



Državni izpitni center



SPOMLADANSKI ROK

MATEMATIKA

Osnovna in višja raven

REŠITVE NALOG
IN NAVODILA ZA OCENJEVANJE

Četrtek, 1. junij 2006

SPLOŠNA MATURA

IZPITNA POLA 1 – OSNOVNA IN VIŠJA RAVEN

01. Skupaj: 7 točk

Rešitev prve enačbe $x = -\frac{1}{2}$ 2 točki

(Le zapis $2^{2x} = 2^{-1}$ ali $x \log 4 = \log \frac{1}{2}$... 1 točka.)

Rešitev druge enačbe $x = 2$ 2 točki

(Le zapis $4^{\frac{1}{2}} = x$... 1 točka.)

Rešitev tretje enačbe, npr. $x_1 = \frac{\pi}{3} + 2k\pi$, $x_2 = -\frac{\pi}{3} + 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$ (2+1) 3 točke

(Le $x_1 = \frac{\pi}{3}$ in $x_2 = -\frac{\pi}{3}$... 1 točka.)

Če kandidat ne izračuna $\arccos \frac{1}{2} = \frac{\pi}{3}$, izgubi 1 točko. Če kandidat nikjer ne zapiše $k \in \mathbb{Z}$, izgubi 1 točko.

02. Skupaj: 7 točk

Prvo zaporedje 2, 5, 8, 11, 14 ... $d = 3$ (1+1) 2 točki

Drugo zaporedje -5, -1, 3, 7, 11 ... $d = 4$ (1+1) 2 točki

Tretje zaporedje 11, 6, 1, -4, -9 ... $d = -5$ (1+1+1) 3 točke

03. Skupaj: 6 točk

Napisana ničla: $x = \frac{1}{2}$ (zadošča tudi zapisana na x osi)..... 1 točka

Napisan pol: $x = -2$ (zadošča tudi narisana in zapisana navpična asimptota)..... 1 točka

Napisana vodoravna asimptota: $y = 2$ 1 točka

Izračunano presečišče $N(0, -\frac{1}{2})$ (zadošča tudi $f(0) = y = -\frac{1}{2}$ ali

zapisano ob y osi)..... 1 točka

Narisan graf..... (*1+1) 2 točki

(Kandidat, ki je pravilno narisal eno vejo, dobi 1 točko od zadnjih 2 točk.)

04. Skupaj: 7 točk

Izračunan nedoločeni integral $6 \sin x + x + C$ (lahko tudi brez konstante C)(2+1) 3 točke

(Za nepravilno izračunan prvi integral $-6 \sin x$ dobi 1 točko od prvih 2 točk.)

Pravilno vstavljeni meji..... (*1+1) 2 točki

Rezultat $3 + \frac{\pi}{6}$ (1+1) 2 točki

Če kandidat zapisan točen rezultat pravilno zaokroži, tega ne štejemo kot pokvarjen rezultat.

05. Skupaj: 8 točk

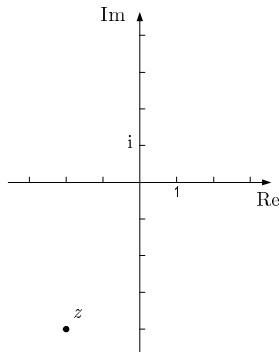
Izračun $i^{2006} = i^2 = -1$ (prehod na $i^2 \dots$ 1 točka, zapisano $i^2 = -1 \dots$ 1 točka) 2 točki

Upoštevanje $(1 - 2i)^{-1} = \frac{1}{1 - 2i}$ 1 točka

Deljenje $\frac{1}{1 - 2i} = \frac{1 + 2i}{5}$ (*1+1) 2 točki

Izračun $z = -2 - 4i$ 1 točka

Slika z v kompleksni ravnini (točka ali vektor)



..... (*1+1) 2 točki

06. Skupaj: 8 točk

Ugotovitev ali upoštevanje $k_t = 2$ 1 točka

Izračun odvoda $y' = 3x^2 - 1$ 1 točka

Nastavek $3x^2 - 1 = 2$ (zapis $f'(x) = 2$ ne zadošča)..... *1 točka

Izračun $x_1 = 1$ in $x_2 = -1$ (1+1) 2 točki

Izračun $f(x_1) = f(x_2) = 0$ 1 točka

Zapis tangent, npr. $y = 2x - 2$ in $y = 2x + 2$ (1+1) 2 točki

(Le poznavanje splošne enačbe premice ... 1 točka.)

