



Š i f r a k a n d i d a t a :

**Državni izpitni center**



JESENSKI IZPITNI ROK

Višja raven  
**MATEMATIKA**  
≡ Izpitna pola 1 ≡

**Torek, 26. avgust 2008 / 90 minut**

*Dovoljeno gradivo in pripomočki:*

*Kandidat prinese nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko, računalno brez grafičnega zaslona in možnosti računanja s simboli, šestilo in dva trikotnika, lahko tudi ravnilo.*

*Kandidat dobi dva konceptna lista in dva ocenjevalna obrazca.*

**SPLOŠNA MATURA**

**NAVODILA KANDIDATU**

**Pazljivo preberite ta navodila.**

**Ne odpirajte izpitne pole in ne začenjajte reševati nalog, dokler vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.**

Prilepite kodo oziroma vpišite svojo šifro (v okvirček desno zgoraj na tej strani in na ocenjevalna obrazca). Svojo šifro vpišite tudi na konceptna lista.

Izpitna pola vsebuje 12 nalog. Število točk, ki jih lahko dosežete, je 80. Za posamezno nalogo je število točk navedeno v izpitni poli. Pri reševanju si lahko pomagate s standardno zbirko zahtevnejših formul na strani 2.

Rešitve, ki jih pišete z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom, vpišujte **v izpitno polo** v za to predvideni prostor, grafe funkcij pa rišite s svinčnikom. Če se zmotite, napisano prečrtajte in rešitev zapišite na novo. Nečitljivi zapisi in nejasni popravki bodo ocenjeni z nič (0) točkami. Osnutki rešitev, ki jih lahko naredite na konceptna lista, se pri ocenjevanju ne upoštevajo.

Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vsemi vmesnimi računi in sklepi. Če ste nalogo reševali na več načinov, jasno označite, katero rešitev naj ocenjevalec oceni.

Zaupajte vase in v svoje zmožnosti. Želimo vam veliko uspeha.

*Ta pola ima 16 strani, od tega 2 prazni.*

## Formule

- $a^{2n+1} + b^{2n+1} = (a + b)(a^{2n} - a^{2n-1}b + a^{2n-2}b^2 - \dots + a^2b^{2n-2} - ab^{2n-1} + b^{2n})$
- Evklidov in višinski izrek v pravokotnem trikotniku:  $a^2 = ca_1$ ,  $b^2 = cb_1$ ,  $v_c^2 = a_1b_1$
- Polmera trikotniku očrtanega in včrtanega kroga:  $R = \frac{abc}{4S}$ ,  $r = \frac{S}{s}$ ,  $s = \frac{a+b+c}{2}$
- Kotne funkcije polovičnih kotov:  

$$\sin \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}}; \cos \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2}}; \tan \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$$
- Kotne funkcije trojnih kotov:  

$$\sin 3x = 3 \sin x - 4 \sin^3 x, \cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$$
- Adicijski izrek:  

$$\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\cos(x + y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\tan(x + y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y}$$
- Faktorizacija:  

$$\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}, \sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}, \cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\tan x \pm \tan y = \frac{\sin(x \pm y)}{\cos x \cos y}, \cot x \pm \cot y = \frac{\sin(y \pm x)}{\sin x \sin y}$$
- Razčlenitev produkta kotnih funkcij:  

$$\sin x \sin y = -\frac{1}{2}[\cos(x + y) - \cos(x - y)]$$

$$\cos x \cos y = \frac{1}{2}[\cos(x + y) + \cos(x - y)]$$

$$\sin x \cos y = \frac{1}{2}[\sin(x + y) + \sin(x - y)]$$
- Razdalja točke  $T_0(x_0, y_0)$  od premice  $ax + by - c = 0$ :  

$$d(T_0, p) = \left| \frac{ax_0 + by_0 - c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right|$$
- Ploščina trikotnika z oglišči  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$ ,  $C(x_3, y_3)$ :  

$$S = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$$
- Elipsa:  $e^2 = a^2 - b^2$ ,  $\varepsilon = \frac{c}{a}$ ;  $a > b$
- Hiperbola:  $e^2 = a^2 + b^2$ ,  $\varepsilon = \frac{c}{a}$ ,  $a$  je realna polos
- Parabola:  $y^2 = 2px$ , gorišče  $G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$
- Integrala:  

$$\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} + C, \int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \arcsin \frac{x}{a} + C$$

01. Zapišite prvih deset členov aritmetičnega zaporedja s prvim členom 2 in diferenco 3. Koliko odstotkov teh desetih števil je deljivih s 4 in koliko odstotkov je praštevil?

