Šifra kandidata:
A jelölt kódszáma:

Državni izpitni center

M 0 9 1 4 0 2 1 2 M

SPOMLADANSKI IZPITNI ROK
TAVASZI VIZSGAIDŐSZAK

Višja raven
Emelt szint

MATEMATIKA

Izpitna pola 2
2. feladatlap

Sobota, 6. junij 2009 / 90 minut
2009. június 6., szombat / 90 perc

Dovoljeno gradivo in pripomočki:
Kandidat prinese nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko, računalo brez grafičnega zaslona in možnosti računanja s simboli, šestilo in dva trikotnika, lahko tudi ravnilo.
Kandidat dobi dva konceptna lista in ocenjevalni obrazec.

Engedélyezett segédeszközök: a jelölt töltőtollat vagy golyóstollat, ceruzát, radírt, csak műveleteket végző zsebszámológépet, körzőt és 2 háromszögvonalzót vagy vonalzót hoz magával.
A jelölt egy értékelő lapot és két pótlapot is kap a vázlatkészítéshez.

SPLOŠNA MATURA
ÁLTALÁNOS ÉRETTSÉGI VIZSGA

Navodila kandidatu so na naslednji strani.
A jelöltnek szóló útmutató a következő oldalon olvasható.

Ta pola ima 16 strani, od tega 3 rezervne in 3 prazne.
A feladatlap terjedelme 16 oldal, ebből 3 tartalék és 3 üres.

NAVODILA KANDIDATU

Pazljivo preberite ta navodila.
Ne odpirajte izpitne pole in ne začenjajte reševati nalog, dokler vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.

Prilepite kodo oziroma vpišite svojo šifro (v okvirček desno zgoraj na prvi strani in na ocenjevalni obrazec). Svojo šifro vpišite tudi na konceptna lista.

Izpitna pola vsebuje 3 strukturirane naloge. Število točk, ki jih lahko dosežete, je 40. Za posamezno nalogo je število točk navedeno v izpitni poli. Pri reševanju si lahko pomagate s standardno zbirko zahtevnejših formul na strani 3.

Rešitve, ki jih pišite z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom, vpisujte **v izpitno polo** pod besedila nalog in na naslednje strani, grafe funkcij pa rišite s svinčnikom. Če se zmotite, napisano prečrtajte in rešitev zapišite na novo. Nečitljivi zapisi in nejasni popravki bodo ocenjeni z nič (0) točkami. Strani 12, 13 in 14 so rezervne; uporabite jih le, če vam zmanjka prostora. Jasno označite, katere naloge ste reševali na teh straneh. Osnutki rešitev, ki jih lahko naredite na konceptna lista, se pri ocenjevanju ne upoštevajo.

Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vsemi vmesnimi računi in sklepi. Če ste nalogo reševali na več načinov, jasno označite, katero rešitev naj ocenjevalec oceni.

Zaupajte vase in v svoje zmožnosti. Želimo vam veliko uspeha.

ÚTMUTATÓ A JELÖLTNEK

Figyelmesen olvassa el ezt az útmutatót!
Ne lapozzon, és ne kezdjen a feladatok megoldásába, amíg azt a felügyelő tanár nem engedélyezi!
Ragassza vagy írja be kódszámát (a feladatlap első oldalának jobb felső sarkában levő keretbe és az értékelő lapra)! Kódszámát a pótlapra is írja rá!

A feladatlap 3 strukturált feladatot tartalmaz. Összesen 40 pont érhető el. A feladatlapban a feladatok mellett feltüntettük az elérhető pontszámot is. A feladatok megoldásakor használhatja a 4. oldalon található standard képletgyűjteményt.

Válaszait töltőtollal vagy golyóstollal írja a ***feladatlap*** *erre kijelölt helyére, a függvénygrafikonokat ceruzával rajzolja be! Ha tévedett, a leírtat húzza át, majd válaszát írja le újra! Az olvashatatlan megoldásokat és a nem egyértelmű javításokat nulla (0) ponttal értékeljük. A 12., 13. és a 14. oldal tartalék. Csak abban az esetben írjon oda, ha másutt már nincs hely! Egyértelműen jelölje meg, melyik feladatokat oldotta meg ezeken az oldalakon! Vázlatát írja a pótlapokra, ám azt az értékelés során nem vesszük figyelembe.*

A válasznak tartalmaznia kell a megoldásig vezető műveletsort, az összes köztes számítással és következtetéssel együtt. Ha a feladatot többféleképpen oldotta meg, egyértelműen jelölje, melyik megoldást értékeljék!