07. Skupaj: 5 točk

Zapisan sistem enačb (x je cena ene vrtnice, y je cena ene orhideje),

$$7x + 3y = 4700$$

npr. (1+1) 2 točki

$$3x + 5y = 4800$$

Reševanje sistema – uporaba ustrezne metode *1 točka

Odgovor, npr. »Vrtnica stane 350 SIT, orhideja pa 750 SIT.« (1+1) 2 točki

08. Skupaj: 6 točk

Ploščina $S = a^2 - \frac{\pi r_1^2}{4} + \frac{\pi r_2^2}{2}$ (1+1+1) 3 točke

Ugotovitev, npr. $r_1 = a$ in $r_2 = \frac{a}{2}$ (1+1) 2 točki

Ploščina $S = 16 - 2\pi$ 1 točka

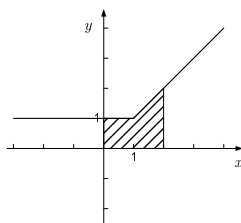
Če kandidat zapisan točen rezultat pravilno zaokroži, tega ne štejemo kot pokvarjen rezultat.

09. Skupaj: 5 točk

- Število vseh besed $n = 6! = 720$ 1 točka
 Število ugodnih dogodkov za A, npr. $m = 1 \cdot 5! = 120$ *1 točka
 Verjetnost dogodka A je npr. $P(A) = \frac{1}{6}$ 1 točka
 Število ugodnih dogodkov za B, npr. $m = 1$ 1 točka
 Verjetnost dogodka B je npr. $P(B) = \frac{1}{720}$ 1 točka

10. Skupaj: 8 točk

Graf



(vsaka veja ... 1 točka, končni graf ... 1 točka).....3 točke

1. način

- Razdelitev lika *1 točka
 Ploščina kvadrata ali pravokotnika 1 točka
 Ploščina trapeza ali trikotnika (*1+1) 2 točki
 Ploščina lika $S = \frac{5}{2}$ 1 točka

2. način

- Nastavek, npr. $S = \int_0^1 dx + \int_1^2 x dx$ (*1+1) 2 točki
 Izračun integralov (*1+1) 2 točki
 Ploščina lika $S = \frac{5}{2}$ 1 točka

11. Skupaj: 6 točk

- Zapis ali uporaba formule $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3$ *1 točka
 Skalarni produkt $\vec{a} \cdot \vec{b} = 19$ 1 točka
 Izračun $\vec{x} = (3, 0, 1)$ (*1+1) 2 točki
 Dolžina $|\vec{x}| = \sqrt{10}$ (*1+1) 2 točki

12. Skupaj: 7 točk1. način

Zapis ali uporaba formule $f(x) = a(x - r)^2 + d$ 1 točka

Zapis $f(x) = 1(x - 1)^2 + d$ oz. upoštevanje $r = 1$ in $a = 1$ (1+1) 2 točki

Upoštevanje definicije ničle, npr. $f(3) = 0$ in nastavek enačbe za d (*1+1) 2 točki

Izračun $d = -4$ 1 točka

Rešitev, npr. $f(x) = (x - 1)^2 - 4$ ali $f(x) = x^2 - 2x - 3$ ali $f(x) = (x - 3)(x + 1)$ 1 točka

2. način

Zapis ali uporaba formule $f(x) = ax^2 + bx + c$ 1 točka

Upoštevanje $a = 1$ 1 točka

Odvod $f'(x) = 2x + b$ ali $-\frac{b}{2} = 1$ 1 točka

Ugotovitev $b = -2$ *1 točka

Upoštevanje $f(3) = 0$ (nastavek enačbe za c) 1 točka

Izračun $c = -3$ 1 točka

Rešitev, npr. $f(x) = x^2 - 2x - 3$ ali $f(x) = (x - 1)^2 - 4$ ali $f(x) = (x - 3)(x + 1)$ 1 točka

