



Šifra kandidata:
A jelölt kódszáma:

Državni izpitni center



SPOMLADANSKI ROK
TAVASZI IDŐSZAK

MATEMATIKA

≡ Izpitna pola 2 ≡
2. feladatlap
Višja raven
Emelt szint

Četrtek, 1. junij 2006 / 90 minut
2006. június 1., csütörtök / 90 perc

*Dovoljeno dodatno gradivo in pripomočki:
kandidat prinese s seboj nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko,
žepni računalnik brez grafičnega zaslona in brez možnosti simboličnega računanja,
šestilo in 2 trikotnika, lahko tudi ravnilo.
Kandidat dobi dva ocenjevalna obrazca in dva konceptna lista.*

*Engedélyezett segédeszközök: a jelölt töltőtollat vagy golyóstollat, ceruzát,
radírt, csak műveleteket végző zsebszámológépet, körzőt és 2
háromszögvonalzót vagy vonalzót hoz magával.
A jelölt két értékelőlapot és két vázlatlapot is kap.*

SPLOŠNA MATURA
ÁLTALÁNOS ÉRETTSÉGI VIZSGA

Navodila kandidatu so na naslednji strani.
A jelöltnek szóló útmutató a következő oldalon olvasható.

*Ta pola ima 16 strani, od tega 3 rezervne.
A feladatlap terjedelme 16 oldal, ebből 3 tartalék.*

NAVODILA KANDIDATU

Pazljivo preberite ta navodila. Ne izpuščajte ničesar!

Ne obračajte strani in ne začenjajte reševati nalog, dokler Vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.

Prilepite kodo oziroma vpišite svojo šifro (v okvirček desno zgoraj na prvi strani in na ocenjevalna obrazca).

V tej izpitni poli so 3 strukturirane naloge. Rešujte vse naloge. Naloge rešujte pod besedilom naloge in na naslednji strani. Strani 12, 13 in 14 so rezervne. Uporabite jih le, če Vam zmanjka prostora. Nedvoumno označite, katere naloge ste reševali na teh straneh. **Drugih konceptnih listov ocenjevalci ne bodo pregledovali.**

Pišite z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom. **Če se zmotite, napisano prečrtajte.** Grafe funkcij rišite s svinčnikom. Pazite, da bo Vaš izdelek pregleden in čitljiv. Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vmesnimi računi in sklepi.

Na strani 4 in 5 je standardna zbirka zahtevnejših formul, ki jih ni treba znati na pamet. Morda si boste s katero med njimi pomagali.

Rešitev v izpitni poli ni dovoljeno zapisovati z navadnim svinčnikom. Če ste nalogo reševali na več načinov, nedvoumno označite, katero rešitev naj ocenjevalec točkuje.

Vsako nalogo skrbno preberite. Rešujte premišljeno. Zaupajte vase in v svoje sposobnosti.

Število točk, ki jih lahko dosežete, je 40

Želimo Vam veliko uspeha.

ÚTMUTATÓ A JELÖLTNEK

Figyelmesen olvassa el ezt az útmutatót! Semmit se hagyjon ki!

Ne lapozzon, és ne kezdjen a feladatok megoldásába, amíg ezt a felügyelő tanár nem engedélyezi!

Ragassza vagy írja be kódszámát (a feladatlap első oldalának jobb felső sarkában levő keretbe és az értékelőlapokra)!

Ez a feladatlap 3 strukturált feladatot tartalmaz. Mindegyiket oldja meg! A megoldást a szöveg alá és a következő oldalra írja! A 12., 13. és a 14. oldal tartalék. Csak abban az esetben írjon oda, ha másutt már nincs hely! Egyértelműen jelölje meg, melyik feladatokat oldotta meg ezeken az oldalakon!

Az értékelők a vázlatlapokat nem nézik át.

Töltőtollal vagy golyóstollal írjon! **A rossz válaszait húzza át!** A függvénygrafikonokat ceruzával rajzolja be! Ügyeljen arra, hogy munkája áttekinthető és olvasható legyen! A feladat megoldásának világosan és korrekten kell mutatnia az eredményhez vezető utat, a közbeeső számításokkal és következtetésekkel együtt.

A 4. és 5. oldalon található azon képletek standard gyűjteménye, amelyeket nem kell fejből tudnia, de amelyeknek egy része talán segítségére lehet a feladatok megoldásában.

A feladatlapra nem szabad ceruzával írni a megoldásokat! Ha a feladatot többféleképpen oldotta meg, egyértelműen jelölje, melyik megoldást értékeli!