(6 točk)

Prvih deset členov aritmetičnega zaporedja:

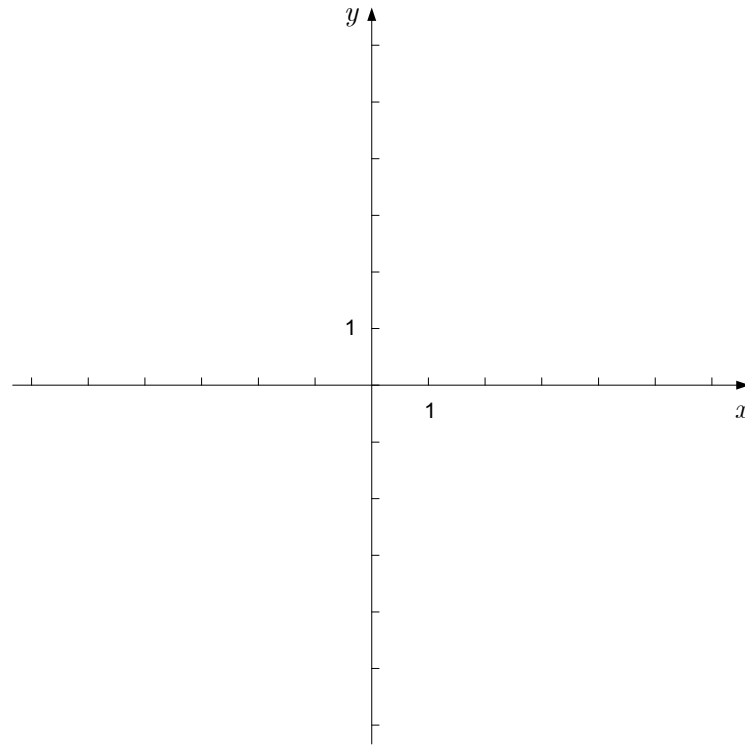
2, \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_

Odstotek števil, deljivih s 4 :

Odstotek praštevil:

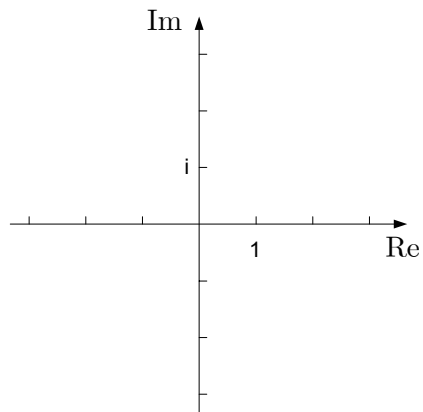
02. Narišite premici  $3x - y - 3 = 0$  in  $2x + y + 5 = 0$  ter izračunajte njuno presečišče.

(7 točk)



03. Rešite enačbo  $x^2 - 4x + 5 = 0$  in narišite rešitvi v kompleksni ravnini.

(6 točk)



04. Zapišite enačbo tangente ter enačbo normale na graf funkcije  $f(x) = x^3 - 3x$  v točki  $A(-2, y_0)$ .

(7 točk)

05. Dana je racionalna funkcija  $f(x) = \frac{1-2x}{x+3}$ . Zapišite njeno definicijsko območje in ničlo, enačbi navpične in vodoravne asimptote, presečišče grafa funkcije z ordinatno osjo ter narišite graf.

(7 točk)

06. Med petimi knjigami, tremi igračkami in dvema zavitkoma bonbonov naključno izberemo tri darila. Izračunajte verjetnost dogodka, da smo izbrali eno knjigo, eno igračo in en zavitek bonbonov.