Bízzon önmagában és képességeiben! Eredményes munkát kívánunk!

Formule

- $a^{2n+1}+b^{2n+1}=(a+b)\left(a^{2n}-a^{2n-1}b+a^{2n-2}b^2-....+a^2b^{2n-2}-ab^{2n-1}+b^{2n}\right)$
- Evklidov in višinski izrek v pravokotnem trikotniku: $a^2=ca_1$, $b^2=cb_1$, $v_c^2=a_1b_1$
- Polmera trikotniku očrtanega in včrtanega kroga: $R=\frac{abc}{4S}$, $r=\frac{S}{s}$, $s=\frac{a+b+c}{2}$
- Kotne funkcije polovičnih kotov:
  $\sin\frac{x}{2}=\pm\sqrt{\frac{1-\cos x}{2}}$; $\cos\frac{x}{2}=\pm\sqrt{\frac{1+\cos x}{2}}$; $\tan\frac{x}{2}=\frac{\sin x}{1+\cos x}$
- Kotne funkcije trojnih kotov:
  $\sin 3x=3\sin x-4\sin^3 x$, $\cos 3x=4\cos^3 x-3\cos x$
- Adicijski izrek:
  $\sin(x+y)=\sin x\cos y+\cos x\sin y$
  $\cos(x+y)=\cos x\cos y-\sin x\sin y$
  $\tan(x+y)=\frac{\tan x+\tan y}{1-\tan x\tan y}$
- Faktorizacija:
  $\sin x+\sin y=2\sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$, $\sin x-\sin y=2\cos\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$
  $\cos x+\cos y=2\cos\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$, $\cos x-\cos y=-2\sin\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$
  $\tan x\pm\tan y=\frac{\sin(x\pm y)}{\cos x\cos y}$, $\cot x\pm\cot y=\frac{\sin(y\pm x)}{\sin x\sin y}$
- Razčlenitev produkta kotnih funkcij:
  $\sin x\sin y=-\frac{1}{2}\left[\cos(x+y)-\cos(x-y)\right]$
  $\cos x\cos y=\frac{1}{2}\left[\cos(x+y)+\cos(x-y)\right]$
  $\sin x\cos y=\frac{1}{2}\left[\sin(x+y)+\sin(x-y)\right]$
- Razdalja točke $T_0\left(x_0,y_0\right)$ od premice $ax+by-c=0$:
  $d\left(T_0,p\right)=\left|\frac{ax_0+by_0-c}{\sqrt{a^2+b^2}}\right|$
- Ploščina trikotnika z oglišči $A\left(x_1,y_1\right)$, $B\left(x_2,y_2\right)$, $C\left(x_3,y_3\right)$:
  $S=\frac{1}{2}\left|(x_2-x_1)(y_3-y_1)-(x_3-x_1)(y_2-y_1)\right|$
- Elipsa: $e^2=a^2-b^2$, $\varepsilon=\frac{e}{a}$; $a>b$
- Hiperbola: $e^2=a^2+b^2$, $\varepsilon=\frac{e}{a}$, a je realna polos
- Parabola: $y^2=2px$, gorišče $G\left(\frac{p}{2},0\right)$
- Integrala:
  $\int\frac{\mathrm{d}x}{x^2+a^2}=\frac{1}{a}\operatorname{arc}\tan\frac{x}{a}+C$, $\int\frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{a^2-x^2}}=\operatorname{arc}\sin\frac{x}{a}+C$

Képletek

- $a^{2n+1}+b^{2n+1}=(a+b)\left(a^{2n}-a^{2n-1}b+a^{2n-2}b^{2}-....+a^{2}b^{2n-2}-ab^{2n-1}+b^{2n}\right)$
- *A derékszögű háromszög magasságtétele és befogótétele:* $a^2=ca_1$, $b^2=cb_1$, $v_c^2=a_1b_1$
- *A háromszög köré írt kör és a háromszögbe írt kör sugara:* $R=\frac{abc}{4S}$, $r=\frac{S}{s}$, $s=\frac{a+b+c}{2}$
- *A félszögek szögfüggvényei:*
  $\sin\frac{x}{2}=\pm\sqrt{\frac{1-\cos x}{2}}$; $\cos\frac{x}{2}=\pm\sqrt{\frac{1+\cos x}{2}}$; $\tan\frac{x}{2}=\frac{\sin x}{1+\cos x}$
- *A szög háromszorosának szögfüggvényei:*
  $\sin 3x=3\sin x-4\sin^3 x$, $\cos 3x=4\cos^3 x-3\cos x$
- *Addíciós tételek:*
  $\sin(x+y)=\sin x\cos y+\cos x\sin y$

