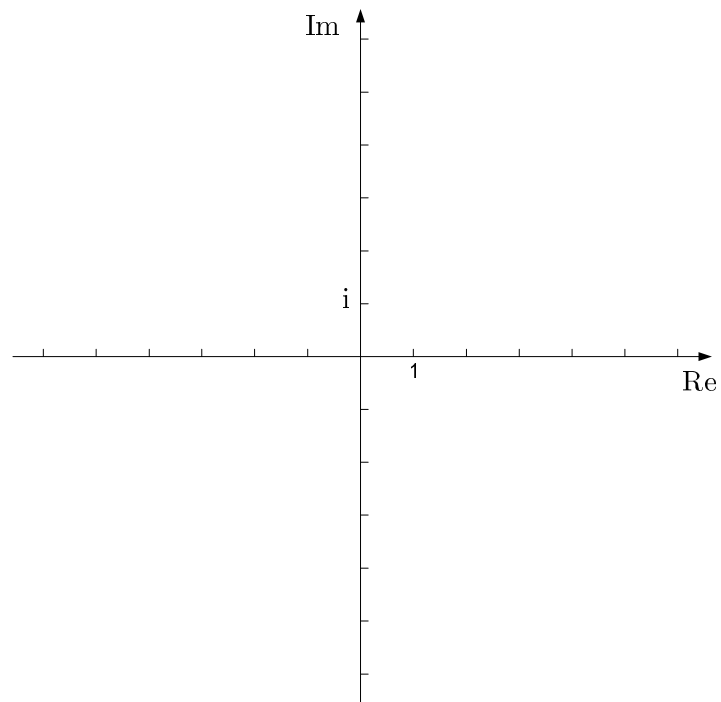


04. Izračunajte določeni integral $\int_0^{\frac{\pi}{6}} (6 \cos x + 1) dx$. Zapišite točen rezultat.

(7 točk)

05. Narišite število $z = 10i^{2006} (1 - 2i)^{-1}$ v kompleksni ravnini.

(8 točk)



06. Zapišite enačbi tistih dveh tangent na graf funkcije $f(x) = x^3 - x$, ki sta vzporedni premici $2x - y - 3 = 0$.

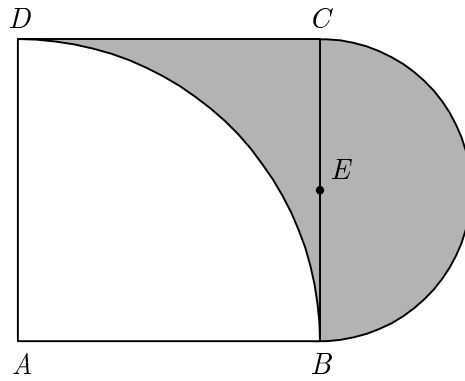
(8 točk)

07. Marko je v cvetličarni za nakup 7 vrtnic in 3 orhidej plačal 4700 SIT . Sandi je v isti cvetličarni za nakup 3 vrtnic in 5 orhidej plačal 4800 SIT . Koliko stane ena vrtnica in koliko ena orhideja?

(5 točk)

08. Stranica a kvadrata $ABCD$ meri 4 enote. Narisana sta dva krožna loka (glejte sliko). En krožni lok ima središče v točki A , drugi pa v razpolovišču E stranice BC . Izračunajte natančno ploščino osenčenega lika na sliki.

(6 točk)



09. Črke imena HUBERT naključno razporedimo v ravno vrsto, vsako črko uporabimo natanko enkrat. Izračunajte verjetnost dogodkov:

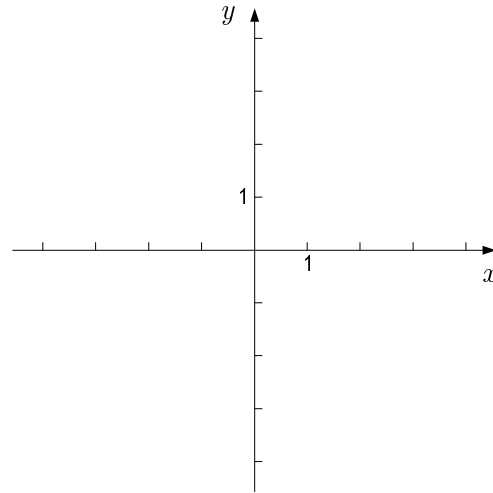
A – sestavljena beseda se začne s črko T in

B – sestavili smo besedo TREBUH.

(5 točk)

10. Funkcija f je dana s predpisom $f(x) = \begin{cases} 1; & x \leq 1 \\ x; & x > 1 \end{cases}$. Narišite graf in izračunajte ploščino lika med grafom in abscisno osjo na intervalu $[0, 2]$.

(8 točk)



11. Dana sta vektorja $\vec{a} = (2, -1, 3)$ in $\vec{b} = (1, -2, 5)$. Izračunajte njun skalarni produkt. Izračunajte vektor $\vec{x} = 2\vec{a} - \vec{b}$. Izračunajte točno vrednost dolžine vektorja \vec{x} .

(6 točk)

12. Kvadratna funkcija ima vodilni koeficient $a = 1$, eno od ničel $x_1 = 3$ in ekstremno vrednost za $x = 1$. Zapišite to funkcijo.

(7 točk)

PRAZNA STRAN

PRAZNA STRAN