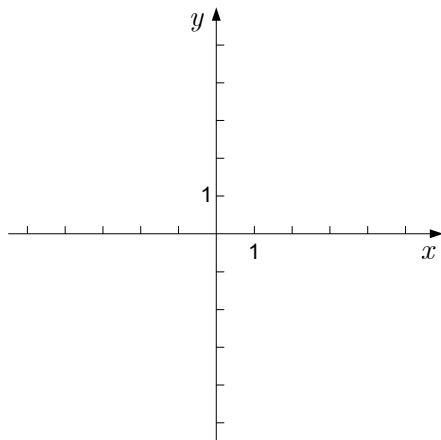
*(6 točk)*



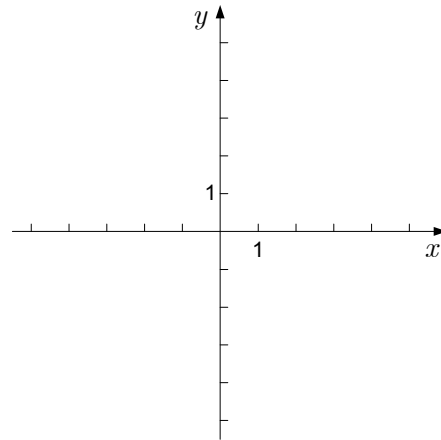
07. V koordinatne sisteme narišite množice točk, ki ustrezajo pogojem:

(8 točk)

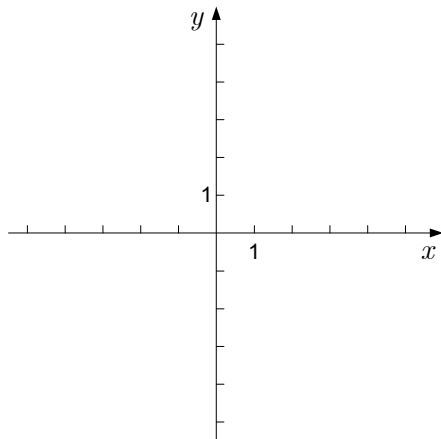
a)  $x + y = 4$



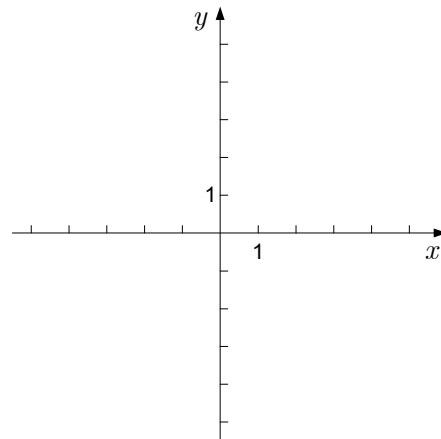
b)  $x^2 + y = 4$



c)  $x^2 + y^2 = 4$



d)  $x^2 - y^2 = 4$



08. Rešite enačbo  $\sin(\pi - x) + \cos^2 x = 1$ .

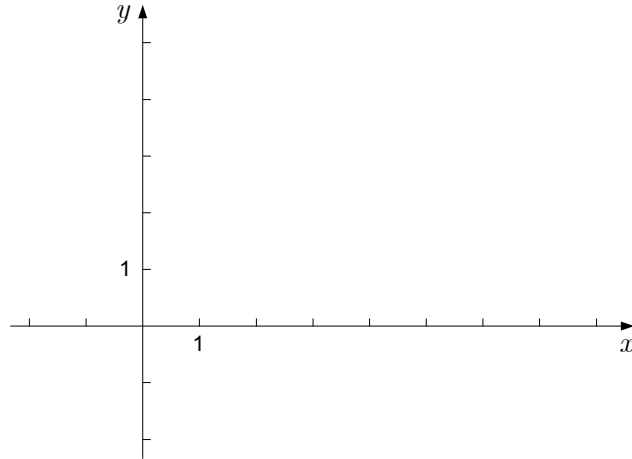
*(8 točk)*

09. Osnovna ploskev pokončne prizme je romb z diagonalama  $e = 18$  cm in  $f = 24$  cm . Diagonala stranske ploskve meri 39 cm . Izračunajte površino prizme.

