Šifra kandidata:

Državni izpitni center

M 0 9 1 4 0 2 1 1

SPOMLADANSKI IZPITNI ROK

Višja raven

MATEMATIKA

Izpitna pola 1

Sobota, 6. junij 2009 / 90 minut

Dovoljeno gradivo in pripomočki:
Kandidat prinese nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko, računalo brez grafičnega zaslona in možnosti računanja s simboli, šestilo in dva trikotnika, lahko tudi ravnilo.
Kandidat dobi dva konceptna lista in ocenjevalni obrazec.

SPLOŠNA MATURA

NAVODILA KANDIDATU

Pazljivo preberite ta navodila.
Ne odpirajte izpitne pole in ne začenjajte reševati nalog, dokler vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.

Prilepite kodo oziroma vpišite svojo šifro (v okvirček desno zgoraj na tej strani in na ocenjevalni obrazec). Svojo šifro vpišite tudi na konceptna lista.

Izpitna pola vsebuje 12 nalog. Število točk, ki jih lahko dosežete, je 80. Za posamezno nalogo je število točk navedeno v izpitni poli. Pri reševanju si lahko pomagate s standardno zbirko zahtevnejših formul na strani 2.

Rešitve, ki jih pišite z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom, vpisujte **v izpitno polo** v za to predvideni prostor, grafe funkcij pa rišite s svinčnikom. Če se zmotite, napisano prečrtajte in rešitev zapišite na novo. Nečitljivi zapisi in nejasni popravki bodo ocenjeni z nič (0) točkami. Osnutki rešitev, ki jih lahko naredite na konceptna lista, se pri ocenjevanju ne upoštevajo.

Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vsemi vmesnimi računi in sklepi. Če ste nalogo reševali na več načinov, jasno označite, katero rešitev naj ocenjevalec oceni.

Zaupajte vase in v svoje zmožnosti. Želimo vam veliko uspeha.

Ta pola ima 16 strani, od tega 2 prazni.

Formule

- $a^{2n+1}+b^{2n+1}=(a+b)\left(a^{2n}-a^{2n-1}b+a^{2n-2}b^2-....+a^2b^{2n-2}-ab^{2n-1}+b^{2n}\right)$
- Evklidov in višinski izrek v pravokotnem trikotniku: $a^2=ca_1$, $b^2=cb_1$, $v_c^2=a_1b_1$
- Polmera trikotniku očrtanega in včrtanega kroga: $R=\frac{abc}{4S}$, $r=\frac{S}{s}$, $s=\frac{a+b+c}{2}$
- Kotne funkcije polovičnih kotov:
  $\sin\frac{x}{2}=\pm\sqrt{\frac{1-\cos x}{2}}$; $\cos\frac{x}{2}=\pm\sqrt{\frac{1+\cos x}{2}}$; $\tan\frac{x}{2}=\frac{\sin x}{1+\cos x}$
- Kotne funkcije trojnih kotov:
  $\sin 3x=3\sin x-4\sin^3 x$, $\cos 3x=4\cos^3 x-3\cos x$
- Adicijski izrek:
  $\sin(x+y)=\sin x\cos y+\cos x\sin y$

  $\cos(x+y)=\cos x\cos y-\sin x\sin y$

  $\tan(x+y)=\frac{\tan x+\tan y}{1-\tan x\tan y}$
- Faktorizacija:
  $\sin x+\sin y=2\sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$, $\sin x-\sin y=2\cos\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$

  $\cos x+\cos y=2\cos\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$, $\cos x-\cos y=-2\sin\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$

  $\tan x\pm\tan y=\frac{\sin(x\pm y)}{\cos x\cos y}$, $\cot x\pm\cot y=\frac{\sin(y\pm x)}{\sin x\sin y}$
- Razčlenitev produkta kotnih funkcij:
  $\sin x\sin y=-\frac{1}{2}\left[\cos(x+y)-\cos(x-y)\right]$

  $\cos x\cos y=\frac{1}{2}\left[\cos(x+y)+\cos(x-y)\right]$

  $\sin x\cos y=\frac{1}{2}\left[\sin(x+y)+\sin(x-y)\right]$
- Razdalja točke $T_0\left(x_0, y_0\right)$ od premice $ax+by-c=0$:

  $d\left(T_0, p\right)=\left|\frac{ax_0+by_0-c}{\sqrt{a^2+b^2}}\right|$
- Ploščina trikotnika z oglišči $A(x_1,y_1)$, $B(x_2,y_2)$, $C(x_3,y_3)$:
  $S=\frac{1}{2}\left|(x_2-x_1)(y_3-y_1)-(x_3-x_1)(y_2-y_1)\right|$
- Elipsa: $e^2=a^2-b^2$, $\varepsilon=\frac{e}{a}$; $a>b$
- Hiperbola: $e^2=a^2+b^2$, $\varepsilon=\frac{e}{a}$, a je realna polos
- Parabola: $y^2=2px$, gorišče $G\left(\frac{p}{2},0\right)$
- Integrala:
  $\int\frac{\mathrm{d}x}{x^2+a^2}=\frac{1}{a}\arctan\frac{x}{a}+C$, $\int\frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{a^2-x^2}}=\arcsin\frac{x}{a}+C$

01. V pravokotnem trikotniku ABC s pravim kotom pri oglišču C meri kateta $b = |AC| = 7\ \mathrm{cm}$, kot pri oglišču A pa $\alpha = 51^\circ$. Izračunajte ploščino tega trikotnika. Narišite skico.