3. način

Zapis ali uporaba formule $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$ 1 točka

Zapis $f(x) = 1(x - 3)(x - x_2)$ oz. upoštevanje $a = 1$ in $x_1 = 3$ (1+1) 2 točki

Upoštevanje $r = \frac{-b}{2a} = 1$ ali odvod *1 točka

Nastavek enačbe za izračun x_2 , npr. $\frac{3 + x_2}{2} = 1$ 1 točka

Druga ničla $x_2 = -1$ 1 točka

Rešitev, npr. $f(x) = x^2 - 2x - 3$ ali $f(x) = (x - 1)^2 - 4$ ali $f(x) = (x - 3)(x + 1)$ 1 točka

IZPITNA POLA 2 – VIŠJA RAVEN

01. Skupaj: 14 točk

a) 3 točke

Izračunana smerna koeficienta nosilk daljic OB in AC $k_1 = 1$ in $k_2 = -\frac{1}{7}$ oziroma

vektorja $\overrightarrow{OB} = (4, 4)$ in $\overrightarrow{AC} = (7, -1)$ 1 točka

Kot med daljicama OB in AC $\varphi \approx 53^\circ 8'$ (*1+1) 2 točki

b) 5 točk

1. način

Nastavek za enačbo krožnice $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ 1 točka

Zapisan sistem enačb, npr.

$$4 + 16 - 2a + 4b + c = 0$$

$$16 + 16 + 4a + 4b + c = 0 \text{ 1 točka}$$

$$25 + 9 + 5a + 3b + c = 0$$

Rešitev sistema $a = -2$, $b = 0$ in $c = -24$ (*1+1) 2 točki

Ugotovitev, da je polmer $r = 5$ 1 točka

2. način

Enačba krožnice $(x - p)^2 + (y - q)^2 = r^2$ 1 točka

Zapisan sistem enačb, npr.

$$(-2 - p)^2 + (4 - q)^2 = r^2$$

$$(4 - p)^2 + (4 - q)^2 = r^2 \text{ 1 točka}$$

$$(5 - p)^2 + (3 - q)^2 = r^2$$

Rešitev sistema: $p = 1$, $q = 0$ in $r = 5$ (*1+1+1) 3 točke

3. način

Zapisani enačbi (vsaj) dveh simetral daljic AB , AC in BC : $x = 1$, $y = 7x - 7$ in

$$y = x - 1 \text{ (1+1) 2 točki}$$

Izračunani koordinati središča kroga (presečišče dveh simetral): $S(1, 0)$ 1 točka

Izračunan polmer $r = 5$ 1 točka

Zapisana enačba krožnice $(x - 1)^2 + y^2 = 25$ 1 točka

c) 6 točk

Ugotovitev, da je središče elipse $S(1, 4)$, oziroma zapisana

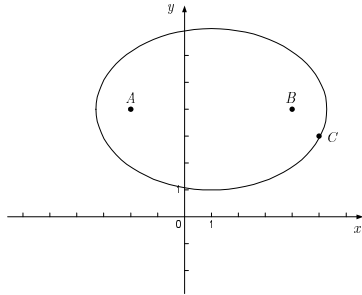
$$\text{enačba } \frac{(x - 1)^2}{a^2} + \frac{(y - 4)^2}{b^2} = 1 \text{ 1 točka}$$

Ugotovitev, da je linearna ekscentričnost $e = 3$ 1 točka

Zapisan sistem enačb za polosi: $\frac{16}{a^2} + \frac{1}{b^2} = 1$; $a^2 - b^2 = 9$ (1+1) 2 točki

