Šifra kandidata:
A jelölt kódszáma:

Državni izpitni center

M 0 7 2 4 0 1 1 1 M

JESENSKI ROK
ŐSZI IDŐSZAK

Osnovna raven
Alapszint

MATEMATIKA

Izpitna pola 1
1. feladatlap

Torek, 28. avgust 2007 / 120 minut
2007. augusztus 28., kedd / 120 perc

Dovoljeno dodatno gradivo in pripomočki:
Kandidat prinese s seboj nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko, računalo brez grafičnega zaslona in brez možnosti računanja s simboli, šestilo in dva trikotnika, lahko tudi ravnilo.
Kandidat dobi dva ocenjevalna obrazca in dva konceptna lista.

Engedélyezett segédeszközök: a jelölt töltőtollat vagy golyóstollat, ceruzát, radírt, csak műveleteket végző zsebszámológépet, körzőt és 2 háromszögvonalzót vagy vonalzót hoz magával.
A jelöt két értékelőlapot és két vázlatlapot is kap.

SPLOŠNA MATURA
ÁLTALÁNOS ÉRETTSÉGI VIZSGA

Navodila kandidatu so na naslednji strani.
A jelöltnek szóló útmutató a következő oldalon olvasható.

Ta pola ima 20 strani, od tega 4 prazne.
A feladatlap terjedelme 20 oldal, ebből 4 üres.

© RIC 2007

NAVODILA KANDIDATU

Pazljivo preberite ta navodila. Ne izpuščajte ničesar!

Ne obračajte strani in ne začenjajte reševati nalog, dokler Vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.

Prilepite kodo oziroma vpišite svojo šifro (v okvirček desno zgoraj na prvi strani in na ocenjevalna obrazca).

V tej izpitni poli je 12 nalog, rešujete vse, in sicer na strani, kjer je besedilo naloge. **Ocenjevalci ne bodo pregledovali konceptnih listov.**

Pišite z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom. **Če se zmotite, napisano prečrtajte**. Grafe funkcij rišite s svinčnikom. Pazite, da bo Vaš izdelek pregleden in čitljiv. Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vmesnimi računi in sklepi.

Na strani 3 in 4 je standardna zbirka zahtevnejših formul, ki jih ni treba znati na pamet. Morda si boste s katero med njimi pomagali.

Rešitev v izpitni poli ni dovoljeno zapisovati z navadnim svinčnikom. Če ste nalogo reševali na več načinov, nedvoumno označite, katero rešitev naj ocenjevalec točkuje.

Vsako nalogo skrbno preberite. Rešujte premišljeno. Zaupajte vase in v svoje sposobnosti.

Število točk, ki jih lahko dosežete, je 80.

Želimo vam veliko uspeha.

ÚTMUTATÓ A JELÖLTNEK

Figyelmesen olvassa el ezt az útmutatót. Semmit se hagyjon ki.

Ne lapozzon, és ne kezdjen a feladatok megoldásába, amíg ezt a felügyelő tanár nem engedélyezi.

Ragassza vagy írja be kódszámát (a feladatlap első oldalának jobb felső sarkában levő keretbe és az értékelőlapokra).

Ez a feladatlap 12 feladatot tartalmaz. Mindegyiket oldja meg, éspedig azon az oldalon, ahol a feladat található. ***Az értékelők a vázlatlapokat nem nézik át.***

Töltőtollal vagy golyóstollal írjon. ***A rossz válaszait húzza át.*** *A függvénygrafikonokat ceruzával rajzolja be. Ügyeljen arra, hogy munkája áttekinthető és olvasható legyen. A feladat megoldásának világosan és korrekten kell mutatnia az eredményhez vezető utat, a köztes számításokkal és következtetésekkel együtt.*

A 3. és 4. oldalon található azoknak a képleteknek a standard gyűjteménye, amelyeket nem kell fejből tudnia, de egy részük talán segítségére lesz a feladatok megoldásában.

A feladatlapra nem szabad ceruzával írni a megoldásokat. Ha a feladatot többféleképpen oldotta meg, egyértelműen jelölje, melyik megoldást értékeljék.

