Šifra kandidata:
A jelölt kódszáma:

Državni izpitni center

M 0 8 1 4 0 2 1 2 M

SPOMLADANSKI IZPITNI ROK
TAVASZI VIZSGAIDŐSZAK

Višja raven
Emelt szint

MATEMATIKA

Izpitna pola 2
2. feladatlap

Sobota, 7. junij 2008 / 90 minut
2008. június 7., szombat / 90 perc

Dovoljeno gradivo in pripomočki:
Kandidat prinese nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko, računalo brez grafičnega zaslona in možnosti računanja s simboli, šestilo in dva trikotnika, lahko tudi ravnilo.
Kandidat dobi dva konceptna lista in dva ocenjevalna obrazca.

Engedélyezett segédeszközök: a jelölt töltőtollat vagy golyóstollat, ceruzát, radírt, csak műveleteket végző zsebszámológépet, körzőt és 2 háromszögvonalzót vagy vonalzót hoz magával.
A jelölt két értékelőlapot és két pótlapot is kap a vázlatkészítéshez.

SPLOŠNA MATURA
ÁLTALÁNOS ÉRETTSÉGI VIZSGA

Navodila kandidatu so na naslednji strani.
A jelöltnek szóló útmutató a következő oldalon olvasható.

Ta pola ima 16 strani, od tega 3 rezervne in 3 prazne.
A feladatlap terjedelme 16 oldal, ebből 3 tartalék és 3 üres.

NAVODILA KANDIDATU

Pazljivo preberite ta navodila.
Ne odpirajte izpitne pole in ne začenjajte reševati nalog, dokler vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.

Prilepite kodo oziroma vpišite svojo šifro (v okvirček desno zgoraj na prvi strani in na ocenjevalna obrazca). Svojo šifro vpišite tudi na konceptna lista.

Izpitna pola vsebuje 3 strukturirane naloge. Število točk, ki jih lahko dosežete, je 40. Za posamezno nalogo je število točk navedeno v izpitni poli. Pri reševanju si lahko pomagate s standardno zbirko zahtevnejših formul na strani 3 in 4.

Rešitve, ki jih pišite z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom, vpisujte **v izpitno polo** pod besedila nalog in na naslednje strani, grafe funkcij pa rišite s svinčnikom. Če se zmotite, napisano prečrtajte in rešitev zapišite na novo. Nečitljivi zapisi in nejasni popravki bodo ocenjeni z nič (0) točkami. Strani 12, 13 in 14 so rezervne; uporabite jih le, če vam zmanjka prostora. Jasno označite, katere naloge ste reševali na teh straneh. Osnutki rešitev, ki jih lahko naredite na konceptna lista, se pri ocenjevanju ne upoštevajo.

Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vsemi vmesnimi računi in sklepi. Če ste nalogo reševali na več načinov, jasno označite, katero rešitev naj ocenjevalec oceni.

Zaupajte vase in v svoje zmožnosti. Želimo vam veliko uspeha.

ÚTMUTATÓ A JELÖLTNEK

Figyelmesen olvassa el ezt az útmutatót!
Ne lapozzon, és ne kezdjen a feladatok megoldásába, amíg azt a felügyelő tanár nem engedélyezi!

Ragassza vagy írja be kódszámát (a feladatlap első oldalának jobb felső sarkában levő keretbe és az értékelőlapokra)! *Kódszámát a pótlapra is írja be!*

A feladatlap 3 strukturált feladatot tartalmaz. Összesen 40 pont érhető el. A feladatlapban a feladatok mellett feltüntettük az elérhető pontszámot is. A feladatok megoldásakor használhatja a 3. és 4. oldalon található standard képletgyűjteményt.

Válaszait töltőtollal vagy golyóstollal írja a **feladatlap** *erre kijelölt helyére, a függvénygrafikonokat ceruzával rajzolja be! Ha tévedett, a leírtat húzza át, majd válaszát írja le újra! Az olvashatatlan megoldásokat és a nem egyértelmű javításokat nulla (0) ponttal értékeljük. A 12., 13. és a 14. oldal tartalék. Csak abban az esetben írjon oda, ha másutt már nincs hely! Egyértelműen jelölje meg, melyik feladatokat oldotta meg ezeken az oldalakon! Vázlatát írja a pótlapokra, ám azt az értékelés során nem vesszük figyelembe.*

A válasznak tartalmaznia kell a megoldásig vezető műveletsort, az összes köztes számítással és következtetéssel együtt. Ha a feladatot többféleképpen oldotta meg, egyértelműen jelölje, melyik megoldást értékeljék!