Figyelmesen olvassa el mindegyik feladatot, majd megfontoltan oldja meg őket! Bízzon önmagában és képességeiben!

Összesen 40 pont érhető el.

Eredményes munkát kívánunk.

Formule

- $a^{2n+1} + b^{2n+1} = (a + b)(a^{2n} - a^{2n-1}b + a^{2n-2}b^2 - \dots + a^2b^{2n-2} - ab^{2n-1} + b^{2n})$
- Evklidov in višinski izrek v pravokotnem trikotniku: $a^2 = ca_1$, $b^2 = cb_1$, $v_c^2 = a_1b_1$
- Polmera trikotniku očrtanega in včrtanega kroga: $R = \frac{abc}{4S}$, $r = \frac{S}{s}$, $s = \frac{a + b + c}{2}$
- Kotne funkcije polovičnih kotov:

$$\sin \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}}; \cos \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2}}; \operatorname{tg} \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$$
- Kotne funkcije trojnih kotov:

$$\sin 3x = 3 \sin x - 4 \sin^3 x, \cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$$
- Adicijski izrek:

$$\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\cos(x + y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\operatorname{tg}(x + y) = \frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y}{1 - \operatorname{tg} x \operatorname{tg} y}$$
- Faktorizacija:

$$\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x + y}{2} \cos \frac{x - y}{2}, \sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x + y}{2} \sin \frac{x - y}{2}$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x + y}{2} \cos \frac{x - y}{2}, \cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x + y}{2} \sin \frac{x - y}{2}$$

$$\operatorname{tg} x \pm \operatorname{tg} y = \frac{\sin(x \pm y)}{\cos x \cos y}, \operatorname{ctg} x \pm \operatorname{ctg} y = \frac{\sin(y \pm x)}{\sin x \sin y}$$
- Razčlenitev produkta kotnih funkcij:

$$\sin x \sin y = -\frac{1}{2}[\cos(x + y) - \cos(x - y)]$$

$$\cos x \cos y = \frac{1}{2}[\cos(x + y) + \cos(x - y)]$$

$$\sin x \cos y = \frac{1}{2}[\sin(x + y) + \sin(x - y)]$$
- Razdalja točke $T_0(x_0, y_0)$ od premice $ax + by - c = 0$:

$$d(T_0, p) = \left| \frac{ax_0 + by_0 - c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right|$$
- Ploščina trikotnika z oglišči $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$:

$$S = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$$
- Elipsa: $e^2 = a^2 - b^2$, $\varepsilon = \frac{c}{a}$; $a > b$
- Hiperbola: $e^2 = a^2 + b^2$, $\varepsilon = \frac{c}{a}$, a je realna polos
- Parabola: $y^2 = 2px$, gorišče $G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$
- Integrala:

$$\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + C, \int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \operatorname{arc} \sin \frac{x}{a} + C$$

Képletek

- $a^{2n+1} + b^{2n+1} = (a + b)(a^{2n} - a^{2n-1}b + a^{2n-2}b^2 - \dots + a^2b^{2n-2} - ab^{2n-1} + b^{2n})$
- *A derékszögű háromszög magasságtétele és befogótétele:* $a^2 = ca_1$, $b^2 = cb_1$, $v_c^2 = a_1b_1$
- *A háromszög köré írt kör és a háromszögbe írt kör sugara:* $R = \frac{abc}{4S}$, $r = \frac{S}{s}$, $s = \frac{a+b+c}{2}$
- *A félszögek szögfüggvényei:*

$$\sin \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}}$$
;
$$\cos \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2}}$$
;
$$\operatorname{tg} \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$$
- *A szög háromszorosának szögfüggvényei:*

$$\sin 3x = 3 \sin x - 4 \sin^3 x$$
,
$$\cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$$
- *Addíciós tételek:*

$$\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\cos(x + y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\operatorname{tg}(x + y) = \frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y}{1 - \operatorname{tg} x \operatorname{tg} y}$$
- *Tényezőkre bontás:*

$$\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$$
,
$$\sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$$
,
$$\cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\operatorname{tg} x \pm \operatorname{tg} y = \frac{\sin(x \pm y)}{\cos x \cos y}$$
,
$$\operatorname{ctg} x \pm \operatorname{ctg} y = \frac{\sin(y \pm x)}{\sin x \sin y}$$
- *A szögfüggvények szorzatának felbontása:*

$$\sin x \sin y = -\frac{1}{2}[\cos(x + y) - \cos(x - y)];$$

$$\cos x \cos y = \frac{1}{2}[\cos(x + y) + \cos(x - y)];$$

$$\sin x \cos y = \frac{1}{2}[\sin(x + y) + \sin(x - y)]$$
- *A $T_0(x_0, y_0)$ pont távolsága az $ax + by - c = 0$ egyenestől:*