Figyelmesen olvassa el mindegyik feladatot, majd megfontoltan oldja meg őket. Bízzon önmagában és képességeiben.

Összesen 80 pont érhető el.

Eredményes munkát kívánunk!

Formule

- $a^{2n+1} + b^{2n+1} = (a+b)\left(a^{2n} - a^{2n-1}b + a^{2n-2}b^2 - .... + a^2b^{2n-2} - ab^{2n-1} + b^{2n}\right)$
- Evklidov in višinski izrek v pravokotnem trikotniku: $a^2 = ca_1$, $b^2 = cb_1$, $v_c^2 = a_1b_1$
- Polmera trikotniku očrtanega in včrtanega kroga: $R = \frac{abc}{4S}$, $r = \frac{S}{s}$, $s = \frac{a+b+c}{2}$
- Kotne funkcije polovičnih kotov:
  $\sin\frac{x}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos x}{2}}$; $\cos\frac{x}{2} = \pm\sqrt{\frac{1+\cos x}{2}}$; $\tan\frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1+\cos x}$
- Kotne funkcije trojnih kotov:
  $\sin 3x = 3\sin x - 4\sin^3 x$, $\cos 3x = 4\cos^3 x - 3\cos x$
- Adicijski izrek:
  $\sin(x+y) = \sin x\cos y + \cos x\sin y$
  $\cos(x+y) = \cos x\cos y - \sin x\sin y$
  $\tan(x+y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x\tan y}$
- Faktorizacija:
  $\sin x + \sin y = 2\sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$, $\sin x - \sin y = 2\cos\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$
  $\cos x + \cos y = 2\cos\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$, $\cos x - \cos y = -2\sin\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$
  $\tan x \pm \tan y = \frac{\sin(x\pm y)}{\cos x\cos y}$, $\cot x \pm \cot y = \frac{\sin(y\pm x)}{\sin x\sin y}$
- Razčlenitev produkta kotnih funkcij:
  $\sin x\sin y = -\frac{1}{2}\left[\cos(x+y) - \cos(x-y)\right]$
  $\cos x\cos y = \frac{1}{2}\left[\cos(x+y) + \cos(x-y)\right]$
  $\sin x\cos y = \frac{1}{2}\left[\sin(x+y) + \sin(x-y)\right]$
- Razdalja točke $T_0\left(x_0, y_0\right)$ od premice $ax + by - c = 0$:
  $d\left(T_0, p\right) = \left|\frac{ax_0 + by_0 - c}{\sqrt{a^2 + b^2}}\right|$
- Ploščina trikotnika z oglišči $A\left(x_1, y_1\right)$, $B\left(x_2, y_2\right)$, $C\left(x_3, y_3\right)$:
  $S = \frac{1}{2}\left|\left(x_2 - x_1\right)\left(y_3 - y_1\right) - \left(x_3 - x_1\right)\left(y_2 - y_1\right)\right|$
- Elipsa: $e^2 = a^2 - b^2$, $\varepsilon = \frac{e}{a}$; $a > b$
- Hiperbola: $e^2 = a^2 + b^2$, $\varepsilon = \frac{e}{a}$, a je realna polos
- Parabola: $y^2 = 2px$, gorišče $G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$
- Integrala: $\int\frac{\mathrm{d}x}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a}\arctan\frac{x}{a} + C$, $\int\frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \arcsin\frac{x}{a} + C$

