



Codice del candidato:

Državni izpitni center



M 0 9 1 4 0 1 1 1 1

SESSIONE PRIMAVERILE

Livello di base

MATEMATICA

≡ Prova d'esame 1 ≡

Sabato, 6 giugno 2009 / 120 minuti

Al candidato sono consentiti l'uso della penna stilografica o della penna a sfera, della matita, della gomma, di una calcolatrice tascabile priva di interfaccia grafica e possibilità di calcolo con simboli, nonché del compasso, di due squadrette e di un righello.

Al candidato vengono consegnati due fogli per la minuta e una scheda di valutazione.

MATURITÀ GENERALE

INDICAZIONI PER I CANDIDATI

Leggete con attenzione le seguenti indicazioni.

Non aprite la prova d'esame e non iniziate a svolgerla prima del via dell'insegnante preposto.

Incollate o scrivete il vostro numero di codice negli spazi appositi su questa pagina in alto a destra e sulla scheda di valutazione. Scrivete il vostro numero di codice anche sui fogli della minuta.

La prova d'esame si compone di 12 quesiti, risolvendo correttamente i quali potete conseguire fino a un massimo di 80 punti. Il punteggio conseguibile in ciascun quesito viene di volta in volta espressamente indicato. Per risolvere i quesiti potete fare uso dell'elenco di formule che trovate a pagina 2.

Scrivete le vostre risposte negli spazi appositamente previsti **all'interno della prova** utilizzando la penna stilografica o la penna a sfera. Disegnate a matita i grafici delle funzioni. In caso di errore, tracciate un segno sulla risposta scorretta e scrivete accanto ad essa quella corretta. Alle risposte e alle correzioni scritte in modo illeggibile verrà assegnato il punteggio di zero (0). Utilizzate i fogli della minuta solo per l'impostazione delle soluzioni, in quanto essi non verranno sottoposti a valutazione.

Le risposte devono riportare tutto il procedimento attraverso il quale si giunge alla soluzione, con i calcoli intermedi e le vostre deduzioni. Nel caso in cui un quesito sia stato risolto in più modi, deve essere indicata con chiarezza la soluzione da valutare.

Abbiate fiducia in voi stessi e nelle vostre capacità. Vi auguriamo buon lavoro.

La prova si compone di 16 pagine, di cui 2 bianche.

Formule

- $a^{2n+1} + b^{2n+1} = (a + b)(a^{2n} - a^{2n-1}b + a^{2n-2}b^2 - \dots + a^2b^{2n-2} - ab^{2n-1} + b^{2n})$
- Teoremi di Euclide e dell'altezza di un triangolo rettangolo: $a^2 = ca_1$, $b^2 = cb_1$, $h_c^2 = a_1b_1$
- Raggi delle circonferenze circoscritta ed inscritta ad un triangolo: $R = \frac{abc}{4A}$, $r = \frac{A}{p}$, $p = \frac{a+b+c}{2}$
- Formule di bisezione:

$$\sin \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}} ; \cos \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2}} ; \tan \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$$
- Funzioni trigonometriche relative al triplo di un angolo:
 $\sin 3x = 3 \sin x - 4 \sin^3 x$, $\cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$
- Teoremi di addizione:
 $\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$
 $\cos(x + y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$

$$\tan(x + y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y}$$
- Formule di prostaferesi o di fattorizzazione:
 $\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$, $\sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$
 $\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$, $\cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$
 $\tan x \pm \tan y = \frac{\sin(x \pm y)}{\cos x \cos y}$, $\cot x \pm \cot y = \frac{\sin(y \pm x)}{\sin x \sin y}$
- Formule di Werner o della scomposizione del prodotto:
 $\sin x \sin y = -\frac{1}{2} [\cos(x + y) - \cos(x - y)]$
 $\cos x \cos y = \frac{1}{2} [\cos(x + y) + \cos(x - y)]$
 $\sin x \cos y = \frac{1}{2} [\sin(x + y) + \sin(x - y)]$
- Distanza del punto $T_0(x_0, y_0)$ dalla retta $ax + by - c = 0$:

$$d(T_0, p) = \left| \frac{ax_0 + by_0 - c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right|$$
- Area del triangolo di vertici $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$:

$$A = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$$
- Ellisse: $e^2 = a^2 - b^2$, $\varepsilon = \frac{c}{a}$; $a > b$
- Iperbole: $e^2 = a^2 + b^2$, $\varepsilon = \frac{c}{a}$; a è il semiasse reale.
- Parabola: $y^2 = 2px$, fuoco $F\left(\frac{p}{2}, 0\right)$
- Integrali:

$$\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} + C$$
, $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \arcsin \frac{x}{a} + C$

01. Nel triangolo rettangolo ABC l'angolo nel vertice C è retto, il cateto $b = |AC| = 7$ cm e l'angolo nel vertice A misura $\alpha = 51^\circ$. Calcolate l'area del triangolo e disegnatene lo schizzo.

