



Š i f r a k a n d i d a t a :

Državni izpitni center



SPOMLADANSKI ROK

Višja raven
MATEMATIKA
≡ Izpitna pola 1 ≡

Sobota, 2. junij 2007 / 90 minut

Dovoljeno dodatno gradivo in pripomočki:

Kandidat prinese s seboj nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko, računalno brez grafičnega zaslona in brez možnosti računanja s simboli, šestilo in dva trikotnika, lahko tudi ravnilo.

Kandidat dobi dva ocenjevalna obrazca in dva konceptna lista.

SPLOŠNA MATURA

NAVODILA KANDIDATU

Pazljivo preberite ta navodila. Ne izpuščajte ničesar!

Ne obračajte strani in ne začenjajte reševati nalog, dokler Vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.

Prilepite kodo oziroma vpišite svojo šifro (v okvirček desno zgoraj na tej strani in na ocenjevalna obrazca).

V tej izpitni poli je 12 nalog, rešujete vse, in sicer na strani, kjer je besedilo naloge. **Ocenjevalci ne bodo pregledovali konceptnih listov.**

Pišite z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom. **Če se zmotite, napisano prečrtajte.** Grafe funkcij rišite s svinčnikom. Pazite, da bo Vaš izdelek pregleden in čitljiv. Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vmesnimi računi in sklepi.

Na strani 2 je standardna zbirka zahtevnejših formul, ki jih ni treba znati na pamet. Morda si boste s katero med njimi pomagali.

Rešitev nalog v izpitni poli ni dovoljeno zapisovati z navadnim svinčnikom. Če ste nalogo reševali na več načinov, nedvoumno označite, katero rešitev naj ocenjevalec točkuje.

Vsako nalogo skrbno preberite. Rešujte premišljeno. Zaupajte vase in v svoje sposobnosti.

Število točk, ki jih lahko dosežete, je 80.

Želimo Vam veliko uspeha.

Ta pola ima 16 strani, od tega 2 prazni.

Formule

- $a^{2n+1} + b^{2n+1} = (a + b)(a^{2n} - a^{2n-1}b + a^{2n-2}b^2 - \dots + a^2b^{2n-2} - ab^{2n-1} + b^{2n})$
- Evklidov in višinski izrek v pravokotnem trikotniku: $a^2 = ca_1$, $b^2 = cb_1$, $v_c^2 = a_1b_1$
- Polmera trikotniku očrtanega in včrtanega kroga: $R = \frac{abc}{4S}$, $r = \frac{S}{s}$, $s = \frac{a+b+c}{2}$
- Kotne funkcije polovičnih kotov:

$$\sin \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}}; \cos \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2}}; \tan \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$$
- Kotne funkcije trojnih kotov:

$$\sin 3x = 3 \sin x - 4 \sin^3 x, \cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$$
- Adicijski izrek:

$$\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\cos(x + y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\tan(x + y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y}$$
- Faktorizacija:

$$\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}, \sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}, \cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\tan x \pm \tan y = \frac{\sin(x \pm y)}{\cos x \cos y}, \cot x \pm \cot y = \frac{\sin(y \pm x)}{\sin x \sin y}$$
- Razčlenitev produkta kotnih funkcij:

$$\sin x \sin y = -\frac{1}{2}[\cos(x + y) - \cos(x - y)]$$

$$\cos x \cos y = \frac{1}{2}[\cos(x + y) + \cos(x - y)]$$

$$\sin x \cos y = \frac{1}{2}[\sin(x + y) + \sin(x - y)]$$
- Razdalja točke $T_0(x_0, y_0)$ od premice $ax + by - c = 0$:

$$d(T_0, p) = \left| \frac{ax_0 + by_0 - c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right|$$
- Ploščina trikotnika z oglišči $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$:

$$S = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$$
- Elipsa: $e^2 = a^2 - b^2$, $\varepsilon = \frac{c}{a}$; $a > b$
- Hiperbola: $e^2 = a^2 + b^2$, $\varepsilon = \frac{c}{a}$, a je realna polos
- Parabola: $y^2 = 2px$, gorišče $G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$
- Integrala:

$$\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} + C, \int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \arcsin \frac{x}{a} + C$$