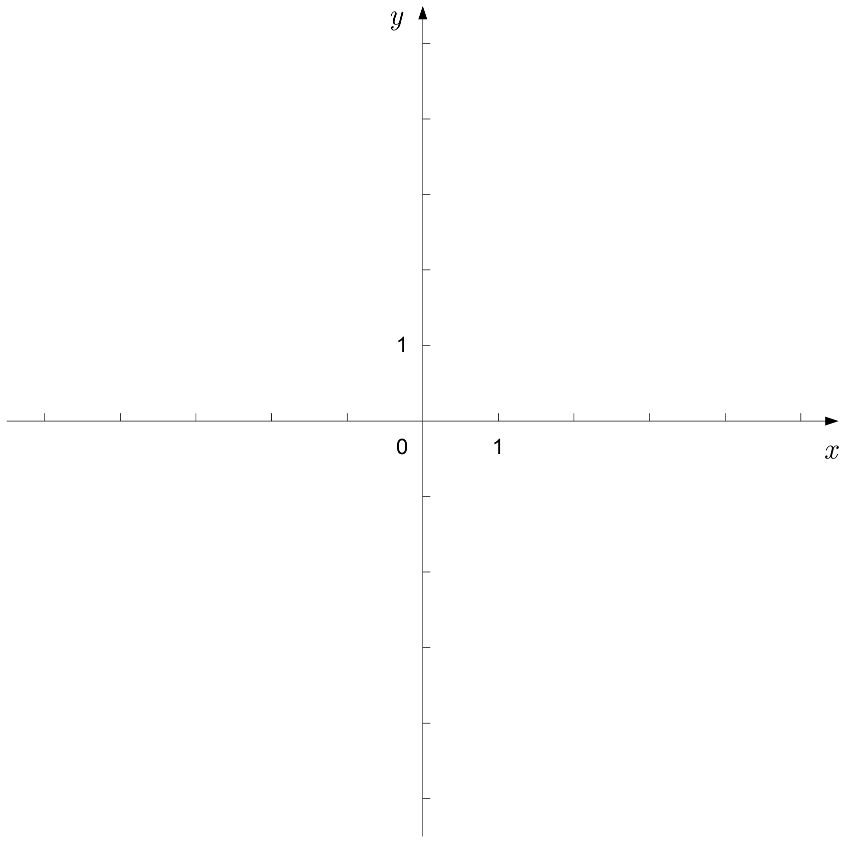
Képletek

- $a^{2n+1}+b^{2n+1}=(a+b)\left(a^{2n}-a^{2n-1}b+a^{2n-2}b^2-....+a^2b^{2n-2}-ab^{2n-1}+b^{2n}\right)$
- *A derékszögű háromszög magasságtétele és befogótétele:* $a^2=ca_1$, $b^2=cb_1$, $v_c^2=a_1b_1$
- *A háromszög köré írt kör és a háromszögbe írt kör sugara:* $R=\frac{abc}{4S}$, $r=\frac{S}{s}$, $s=\frac{a+b+c}{2}$
- *A félszögek szögfüggvényei:*
  $\sin\frac{x}{2}=\pm\sqrt{\frac{1-\cos x}{2}}$; $\cos\frac{x}{2}=\pm\sqrt{\frac{1+\cos x}{2}}$; $\mathrm{tg}\,\frac{x}{2}=\frac{\sin x}{1+\cos x}$
- *A szög háromszorosának szögfüggvényei:*
  $\sin 3x=3\sin x-4\sin^3 x$, $\cos 3x=4\cos^3 x-3\cos x$
- *Addíciós tételek:*
  $\sin(x+y)=\sin x\cos y+\cos x\sin y$
  $\cos(x+y)=\cos x\cos y-\sin x\sin y$
  $\mathrm{tg}\,(x+y)=\frac{\mathrm{tg}x+\mathrm{tg}y}{1-\mathrm{tg}x\,\mathrm{tg}y}$
- *Tényezőkre bontás:*
  $\sin x+\sin y=2\sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$, $\sin x-\sin y=2\cos\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$
  $\cos x+\cos y=2\cos\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$, $\cos x-\cos y=-2\sin\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$
  $\mathrm{tg}x\pm\mathrm{tg}y=\frac{\sin(x\pm y)}{\cos x\cos y}$, $\mathrm{ctg}x\pm\mathrm{ctg}y=\frac{\sin(y\pm x)}{\sin x\sin y}$
- *A szögfüggvények szorzatának felbontása:*
  $\sin x\sin y=-\frac{1}{2}\left[\cos(x+y)-\cos(x-y)\right]$
  $\cos x\cos y=\frac{1}{2}\left[\cos(x+y)+\cos(x-y)\right]$
  $\sin x\cos y=\frac{1}{2}\left[\sin(x+y)+\sin(x-y)\right]$
- *A* $T_0\left(x_0,y_0\right)$ *pont távolsága az* $ax+by-c=0$ *egyenestől:*
  $d\left(T_0,p\right)=\left|\frac{ax_0+by_0-c}{\sqrt{a^2+b^2}}\right|$
- *Az* $A(x_1,y_1)$, $B(x_2,y_2)$, $C(x_3,y_3)$ *csúcsú háromszög területe:*
  $S=\frac{1}{2}\left|(x_2-x_1)(y_3-y_1)-(x_3-x_1)(y_2-y_1)\right|$
- *Ellipszis:* $e^2=a^2-b^2$, $\varepsilon=\frac{e}{a}$; $a>b$
- *Hiperbola:* $e^2=a^2+b^2$, $\varepsilon=\frac{e}{a}$, *az a valós féltengely*
- *Parabola:* $y^2=2px$, *fókuszpont* $G\left(\frac{p}{2},0\right)$
- *Integrálok:* $\int\frac{\mathrm{d}x}{x^2+a^2}=\frac{1}{a}\,\mathrm{arc\,tg}\,\frac{x}{a}+C$, $\int\frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{a^2-x^2}}=\mathrm{arc\ sin}\,\frac{x}{a}+C$