Bízzon önmagában és képességeiben! Eredményes munkát kívánunk!

Formule

- $a^{2n+1}+b^{2n+1}=(a+b)\left(a^{2n}-a^{2n-1}b+a^{2n-2}b^2-....+a^2b^{2n-2}-ab^{2n-1}+b^{2n}\right)$
- Evklidov in višinski izrek v pravokotnem trikotniku: $a^2=ca_1$, $b^2=cb_1$, $v_c^2=a_1b_1$
- Polmera trikotniku očrtanega in včrtanega kroga: $R=\frac{abc}{4S}$, $r=\frac{S}{s}$, $s=\frac{a+b+c}{2}$
- Kotne funkcije polovičnih kotov:
  $\sin\frac{x}{2}=\pm\sqrt{\frac{1-\cos x}{2}}$; $\cos\frac{x}{2}=\pm\sqrt{\frac{1+\cos x}{2}}$; $\tan\frac{x}{2}=\frac{\sin x}{1+\cos x}$
- Kotne funkcije trojnih kotov:
  $\sin 3x=3\sin x-4\sin^3 x$, $\cos 3x=4\cos^3 x-3\cos x$
- Adicijski izrek:
  $\sin(x+y)=\sin x\cos y+\cos x\sin y$

  $\cos(x+y)=\cos x\cos y-\sin x\sin y$

  $\tan(x+y)=\frac{\tan x+\tan y}{1-\tan x\tan y}$
- Faktorizacija:
  $\sin x+\sin y=2\sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$, $\sin x-\sin y=2\cos\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$

  $\cos x+\cos y=2\cos\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$, $\cos x-\cos y=-2\sin\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$

  $\tan x\pm\tan y=\frac{\sin(x\pm y)}{\cos x\cos y}$, $\cot x\pm\cot y=\frac{\sin(y\pm x)}{\sin x\sin y}$
- Razčlenitev produkta kotnih funkcij:
  $\sin x\sin y=-\frac{1}{2}\left[\cos(x+y)-\cos(x-y)\right]$

  $\cos x\cos y=\frac{1}{2}\left[\cos(x+y)+\cos(x-y)\right]$

  $\sin x\cos y=\frac{1}{2}\left[\sin(x+y)+\sin(x-y)\right]$
- Razdalja točke $T_0\left(x_0, y_0\right)$ od premice $ax+by-c=0$:

  $d\left(T_0, p\right)=\left|\frac{ax_0+by_0-c}{\sqrt{a^2+b^2}}\right|$
- Ploščina trikotnika z oglišči $A\left(x_1,y_1\right)$, $B\left(x_2,y_2\right)$, $C\left(x_3,y_3\right)$:
  $S=\frac{1}{2}\left|\left(x_2-x_1\right)\left(y_3-y_1\right)-\left(x_3-x_1\right)\left(y_2-y_1\right)\right|$
- Elipsa: $e^2=a^2-b^2$, $\varepsilon=\frac{e}{a}$; $a>b$
- Hiperbola: $e^2=a^2+b^2$, $\varepsilon=\frac{e}{a}$, a je realna polos
- Parabola: $y^2=2px$, gorišče $G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$
- Integrala: $\int\frac{\mathrm{d}x}{x^2+a^2}=\frac{1}{a}\operatorname{arc\,tan}\frac{x}{a}+C$, $\int\frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{a^2-x^2}}=\operatorname{arc\,sin}\frac{x}{a}+C$