$$d(T_0, p) = \left| \frac{ax_0 + by_0 - c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right|$$
- *Az $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$ csúcsú háromszög területe:*

$$S = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$$
- *Ellipszis:* $e^2 = a^2 - b^2$, $\varepsilon = \frac{c}{a}$; $a > b$
- *Hiperbola:* $e^2 = a^2 + b^2$, $\varepsilon = \frac{c}{a}$, az a valós féltengely
- *Parabola:* $y^2 = 2px$, fókuszpont $G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$
- *Integrálok:*

$$\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + C$$
,
$$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \operatorname{arc} \sin \frac{x}{a} + C$$

01. V pravokotnem koordinatnem sistemu v ravnini so dane točke $A(-2,4)$, $B(4,4)$ in $C(5,3)$.

A síkbeli derékszögű koordináta-rendszerben adva vannak az $A(-2,4)$, a $B(4,4)$ és a $C(5,3)$ pontok.

a) Izračunajte kot med daljicama OB in AC . (Točka O je izhodišče koordinatnega sistema.) Rezultat zaokrožite na kotno minuto.

Számítsa ki az OB és az AC szakaszok által közbezárt szöveget! (A O pont a koordináta-rendszer origója.) Az eredményt kerekítse szögpercre!

(3 točke/pont)

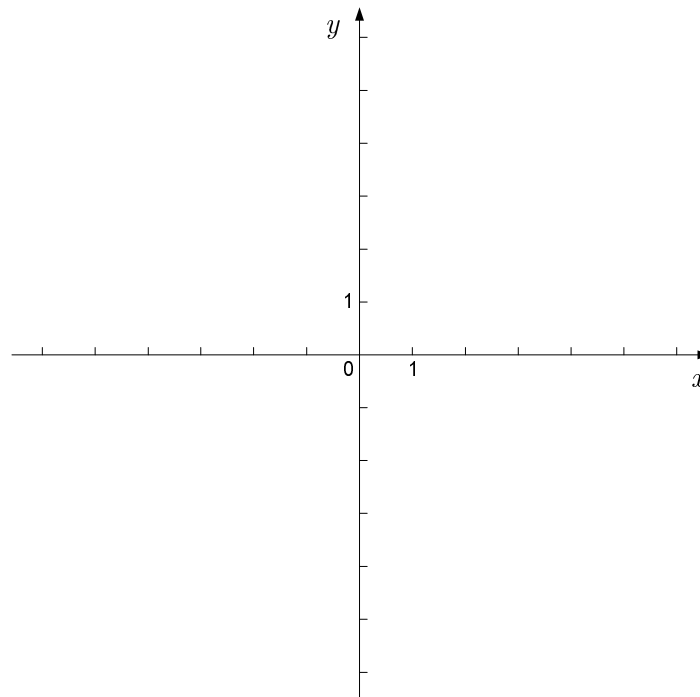
b) Zapišite enačbo krožnice, ki poteka skozi točke A , B in C . Koliko meri polmer te krožnice? Írja fel annak a körnek az egyenletét, amely az A , a B és a C pontokon halad át! Mekkora ennek a körnek a sugara?

(5 točk/pont)

c) Zapišite enačbo tiste elipse z goriščema A in B , ki poteka skozi točko C . Elipso narišite v koordinatni sistem.

Írja fel annak az ellipszisnek az egyenletét, amelynek a fókuszpontjai az A és a B pontok, és amely áthalad a C ponton! Rajzolja meg az ellipszist a koordináta-rendszerben!

(6 točk/pont)



02. Rešite naslednje naloge iz kompleksnih števil.

Oldja meg a komplex számhalmaz következő feladatait:

- a) V kompleksni ravnini so dane množice $\mathcal{A} = \{z; |z| \leq 2\}$, $\mathcal{B} = \{z; \operatorname{Im} z = \operatorname{Re} z\}$ in $\mathcal{C} = \{z; |\operatorname{Re} z| < 3\}$. Narišite množico $(\mathcal{B} \cap \mathcal{C}) \setminus \mathcal{A}$.

A komplex síkban adva van az $\mathcal{A} = \{z; |z| \leq 2\}$, a $\mathcal{B} = \{z; \operatorname{Im} z = \operatorname{Re} z\}$ és a $\mathcal{C} = \{z; |\operatorname{Re} z| < 3\}$ halmaz. Ábrázolja a $(\mathcal{B} \cap \mathcal{C}) \setminus \mathcal{A}$ halmazt!