01. V koordinatni sistem narišite množico točk $T(x,y)$, ki ustreza pogojema $1 \leq x \leq 3$ in $-1 \leq y \leq 2$. Osenčite nastali lik in izračunajte njegovo ploščino.

A koordináta-rendszerbe rajzolja be azon $T(x,y)$ pontok halmazát, amelyek eleget tesznek az $1 \leq x \leq 3$ és a $-1 \leq y \leq 2$ feltételeknek. Satírozza be a kapott síkidomot, és számítsa ki a területét.

(7 točk/pont)



02. V enakokrakem trikotniku ABC so dolžine stranic $c = |AB| = 4\ \mathrm{cm}$, $a = |BC| = |AC| = 6\ \mathrm{cm}$. Izračunajte ploščino trikotnika in kot $\beta = \sphericalangle ABC$. Zapišite natančno vrednost ploščine, kot β pa zaokrožite na stotinko stopinje.

Az ABC egyenlő szárú háromszögben az oldalak hossza $c = |AB| = 4\ \mathrm{cm}$, $a = |BC| = |AC| = 6\ \mathrm{cm}$. Számítsa ki a háromszög területét és a $\beta = \sphericalangle ABC$ szöget. Írja fel a terület pontos értékét, a β szöget pedig kerekítse századfok pontosságra.

(6 točk/pont)

03. Izračunajte odvode funkcij: $f(x)=\sqrt[3]{x}$, $g(x)=x^2\sin x$, $h(x)=\dfrac{1+x}{1-x}$. Odvod funkcije $h(x)$ poenostavite.