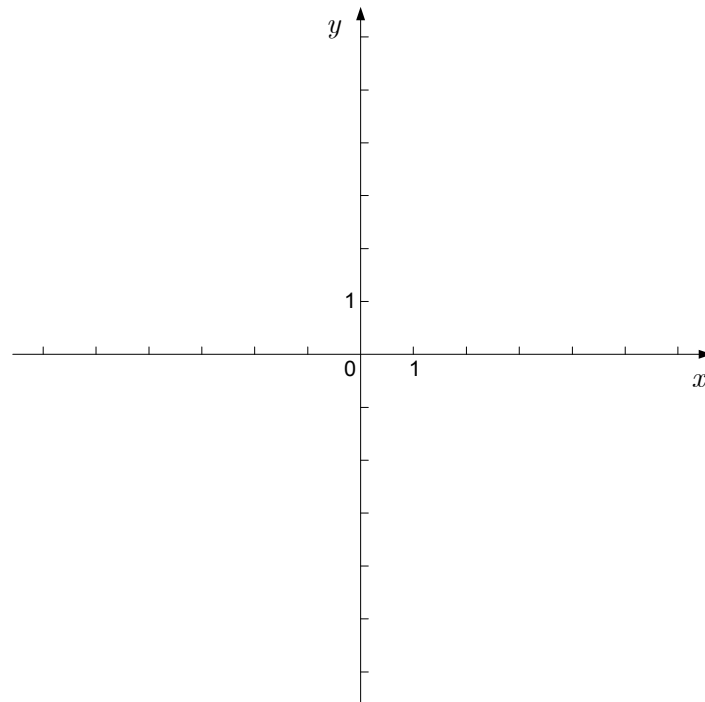
01. Ali je število 12345678900 deljivo z naslednjimi števili? Obkrožite DA ali NE.

(5 točk)

Število je deljivo z 1 .	DA	NE
Število je deljivo z 2 .	DA	NE
Število je deljivo s 3 .	DA	NE
Število je deljivo s 4 .	DA	NE
Število je deljivo s 5 .	DA	NE
Število je deljivo s 6 .	DA	NE
Število je deljivo z 9 .	DA	NE
Število je deljivo z 10 .	DA	NE
Število je deljivo s 25 .	DA	NE
Število je deljivo s 100 .	DA	NE

02. Narišite premici z enačbama $y = -3$ in $y = -2x + 3$ ter izračunajte ploščino trikotnika, ki ga premici oklepata z ordinatno osjo.

(6 točk)



03. Dani sta kompleksni števili $z_1 = 3 + 4i$ in $z_2 = 1 - i$. Izračunajte $z_1 + z_2$, z_1^2 , $\overline{z_1} \cdot z_2$ in $|z_1|$.

(8 točk)

04. Izračunajte najmanjšo višino v trikotniku s stranicami $a = 6,5$ cm , $b = 7$ cm in $c = 7,5$ cm .

(6 točk)

05. Rešite enačbo $2^{x+3} - 3 \cdot 2^{x+1} = \frac{1}{32}$.

(5 točk)

06. Iz števk 1, 2, 3, 4, 7, 9 sestavljamo trimestna števila z različnimi števki.

- a) Koliko števil lahko sestavimo?
- b) Koliko lihih števil lahko sestavimo?
- c) Koliko števil, večjih od 300 in manjših od 500, lahko sestavimo?