(4 točke/pont)

- b) Izračunajte realni števili a in b , tako da bo $(-3 + ai) \cdot (b + 3i) = -30 + 15i$.

Számítsa ki az a és a b valós számokat úgy, hogy érvényes legyen:

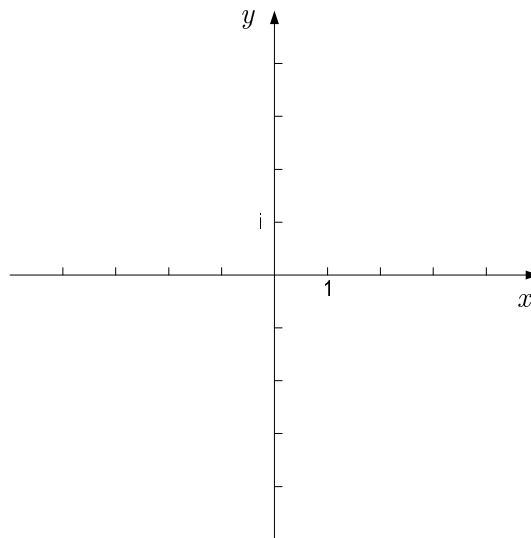
$$(-3 + ai) \cdot (b + 3i) = -30 + 15i!$$

(4 točke/pont)

- c) Dokažite, da kompleksno število $z = \sqrt{\log_2 a - 3} + i \log(a^2 - 13a + 44)$ ni realno, če je $a \in \mathbb{R}$. Za katero realno število a je $\operatorname{Re} z = 0$?

Bizonyítsa, hogy a $z = \sqrt{\log_2 a - 3} + i \log(a^2 - 13a + 44)$ komplex szám nem valós abban az esetben, amikor $a \in \mathbb{R}$! Melyik a valós számra érvényes az, hogy: $\operatorname{Re} z = 0$?

(5 točk/pont)



03. Dani sta funkciji $f(x) = \sin 2x$ in $g(x) = \sin x$.

Adott az $f(x) = \sin 2x$ és a $g(x) = \sin x$ függvény.

a) Narišite grafa funkcij na intervalu $[0, \pi]$. Izračunajte presečišče teh grafov na $(0, \pi)$.

Rajzolja meg a függvények grafikonjait a $[0, \pi]$ intervallumban! Számítsa ki ezen grafikonok metszéspontját a $(0, \pi)$ intervallumban!

(4 točke/pont)

b) Izračunajte kot, pod katerim se sekata grafa funkcij f in g na intervalu $(0, \pi)$.

Számítsa ki azt a szöget, amelyben a $(0, \pi)$ intervallumban az f és a g függvények grafikonjai metszik egymást!

(4 točke/pont)

c) Izračunajte ploščino lika, ki ga oklepata grafa funkcij f in g na intervalu $(0, \pi)$.

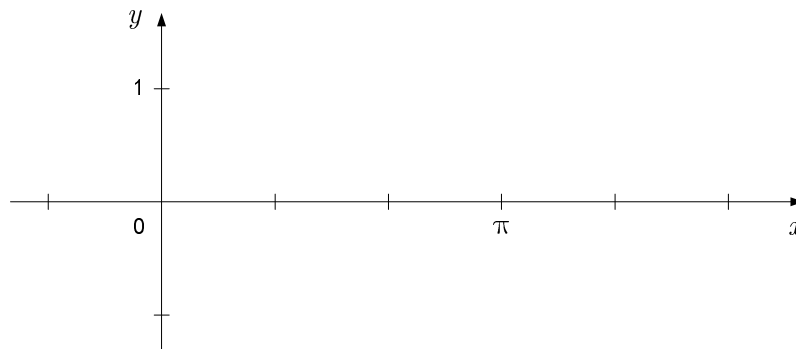
Számítsa ki azon síkidom területét, amelyet az f és a g függvények határolnak a $(0, \pi)$ intervallumban!

(3 točke/pont)

d) Za katera od 0 različna realna števila a se krivulji $y = a \sin 2x$ in $y = \sin x$ sekata na intervalu $(0, \pi)$?

Melyek azok az a valós számok, amelyekre nézve az $y = a \sin 2x$ és az $y = \sin x$ görbék metszik egymást a $(0, \pi)$ intervallumban?

(2 točki/pont)



REZERVNA STRAN
TARTALÉK OLDAL

REZERVNA STRAN
TARTALÉK OLDAL

REZERVNA STRAN
TARTALÉK OLDAL

PRAZNA STRAN
ÜRES OLDAL

PRAZNA STRAN
ÜRES OLDAL