(6 točk)

02. Okrajšajte ulomke:

a) $\dfrac{204}{5202}$

(3 točke)

b) $\dfrac{x^2-3x}{x^2-9} \quad (x \neq -3,\ x \neq 3)$

(3 točke)

c) $\dfrac{n!}{n!+(n+1)!} \quad (n \in \mathbb{N})$

(2 točki)

03. Smučarski skakalec Marko je na treningu skočil štirikrat in dosegel naslednje daljave: $94\ \mathrm{m}$, $100\ \mathrm{m}$, $94\ \mathrm{m}$ in $96\ \mathrm{m}$. Izračunajte povprečno dolžino njegovih skokov. Koliko metrov bi moral skočiti v petem skoku za trening, da bi povprečje povečal na $98\ \mathrm{m}$?

(5 točke)

04. Dana je kvadratna enačba $ax^2 - 4x + 2 = 0$, $a \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$. Rešite to enačbo za $a = -2$. Zapišite točni rešitvi. Za katera števila a ima zgornja enačba dve različni realni rešitvi?

(6 točk)

05. Poenostavite izraz $\dfrac{a^{\frac{7}{3}} \cdot \sqrt{2a^{-3}}}{\sqrt[6]{8a}}$, $a > 0$.

(5 točk)

06. Rešite enačbe:

a) $6 \cdot 4^{x} = 3$

(2 točki)

b) $6 \cdot \log_{4} x = 3$

(2 točki)

c) $6 \cdot \sin 4x = 3$

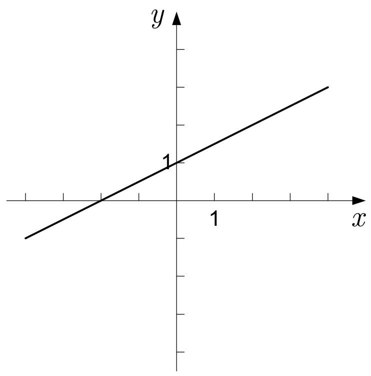
(4 točke)

07. Naj bo $z_1 = 6\mathrm{i} - 2\mathrm{i}^2 + \mathrm{i}^3$, $z_2 = (2 - \mathrm{i}) \cdot (-1 + 2\mathrm{i}) - 2$ in $z_3 = \dfrac{12 - \mathrm{i}}{1 + 2\mathrm{i}}$. Izračunajte kompleksna števila z_1, z_2 in z_3. Kateri izmed števil z_1, z_2 in z_3 sta si nasprotni in kateri konjugirani?

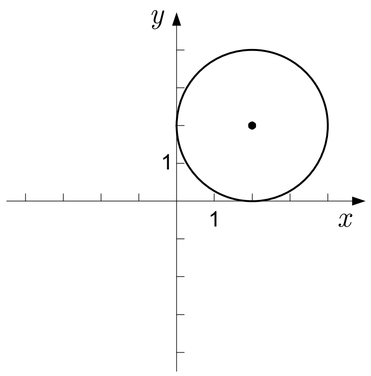
(7 točk)

08. Spodaj so narisane premica, krožnica in elipsa. Zapišite njihove enačbe.

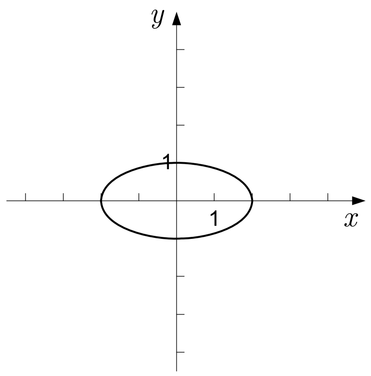
(7 točk)



Enačba:



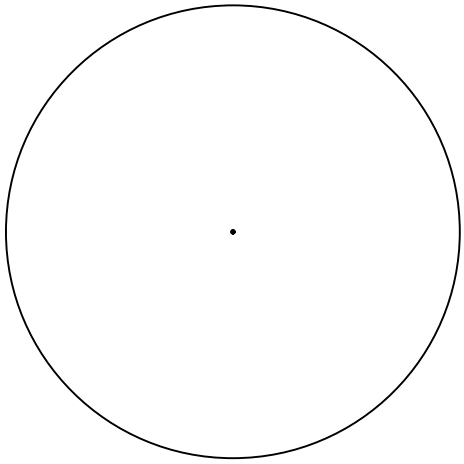
Enačba:



Enačba:

09. V krog s polmerom $r = 3\ \mathrm{cm}$ včrtajte pravilni šestkotnik $ABCDEF$. Narišite vektor $\vec{x} = \overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{BC}$ in izračunajte njegovo dolžino. Rezultat zaokrožite na milimetre.

(7 točk)



10. Naj bo drugi člen geometrijskega zaporedja $a_2 = 6$, peti člen pa $a_5 = 162$. Izračunajte prvi člen, količnik in vsoto prvih osemnajstih členov tega zaporedja.

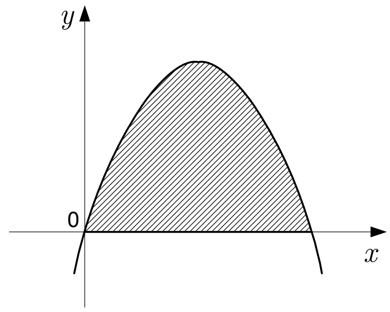
(6 točk)

11. Pod kolikšnim kotom seka graf racionalne funkcije $f(x)=\dfrac{x-2}{x^2+1}$ abscisno os? Rezultat zaokrožite na stotinko stopinje.

(8 točk)

12. Na sliki je graf funkcije $f(x) = -x^2 + 3x$. Izračunajte ploščino osenčenega lika.

(7 točk)



Prazna stran

Prazna stran