



Codice del candidato:

**Državni izpitni center**



PRIMA SESSIONE D'ESAME

# MATEMATICA

≡ Prova d'esame 1 ≡

Livello superiore

**Sabato, 2 giugno 2007 / 90 minuti**

*Al candidato è consentito l'uso della penna stilografica o della penna a sfera, della matita, della gomma, della calcolatrice tascabile senza interfaccia grafica e senza possibilità di calcolo algebrico o simbolico, del compasso e di due squadretti e un righello. Al candidato vanno consegnati il fascicolo con allegate due schede di valutazione e due fogli per la minuta.*

**MATURITÀ GENERALE**

## INDICAZIONI PER I CANDIDATI

**Leggete attentamente le seguenti indicazioni. Non tralasciate nulla!**

**Non voltate pagina e non iniziate a risolvere gli esercizi prima del via dell'insegnante preposto.**

Incollate o scrivete il vostro numero di codice nello spazio apposito su questa pagina in alto a destra e sulle schede di valutazione.

Questa prova d'esame comprende 12 esercizi, vanno risolti tutti nello spazio sotto il testo dell'esercizio. **I valutatori non terranno conto dei fogli per la minuta.**

È d'obbligo l'uso della penna stilografica o a sfera. **Se ritenete di aver sbagliato tracciate una barra sulle soluzioni errate.** Disegnate i grafici delle funzioni con la matita. Fate attenzione che le risoluzioni siano scritte in modo chiaro e leggibile. Nelle risoluzioni mettete ben in evidenza il procedimento, i calcoli intermedi e le vostre deduzioni.

A pagina 2 trovate un elenco delle formule più impegnative che non è necessario sapere a memoria. Forse qualcuna vi potrà essere utile.

**Le soluzioni degli esercizi della prova d'esame non vanno scritti a matita. Se avete risolto l'esercizio con più versioni, indicate in modo inequivocabile la risoluzione da correggere.**

Leggete attentamente ogni esercizio, lavorate con ponderazione. Abbiate fiducia in voi stessi e nelle vostre capacità.

Il punteggio totale massimo conseguibile è di 80 punti.

Buon lavoro.

*Questa prova d'esame ha 16 pagine, di cui 2 bianche.*

## Formule

- $a^{2n+1} + b^{2n+1} = (a + b)(a^{2n} - a^{2n-1}b + a^{2n-2}b^2 - \dots + a^2b^{2n-2} - ab^{2n-1} + b^{2n})$
- Teoremi di Euclide e dell'altezza di un triangolo rettangolo:  $a^2 = ca_1$ ,  $b^2 = cb_1$ ,  $h_c^2 = a_1b_1$
- Raggi delle circonferenze circoscritta ed inscritta ad un triangolo:  $R = \frac{abc}{4A}$ ,  $r = \frac{A}{p}$ ,  $p = \frac{a+b+c}{2}$
- Formule di bisezione:  

$$\sin \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}} ; \cos \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2}} ; \operatorname{tg} \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$$
- Funzioni trigonometriche relative al triplo di un angolo:  
 $\sin 3x = 3 \sin x - 4 \sin^3 x$ ,  $\cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$
- Teoremi di addizione:  
 $\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$   
 $\cos(x + y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$   

$$\operatorname{tg}(x + y) = \frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y}{1 - \operatorname{tg} x \operatorname{tg} y}$$
- Formule di prostaferesi o di fattorizzazione:  
 $\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$ ,  $\sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$   
 $\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$ ,  $\cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$   

$$\operatorname{tg} x \pm \operatorname{tg} y = \frac{\sin(x \pm y)}{\cos x \cos y}$$
,  $\operatorname{ctg} x \pm \operatorname{ctg} y = \frac{\sin(y \pm x)}{\sin x \sin y}$
- Formule di Werner o della scomposizione del prodotto:  
 $\sin x \sin y = -\frac{1}{2}[\cos(x + y) - \cos(x - y)]$ ;  
 $\cos x \cos y = \frac{1}{2}[\cos(x + y) + \cos(x - y)]$ ;  
 $\sin x \cos y = \frac{1}{2}[\sin(x + y) + \sin(x - y)]$
- Distanza del punto  $T_0(x_0, y_0)$  dalla retta  $ax + by - c = 0$ :  

$$d(T_0, p) = \left| \frac{ax_0 + by_0 - c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right|$$
- Area del triangolo di vertici  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$ ,  $C(x_3, y_3)$ :  

$$A = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$$
- Ellisse:  $e^2 = a^2 - b^2$ ,  $\varepsilon = \frac{c}{a}$ ;  $a > b$
- Iperbole:  $e^2 = a^2 + b^2$ ,  $\varepsilon = \frac{c}{a}$ ;  $a$  è il semiasse reale.
- Parabola:  $y^2 = 2px$ , fuoco  $F\left(\frac{p}{2}, 0\right)$
- Integrali:

$$\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + C, \quad \int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \operatorname{arc} \sin \frac{x}{a} + C$$