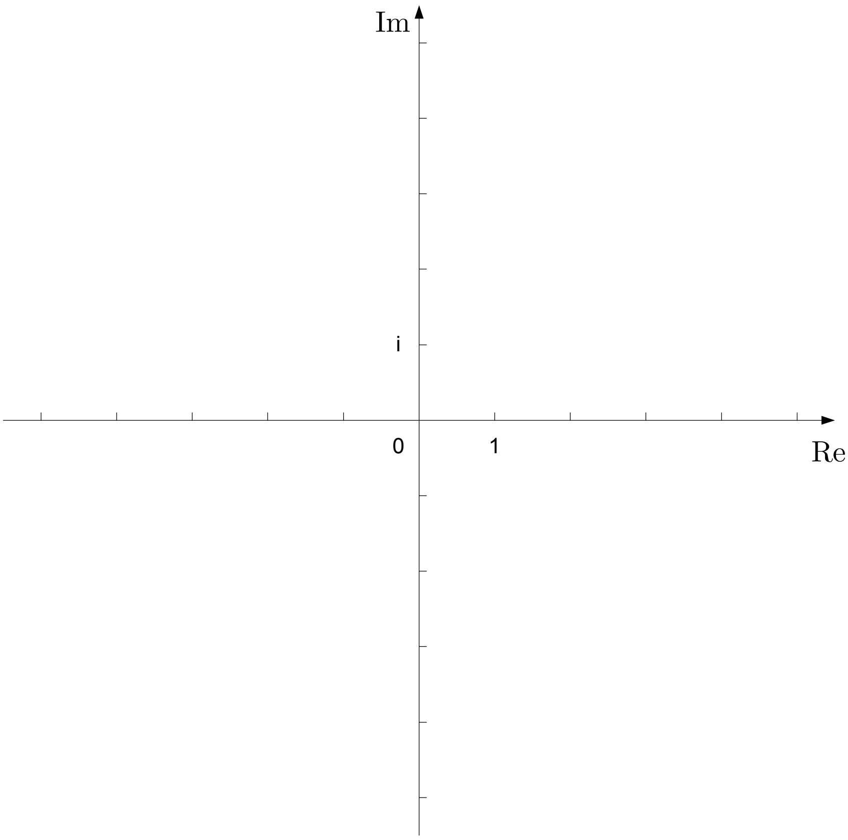
Számítsa ki az $f(x)=\sqrt[3]{x}$ *,* $g(x)=x^2\sin x$ *,* $h(x)=\dfrac{1+x}{1-x}$ *függvények deriváltjait. A* $h(x)$ *függvény deriváltját egyszerűsítse.*

(8 točk/pont)

04. V kompleksni ravnini narišite sliko kompleksnega števila $z = 2 - 3\mathrm{i}$. Koliko je absolutna vrednost tega kompleksnega števila? Izračunajte z^2 in $\frac{1}{z}$.

A komplex számsíkon rajzolja meg a $z = 2 - 3\mathrm{i}$ *komplex szám ábráját. Mennyi az említett komplex szám abszolút értéke? Számítsa ki:* z^2 *és* $\frac{1}{z}$.

(7 točk/pont)



05. Graf kvadratne funkcije $f(x) = ax^2 + bx + c$ poteka skozi točke $A(-1,0)$, $B(0,1)$ in $C(1,5)$. Izračunajte števila $a,$ b in c ter zapišite predpis funkcije f.

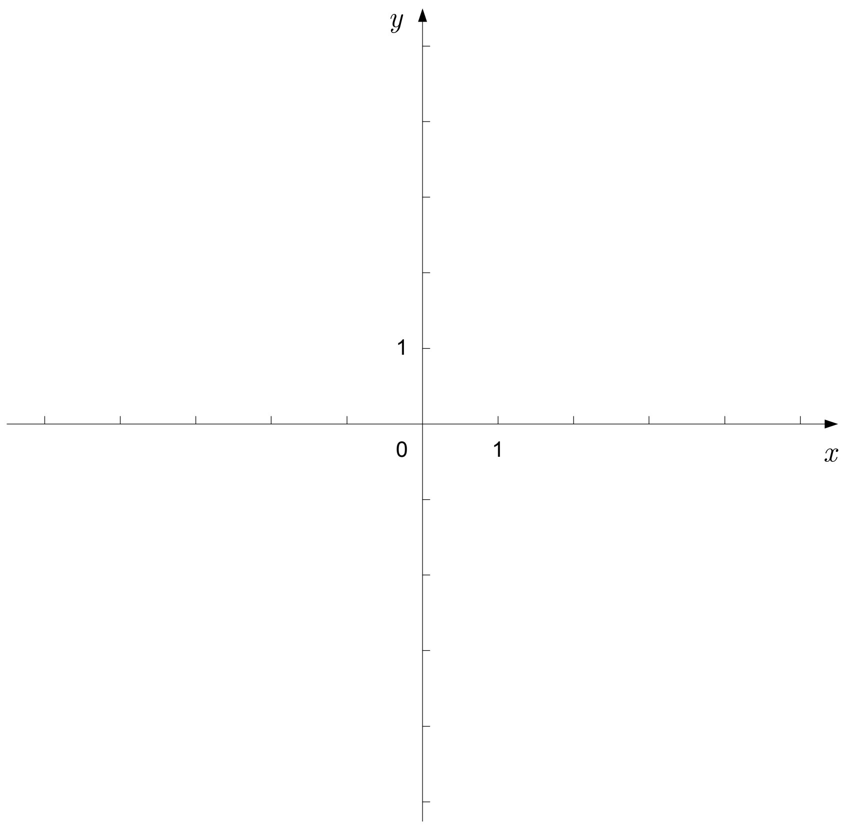
Az $f(x) = ax^2 + bx + c$ *másodfokú függvény az* $A(-1,0)$, $B(0,1)$ *és* $C(1,5)$ *pontokon halad át. Számítsa ki az* $a,$ b *és* c *számokat, és írja fel az* f *függvény hozzárendelését.*