  $\cos(x+y)=\cos x\cos y-\sin x\sin y$

  $\tan(x+y)=\frac{\tan x+\tan y}{1-\tan x\tan y}$
- *Tényezőkre bontás:*
  $\sin x+\sin y=2\sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$, $\sin x-\sin y=2\cos\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$

  $\cos x+\cos y=2\cos\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$, $\cos x-\cos y=-2\sin\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$

  $\tan x\pm\tan y=\frac{\sin(x\pm y)}{\cos x\cos y}$, $\cot x\pm\cot y=\frac{\sin(y\pm x)}{\sin x\sin y}$
- *A szögfüggvények szorzatának felbontása:*
  $\sin x\sin y=-\frac{1}{2}\left[\cos(x+y)-\cos(x-y)\right]$

  $\cos x\cos y=\frac{1}{2}\left[\cos(x+y)+\cos(x-y)\right]$

  $\sin x\cos y=\frac{1}{2}\left[\sin(x+y)+\sin(x-y)\right]$
- *A* $T_0\left(x_0, y_0\right)$ *pont távolsága az* $ax+by-c=0$ *egyenestől:*

  $d\left(T_0, p\right)=\left|\frac{ax_0+by_0-c}{\sqrt{a^2+b^2}}\right|$
- *Az* $A(x_1,y_1)$, $B(x_2,y_2)$, $C(x_3,y_3)$ *csúcsú háromszög területe:*

  $S=\frac{1}{2}\left|(x_2-x_1)(y_3-y_1)-(x_3-x_1)(y_2-y_1)\right|$
- *Ellipszis:* $e^2=a^2-b^2$, $\varepsilon=\frac{e}{a}$; $a>b$
- *Hiperbola:* $e^2=a^2+b^2$, $\varepsilon=\frac{e}{a}$, *az a valós féltengely*
- *Parabola:* $y^2=2px$, *fókuszpont* $G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$
- *Integrálok:* $\int\frac{\mathrm{d}x}{x^2+a^2}=\frac{1}{a}\operatorname{arc}\,\tan\frac{x}{a}+C$, $\int\frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{a^2-x^2}}=\operatorname{arc}\,\sin\frac{x}{a}+C$

Prazna stran
Üres oldal

OBRNITE LIST.
LAPOZZON!

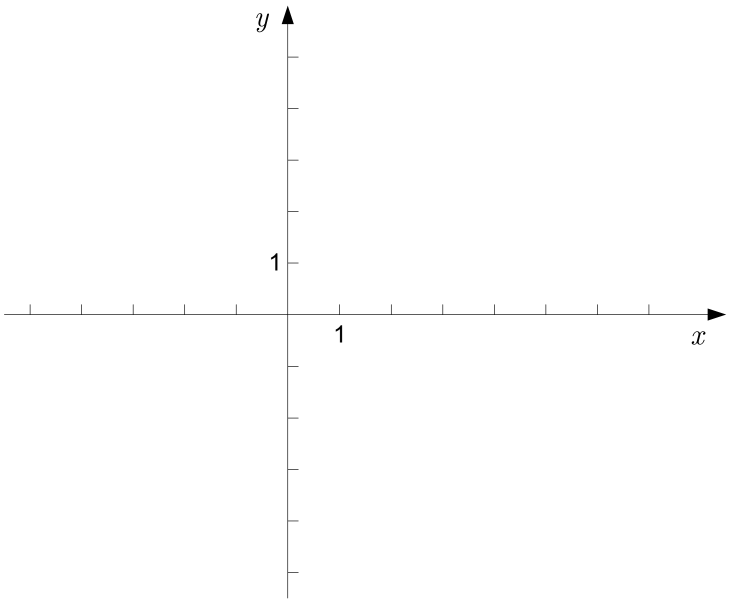
01. Dana je funkcija $f(x)=\sqrt{x}$.

Adott az $f(x)=\sqrt{x}$ *függvény.*

a) Narišite graf funkcije $g(x)=2f(x)-3$. Zapišite definicijsko območje in zalogo vrednosti funkcije g ter izračunajte njeno ničlo.

Ábrázolja a $g(x)=2f(x)-3$ *függvény grafikonját! Írja fel a* g *függvény értelmezési tartományát és értékkészletét, valamint számítsa ki a zérushelyét!*

(4 točke/pont)



b) V točki $T(4, y_1)$ položimo normalo na krivuljo $y=2\sqrt{x}-3$. Napišite enačbo te normale.