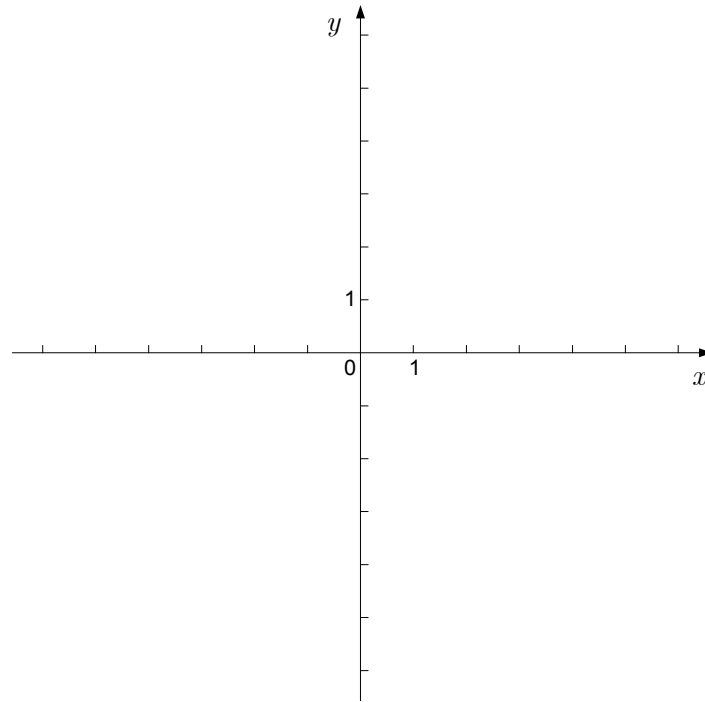
01. Il numero 12345678900 è divisibile per i numeri seguenti? Cerchiate SÌ o NO.

*(5 punti)*

Il numero è divisibile per 1 .	SÌ	NO
Il numero è divisibile per 2 .	SÌ	NO
Il numero è divisibile per 3 .	SÌ	NO
Il numero è divisibile per 4 .	SÌ	NO
Il numero è divisibile per 5 .	SÌ	NO
Il numero è divisibile per 6 .	SÌ	NO
Il numero è divisibile per 9 .	SÌ	NO
Il numero è divisibile per 10 .	SÌ	NO
Il numero è divisibile per 25 .	SÌ	NO
Il numero è divisibile per 100 .	SÌ	NO

02. Tracciate le rette di equazioni  $y = -3$  e  $y = -2x + 3$  e calcolate l'area del triangolo che le rette racchiudono con l'asse delle ordinate.

(6 punti)



03. Sono dati i numeri complessi  $z_1 = 3 + 4i$  e  $z_2 = 1 - i$ . Calcolate  $z_1 + z_2$ ,  $z_1^2$ ,  $\overline{z_1} \cdot z_2$  e  $|z_1|$ .