(6 točk/pont)

06. V dani koordinatni sistem narišite hiperbolo $4x^2 - y^2 = 4$ (narišite tudi asimptoti). Izračunajte in zapišite presečišči hiperbole in premice $y = x + 1$.

Az adott koordináta-rendszerben rajzolja meg a $4x^2 - y^2 = 4$ hiperbolát (rajzolja meg az aszimptotáit is). Számítsa ki és írja fel a hiperbola és az $y = x + 1$ egyenes metszéspontjait.

(8 točk/pont)



07. Rešite enačbo $\log_x (x+30) = 2$.

Oldja meg a $\log_x (x+30) = 2$ *egyenletet.*

(5 točk/pont)

08. V aritmetičnem zaporedju $a_1, a_2, 2, a_4, 8 \ldots$ izračunajte a_1, a_2, a_4, a_{671} in vsoto prvih 671 členov.

Az $a_1, a_2, 2, a_4, 8 \ldots$ *számtani sorozatban számítsa ki az* a_1, a_2, a_4, a_{671} *tagokat, és az első* 671 *tag összegét.*

(8 točk/pont)

09. Pokažite, da je za vsak x vrednost izraza $\sin 2x + 2\sin^2\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$ enaka 1.

Bizonyítsa, hogy minden x *esetében a* $\sin 2x + 2\sin^2\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$ *kifejezés értéke egyenlő 1-gyel.*

(5 točk/pont)

10. V posodi so 4 modre in 6 rumenih kroglic. Iz posode na slepo izvlečemo 2 kroglici. Izračunajte verjetnost, da sta tako dobljeni kroglici iste barve.

Egy fazékban 4 *kék és* 6 *sárga golyó van. A fazékból találomra* 2 *golyót húzunk ki. Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy a két kihúzott golyó egyenlő színű.*

(6 točk/pont)

11. Dan je vektor $\vec{a} = (-2,1)$. Izračunajte točno dolžino vektorja $\vec{a}$. Zapišite komponenti vektorja $\vec{b}$, če je $|\vec{b}| = 2\sqrt{5}$ in $\vec{a} \cdot \vec{b} = -10$.

Adott az $\vec{a} = (-2,1)$ vektor. Számítsa ki az $\vec{a}$ vektor pontos hosszát. Írja fel a $\vec{b}$ vektor koordinátáit, ha $|\vec{b}| = 2\sqrt{5}$ és $\vec{a} \cdot \vec{b} = -10$.

(8 točk/pont)

12. Število $a = 1,\overline{24}$ zapišite v obliki okrajšanega ulomka. Za dano število a izračunajte vrednost izraza $\left(1 - a^{-1}\right)^{-1}$. Rezultat zapišite v obliki okrajšanega ulomka.

    Nalogo rešite brez uporabe žepnega računala.

    Az $a = 1,\overline{24}$ *számot írja fel rövidített tört alakjában. Az* a *adott szám esetén számítsa ki az* $\left(1 - a^{-1}\right)^{-1}$ *kifejezés értékét. Az eredményt írja fel rövidített tört alakjában.*

    A feladatot zsebszámológép használata nélkül oldja meg!

(6 točk/pont)

PRAZNA STRAN
ÜRES OLDAL

PRAZNA STRAN
ÜRES OLDAL

PRAZNA STRAN
ÜRES OLDAL

PRAZNA STRAN
ÜRES OLDAL