Képletek

- $a^{2n+1}+b^{2n+1}=(a+b)\left(a^{2n}-a^{2n-1}b+a^{2n-2}b^2-....+a^2b^{2n-2}-ab^{2n-1}+b^{2n}\right)$
- *A derékszögű háromszög magasságtétele és befogótétele:* $a^2=ca_1$, $b^2=cb_1$, $v_c^2=a_1b_1$
- *A háromszög köré írt kör és a háromszögbe írt kör sugara:* $R=\frac{abc}{4S}$, $r=\frac{S}{s}$, $s=\frac{a+b+c}{2}$
- *A félszögek szögfüggvényei:*
  $\sin\frac{x}{2}=\pm\sqrt{\frac{1-\cos x}{2}}$; $\cos\frac{x}{2}=\pm\sqrt{\frac{1+\cos x}{2}}$; $\tan\frac{x}{2}=\frac{\sin x}{1+\cos x}$
- *A szög háromszorosának szögfüggvényei:*
  $\sin 3x=3\sin x-4\sin^3 x$, $\cos 3x=4\cos^3 x-3\cos x$
- *Addíciós tételek:*
  $\sin(x+y)=\sin x\cos y+\cos x\sin y$
  $\cos(x+y)=\cos x\cos y-\sin x\sin y$
  $\tan(x+y)=\frac{\tan x+\tan y}{1-\tan x\tan y}$
- *Tényezőkre bontás:*
  $\sin x+\sin y=2\sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$, $\sin x-\sin y=2\cos\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$
  $\cos x+\cos y=2\cos\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$, $\cos x-\cos y=-2\sin\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$
  $\tan x\pm\tan y=\frac{\sin(x\pm y)}{\cos x\cos y}$, $\cot x\pm\cot y=\frac{\sin(y\pm x)}{\sin x\sin y}$
- *A szögfüggvények szorzatának felbontása:*
  $\sin x\sin y=-\frac{1}{2}\left[\cos(x+y)-\cos(x-y)\right]$
  $\cos x\cos y=\frac{1}{2}\left[\cos(x+y)+\cos(x-y)\right]$
  $\sin x\cos y=\frac{1}{2}\left[\sin(x+y)+\sin(x-y)\right]$
- *A* $T_0\left(x_0,y_0\right)$ *pont távolsága az* $ax+by-c=0$ *egyenestől:*
  $d\left(T_0,p\right)=\left|\frac{ax_0+by_0-c}{\sqrt{a^2+b^2}}\right|$
- *Az* $A(x_1,y_1)$, $B(x_2,y_2)$, $C(x_3,y_3)$ *csúcsú háromszög területe:*
  $S=\frac{1}{2}\left|(x_2-x_1)(y_3-y_1)-(x_3-x_1)(y_2-y_1)\right|$
- *Ellipszis:* $e^2=a^2-b^2$, $\varepsilon=\frac{e}{a}$; $a>b$
- *Hiperbola:* $e^2=a^2+b^2$, $\varepsilon=\frac{e}{a}$, *az a valós féltengely*
- *Parabola:* $y^2=2px$, *fókuszpont* $G\left(\frac{p}{2},0\right)$
- *Integrálok:* $\int\frac{\mathrm{d}x}{x^2+a^2}=\frac{1}{a}\arctan\frac{x}{a}+C$, $\int\frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{a^2-x^2}}=\mathrm{arc}\ \sin\frac{x}{a}+C$

Prazna stran

Üres oldal

OBRNITE LIST.
LAPOZZON!

01. Dan je polinom $p(x) = -\frac{x^3}{18} + \frac{x^2}{2}$.

Adva van a $p(x) = -\frac{x^3}{18} + \frac{x^2}{2}$ *polinom.*

a) Izračunajte ničle in ekstrema ter narišite graf polinoma.
Számítsa ki a gyökeit és mindkét extrémumát, majd rajzolja meg a grafikonját!

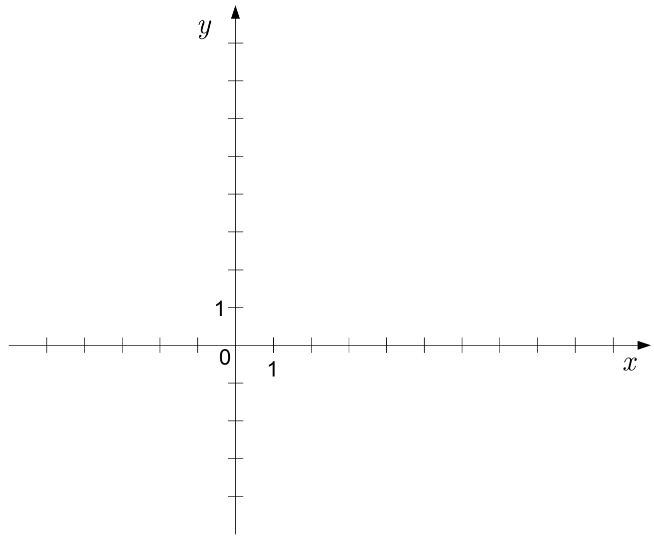
(5 točk/pont)

b) Simetrala lihih kvadrantov omejuje z grafom polinoma p dva lika. Dokažite, da sta njuni ploščini enaki.
A páratlan síknegyedek szimmetriatengelye a p *polinom grafikonjával két síkidomot határol be. Bizonyítsa, hogy a két síkidom területe egyenlő!*