*(8 punti)*

04. Calcolate l'altezza minore del triangolo di lati  $a = 6,5$  cm,  $b = 7$  cm e  $c = 7,5$  cm .

*(6 punti)*

05. Risolvete l'equazione  $2^{x+3} - 3 \cdot 2^{x+1} = \frac{1}{32}$ .

*(5 punti)*

06. Componiamo con le cifre 1, 2, 3, 4, 7, 9 numeri di tre cifre a cifre diverse tra loro.

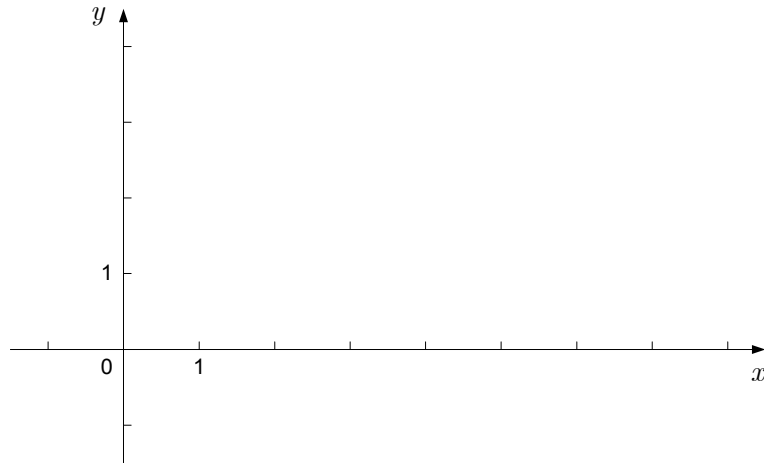
- a) Quanti numeri possiamo comporre?
- b) Quanti numeri dispari possiamo comporre?
- c) Quanti numeri maggiori di 300 e minori di 500 possiamo comporre?

*(6 punti)*



07. I punti  $A(0,0)$ ,  $B(7,0)$ ,  $C(3,3)$  sono i vertici di un triangolo. Riportate i punti nel sistema coordinato. Calcolate la lunghezza del lato  $a = |BC|$ , l'ampiezza dell'angolo  $\beta = \sphericalangle ABC$  e il prodotto scalare  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ . Calcolate con esattezza la lunghezza del lato e il prodotto scalare, l'ampiezza dell'angolo sia espressa ai primi di grado.

(7 punti)



08. La curva di equazione  $y = \frac{4}{x}$  ha due tangenti con l'angolo d'inclinazione di  $135^\circ$ . Scrivete le equazioni delle due tangenti.

*(8 punti)*

09. Calcolate le ascisse dei punti d'intersezione tra i grafici delle funzioni  $f(x) = 2x^2 + x$  e  $g(x) = x^2 + x + 1$  e inoltre l'area della figura delimitata dai due grafici.

*(8 punti)*

10. Sia  $\sin 2x \neq 0$ . Semplificate l'espressione  $\frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) - \cos^3 x}{\sin 2x}$  e il risultato sia un monomio.

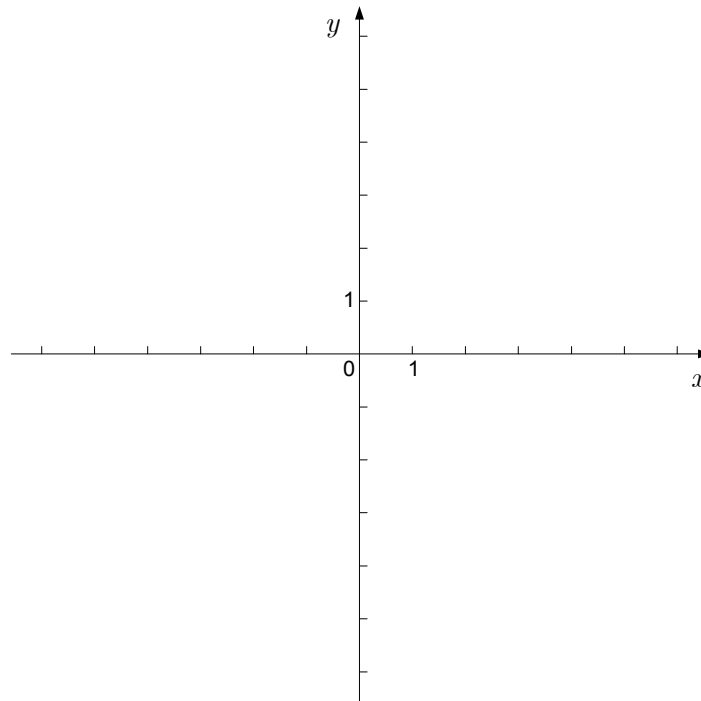
*(6 punti)*

11. Calcolate il primo termine e la ragione della successione geometrica crescente se  $a_2 + a_3 = 12$  e  $a_4 - a_3 = 18$ . Scrivete i primi quattro termini della successione.

*(8 punti)*

12. Tracciate il grafico della funzione  $f(x) = \frac{x+1}{x^2+2x-3}$  (senza l'uso della derivata). Scrivete i punti d'intersezione del grafico con gli assi coordinati, i poli e l'equazione dell'asintoto orizzontale.

(7 punti)



PAGINA BIANCA

PAGINA BIANCA