*(6 točk)*

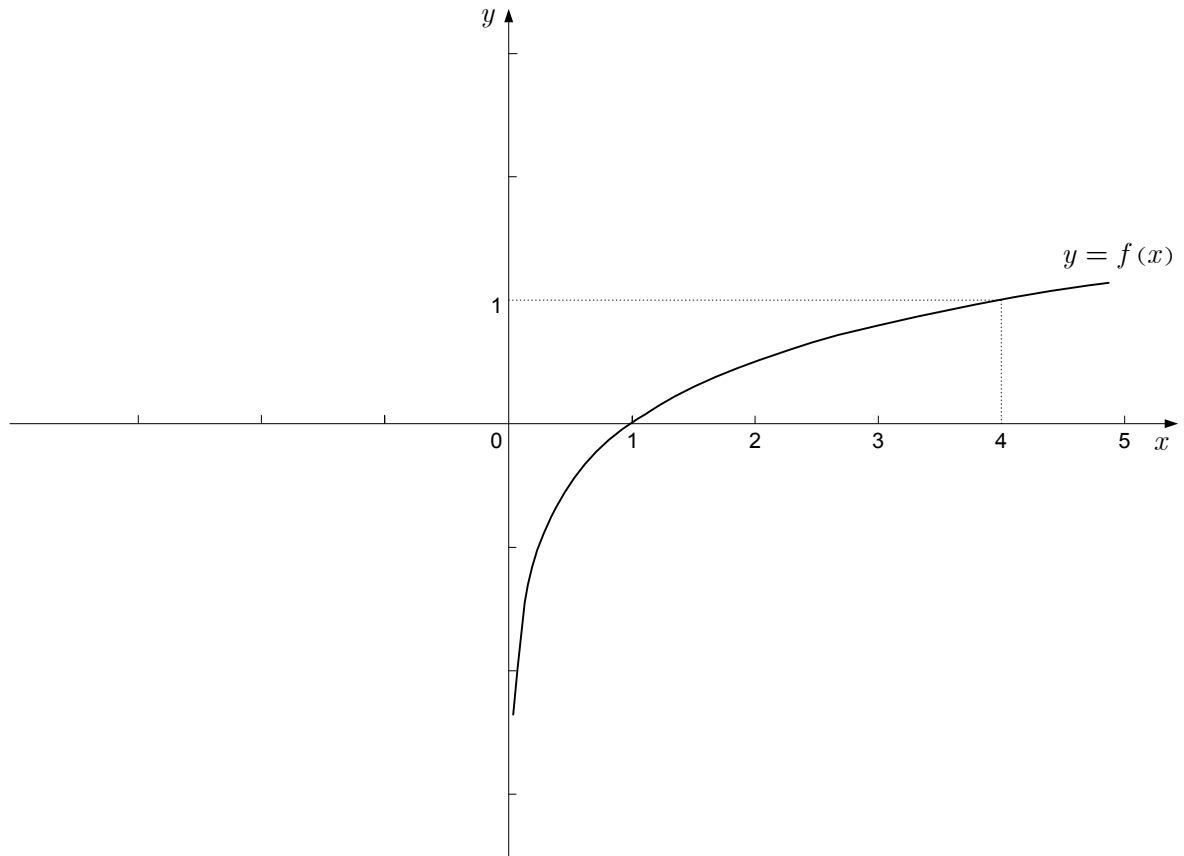
10. Točke  $A(0,0)$ ,  $B(7,0)$ ,  $C(3,3)$  in  $D(0,3)$  so oglišča trapeza. Narišite ga v dani koordinatni sistem. Izračunajte dolžino stranice  $b = |BC|$ , skalarni produkt  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$  in velikost kota  $\beta = \sphericalangle ABC$ . Dolžino stranice in skalarni produkt izračunajte natančno, kot  $\beta$  pa zapišite zaokroženo na minute.

(7 točk)



11. V koordinatnem sistemu je narisana graf logaritemske funkcije  $f(x) = \log_a x$ . Zapišite osnovo tega logaritma. V isti koordinatni sistem narišite še grafa funkcij  $g(x) = \log_a(x + 2)$  in  $h(x) = \log_a x - 1$ . Grafa nedvoumno označite.

(6 točk)



12. Izračunajte pozitivno realno število  $a$  tako, da bo ploščina lika, ki ga oklepa graf funkcije  $f(x) = a \sin x$  in os  $x$  na intervalu  $\left[0, \frac{\pi}{3}\right]$ , enaka 2.

(6 točk)

**Prazna stran**

**Prazna stran**