Zapisana enačba elipse $\frac{(x - 1)^2}{18} + \frac{(y - 4)^2}{9} = 1$ 1 točka

Elipsa, narisana v koordinatnem sistemu

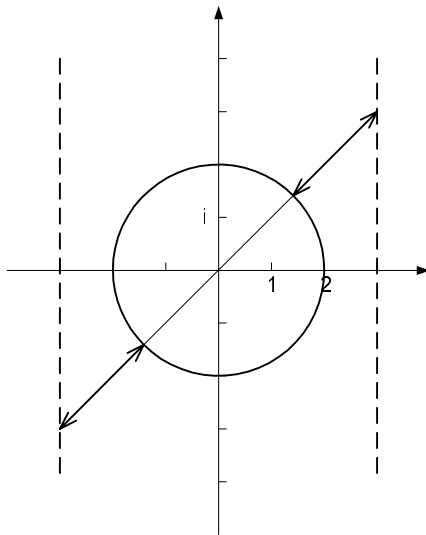


.....*1 točka

02. Skupaj: 13 točk

a) 4 točke

Tri množice (vsaka množica ... 1 točka).....3 točke
Končna slika



.....1 točke

b) 4 točke

Nastavek sistema, npr. $a + b = 10$, $ab = 24$ (*1+1) 2 točki
Rešitev $a = 6$, $b = 4$ in $a = 4$, $b = 6$ (*1+1) 2 točki

c) 5 točk

Zapisan ali privzet pogoj $a \geq 8$ 1 točka

Nastavek, npr. $a^2 - 13a + 44 = 1$ 1 točka

Ugotovitev, da enačba $a^2 - 13a + 43 = 0$ ni rešljiva v \mathbb{R} 1 točka

(Kandidat, ki ni privzel pogoja $a \geq 8$ in je nastavljal enačbo

$\sqrt{\log_2 a - 3} = -\log(a^2 - 13a + 44)$ ali ugotovil, da je trditev naloge moč ovreči

za $a < 8$, dobi 3 točke.)

Nastavek $\log_2 a - 3 = 0$ 1 točka

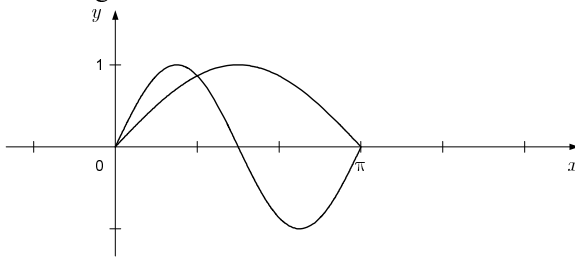
Rešitev $a = 8$ 1 točka

(Kandidat, ki ni privzel pogoja $a \geq 8$, dobi za rešitev $0 < a \leq 8$ 2 točki.)

03. Skupaj: 13 točk

a) 4 točke

Narisana grafa



..... (1+1) 2 točki

Poenostavitev enačbe, npr. $\cos x = \frac{1}{2}$ ali $\cos \frac{3x}{2} = 0$ 1 točka

Izračunano presečišče $P\left(\frac{\pi}{3}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ (zadošča abscisa)..... 1 točka

b) 4 točke

Izračunana odvoda $g'(x) = \cos x$, $f'(x) = 2 \cos 2x$ 1 točka

Izračunana smerna koeficienta $k_1 = \frac{1}{2}$, $k_2 = -1$ *1 točke

Izračunan kot $\varphi = \arctan 3$ ali $\varphi \doteq 71,57^\circ$ (*1+1) 2 točki

c) 3 točke

Nastavek za izračun ploščine,

npr. $S = \int_0^{\frac{\pi}{3}} (\sin 2x - \sin x) dx + \int_{\frac{\pi}{3}}^{\pi} (\sin x - \sin 2x) dx$ *1 točka

Izračunana nedoločena integrala funkcij $\int f(x) dx = -\frac{1}{2} \cos 2x$ in

$\int g(x) dx = -\cos x$ 1 točka

Izračunana ploščina $S = \frac{5}{2}$ 1 točka

d) 2 točki

Ugotovitev $\cos x = \frac{1}{2a}$ 1 točka

Rešitev, npr. $|a| > \frac{1}{2}$ (dopuščamo tudi $|a| \geq \frac{1}{2}$)..... 1 točka