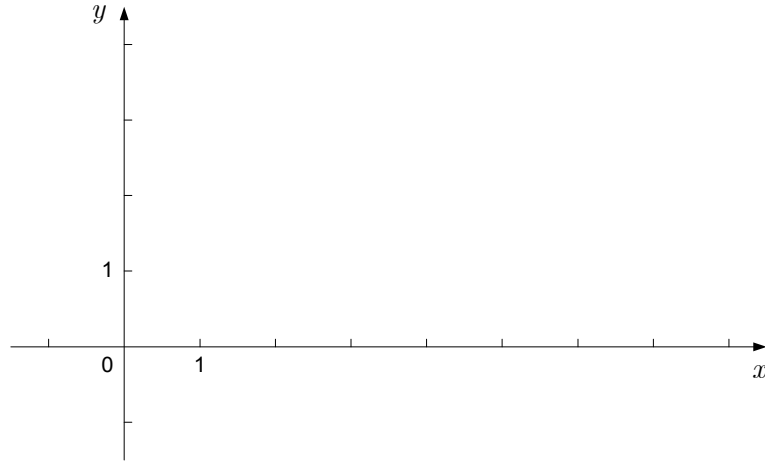
(6 točk)

07. Točke $A(0,0)$, $B(7,0)$, $C(3,3)$ so oglišča trikotnika. Narišite točke v koordinatni sistem.

Izračunajte dolžino stranice $a = |BC|$, velikost kota $\beta = \sphericalangle ABC$ in skalarni produkt $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$.

Dolžino stranice in skalarni produkt izračunajte natančno, kot pa zaokrožite na minute.

(7 točk)



08. Krivulja z enačbo $y = \frac{4}{x}$ ima dve tangenti z naklonskim kotom 135° . Zapišite enačbi teh tangent.

(8 točk)

09. Izračunajte abscisi presečišč grafov funkcij $f(x) = 2x^2 + x$ in $g(x) = x^2 + x + 1$ ter ploščino lika, ki ga grafa omejujeta.

(8 točk)

10. Naj bo $\sin 2x \neq 0$. Poenostavite izraz $\frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) - \cos^3 x}{\sin 2x}$ in ga zapišite kot enočlenik.

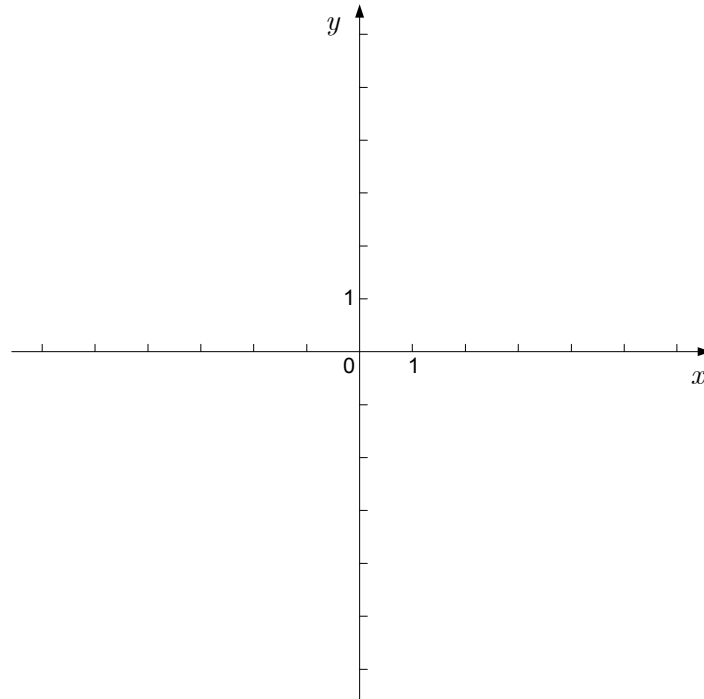
(6 točk)

11. Izračunajte prvi člen in količnik naraščajočega geometrijskega zaporedja, če je $a_2 + a_3 = 12$ in $a_4 - a_3 = 18$. Zapišite prve štiri člene tega geometrijskega zaporedja.

(8 točk)

12. Narišite graf funkcije $f(x) = \frac{x+1}{x^2+2x-3}$ (brez uporabe odvoda). Zapišite presečišči grafa s koordinatnima osema, pola in enačbo vodoravne asimptote.

(7 točk)



PRAZNA STRAN

PRAZNA STRAN