(6 punti)

02. Riducete le frazioni:

a) $\frac{204}{5202}$

(3 punti)

b) $\frac{x^2 - 3x}{x^2 - 9}$ ($x \neq -3$, $x \neq 3$)

(3 punti)

c) $\frac{n!}{n! + (n+1)!}$ ($n \in \mathbf{N}$)

(2 punti)

03. Marco pratica il salto con gli sci, e durante un allenamento ha saltato per quattro volte ottenendo le seguenti gittate: 94 m, 100 m, 94 m e 96 m. Calcolate la gittata media dei suoi salti. Quale gittata dovrebbe raggiungere nel suo quinto salto d'allenamento affinché la sua media risulti di 98 m?

(5 punti)

04. È data l'equazione quadratica $ax^2 - 4x + 2 = 0$, $a \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$. Risolvete l'equazione se $a = -2$. Scrivete le risoluzioni esatte. Per quali valori del numero a la suddetta equazione avrà due risoluzioni reali e distinte?

(6 punti)

05. Semplificate l'espressione $\frac{a^{\frac{7}{3}} \cdot \sqrt{2a^{-3}}}{\sqrt[6]{8a}}$, $a > 0$.

(5 punti)

06. Risolvete le equazioni:

a) $6 \cdot 4^x = 3$

(2 punti)

b) $6 \cdot \log_4 x = 3$

(2 punti)

c) $6 \cdot \sin 4x = 3$

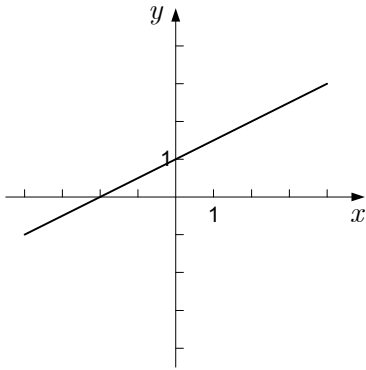
(4 punti)

07. Siano $z_1 = 6i - 2i^2 + i^3$, $z_2 = (2 - i) \cdot (-1 + 2i) - 2$ e $z_3 = \frac{12 - i}{1 + 2i}$. Calcolate i numeri complessi z_1 , z_2 e z_3 . Quali tra i numeri z_1 , z_2 e z_3 sono tra loro contrari e tra loro coniugati?

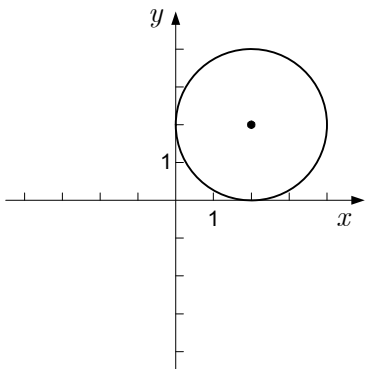
(7 punti)

08. Di seguito sono disegnate una retta, una circonferenza e un'ellisse. Scrivete le loro equazioni.

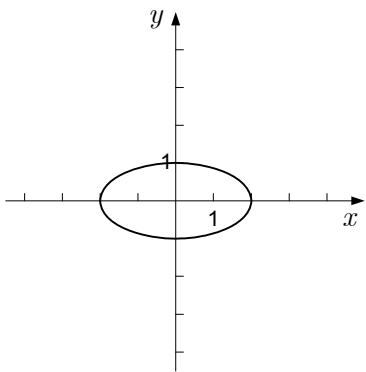
(7 punti)



Equazione:



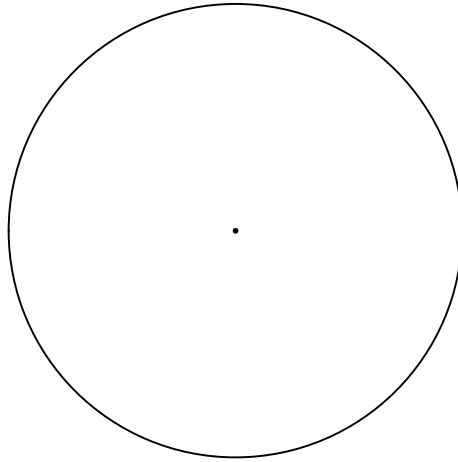
Equazione:



Equazione:

09. Nel cerchio di raggio $r = 3$ cm inscrivete l'esagono regolare $ABCDEF$. Tracciate il vettore $\vec{x} = \overline{AB} + 2\overline{BC}$ e calcolate il suo modulo. Il risultato sia approssimato al millimetro.

(7 punti)



10. Sia il secondo termine di una successione geometrica $a_2 = 6$, il quinto termine invece $a_5 = 162$.
Calcolate il primo termine, la ragione e la somma dei primi diciotto termini della successione.

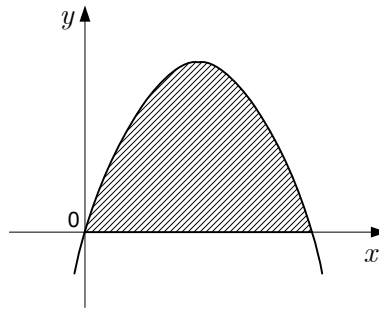
(6 punti)

11. Con quale angolo il grafico della funzione razionale $f(x) = \frac{x-2}{x^2+1}$ interseca l'asse delle ascisse?
Il risultato sia espresso al centesimo di grado.

(8 punti)

12. La figura mostra il grafico della funzione $f(x) = -x^2 + 3x$. Calcolate l'area della parte ombreggiata.

(7 punti)



Pagina bianca

Pagina bianca