(6 točk/pont)

c) Naj bo $T(x, y)$, $0 < x < 9$, točka na grafu polinoma p in T' pravokotna projekcija točke T na abscisno os. Izračunajte absciso tiste točke T, pri kateri je ploščina trikotnika $OT'T$ največja. O je izhodišče koordinatnega sistema.
Legyen a $T(x, y)$, $0 < x < 9$ *pont a* p *polinom grafikon egy pontja, és a* T' *a* T *pont merőleges vetítése az abszcisszatengelyre. Számítsa ki azon* T *pont abszcisszáját, amelynél az* $OT'T$ *háromszög területe a legnagyobb! Az* O *pont a koordináta-rendszer kiindulópontja.*

(4 točke/pont)



02. Števili z in w sta kompleksni števili.

A z és a w számok komplex számok.

a) Naj bo $z = 3 + 2\mathrm{i}$ in $w = \dfrac{z+3}{z-3}$. Izračunajte $\operatorname{Re} w$ in $\operatorname{Im} w$.

Legyen $z = 3 + 2\mathrm{i}$ és $w = \dfrac{z+3}{z-3}$. Számítsa ki a $\operatorname{Re} w$-t és az $\operatorname{Im} w$-t!

(3 točke/pont)

b) Naj bo $z = 3 + y\mathrm{i}$. Izračunajte, za katera realna števila y je $\left|\dfrac{z+3}{z-3}\right| = \sqrt{5}$.

Legyen $z = 3 + y\mathrm{i}$. Számítsa ki azt, hogy melyik y valós számokra érvényes a $\left|\dfrac{z+3}{z-3}\right| = \sqrt{5}$!

(3 točke/pont)

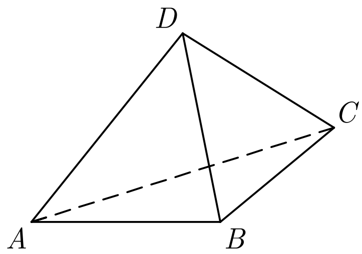
c) V kompleksni ravnini ponazorite vsa kompleksna števila $z = x + y\mathrm{i}$, za katera je $w = \dfrac{z+3}{z-3}$ čisto imaginarno število.

A komplex síkban szemléltesse az összes olyan $z = x + y\mathrm{i}$ komplex számot, amelyekre a $w = \dfrac{z+3}{z-3}$ tisztán imaginárius (képzetes) szám!

(5 točk/pont)

03. Dana je tristrana piramida $ABCD$.

Adott az $ABCD$ háromoldalú gúla.



a) V trikotniku ABC s podatki $\alpha = \sphericalangle BAC = 45^\circ$, $\beta = \sphericalangle ABC = 60^\circ$ in polmerom trikotniku očrtane krožnice $R = 2\ \mathrm{cm}$ je točka S središče temu trikotniku očrtane krožnice. Izračunajte skalarni produkt $\overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{SB}$.

Az ABC háromszög adatai a következők: $\alpha = \sphericalangle BAC = 45^\circ$, $\beta = \sphericalangle ABC = 60^\circ$ és a háromszög köré írható kör sugara $R = 2\ \mathrm{cm}$. Az S pont a háromszög köré írható kör középpontja. Számítsa ki az $\overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{SB}$ skaláris szorzatot!

(4 točke/pont)

b) Izrazite vektorja $\overrightarrow{AB}$ in $\overrightarrow{CB}$ kot linearno kombinacijo vektorjev $\overrightarrow{DA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{DB} = \vec{b}$ in $\overrightarrow{DC} = \vec{c}$. Dokažite, da velja enakost $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$.

Fejezze ki az $\overrightarrow{AB}$ és a $\overrightarrow{CB}$ vektorokat a $\overrightarrow{DA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{DB} = \vec{b}$ és $\overrightarrow{DC} = \vec{c}$ vektorok lineáris kombinációjaként! Bizonyítsa az $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$ egyenlőség érvényességét!

(4 točke/pont)

c) Naj bo piramida $ABCD$ enakoroba. Dokažite, da sta nasprotna robova AB in CD med seboj pravokotna.

Legyen az $ABCD$ gúla egyenlő oldalú. Bizonyítsa, hogy az AB és a CD ellentétes oldalak egymásra merőlegesek!

(6 točk/pont)

REZERVNA STRAN
TARTALÉK OLDAL

REZERVNA STRAN
TARTALÉK OLDAL

REZERVNA STRAN
TARTALÉK OLDAL

Prazna stran
Üres oldal

Prazna stran

Üres oldal