Állítsunk a $T(4, y_1)$ *pontban normálist a* $y=2\sqrt{x}-3$ *görbére! Írja fel ennek a normálisnak az egyenletét!*

(4 točke/pont)

c) Naj bo $h(x)=f(x)+a$, pri čemer je $a \in \mathbb{R}^+$. Določite a tako, da bo ploščina lika med grafom funkcije h in osjo x na intervalu $[0,4]$ enaka $\frac{20}{3}$.

Legyen a $h(x)=f(x)+a$ *, ahol* $a \in \mathbb{R}^+$ *. Határozza meg az* a *-t úgy, hogy a* h *függvény grafikonja és az* x *tengelyen a* $[0,4]$ *intervallum által határolt síkidom területe* $\frac{20}{3}$ *legyen!*

(4 točke/pont)

d) Naj bo $u(x)=f(x+b)$, pri čemer je $b \in \mathbb{R}^+$. Določite b tako, da bo ploščina lika med grafom funkcije u , osjo x in osjo y enaka $\frac{54}{3}$.

Legyen $u(x)=f(x+b)$ *, ahol* $b \in \mathbb{R}^+$ *. Határozza meg a* b *-t úgy, hogy az* u *függvény grafikonja az* x *tengely és az* y *tengely által határolt síkidom területe* $\frac{54}{3}$ *legyen!*

(4 točke/pont)

02. Dana je geometrijska vrsta $3-\frac{x}{2}+\frac{x^2}{12}-\frac{x^3}{72}+\ldots,\ x\in\mathbb{R},\ x\neq 0$.

Adott a $3-\frac{x}{2}+\frac{x^2}{12}-\frac{x^3}{72}+\ldots, x\in\mathbb{R}, x\neq 0$ *mértani sor.*

a) Za katera realna števila x je ta vrsta konvergentna?

Mely valós x *szám esetén konvergens ez a sor?*

(2 točki/pont)

b) Izračunajte število $x\in\mathbb{R}$, za katero je vsota te vrste enaka $2x-4$.

Számítsa ki azt az $x\in\mathbb{R}$ *számot, amelyre nézve ennek a sornak az összege* $2x-4$*-gyel egyenlő!*

(3 točke/pont)

c) Naj bo $x=-1$. Koliko odstotkov vsote vseh členov te vrste predstavlja vsota prvih petih členov? Rezultat zaokrožite na 5 mest.

Legyen az $x=-1$*. Ebben a sorban az összes tag összegének hány százalékát teszi ki az első öt tag összege? Az eredményt kerekítse* 5 *jegyre!*

(3 točke/pont)

d) Naj bo $x=-1$. Kateri členi te vrste so manjši od 10^{-8}? Napišite odgovor.

Legyen $x=-1$*. A sor mely tagjai kisebbek* 10^{-8}*-nál? Írjon választ!*

(4 točke/pont)

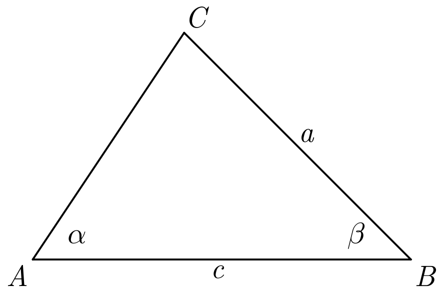
03. Rešite naslednje naloge iz trigonometrije.

Oldja meg a következő trigonometriai feladatokat!

a) Dokažite, da za trikotnik $\triangle ABC$ na sliki velja $c = \dfrac{a\sin(\alpha+\beta)}{\sin\alpha}$.

Bizonyítsa, hogy a képen látható $\triangle ABC$ *háromszögre fennáll a* $c = \dfrac{a\sin(\alpha+\beta)}{\sin\alpha}$ *összefüggés!*

(3 točke/pont)



b) Izračunajte dolžino stranice c v trikotniku s podatki $a = 40$, $b = 30$ in $\beta = 40^\circ$ (poiščite obe možni rešitvi).

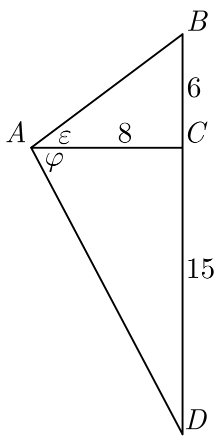
Számítsa ki a háromszög c *oldalának hosszúságát, ha tudja a következő adatokat:* $a = 40$, $b = 30$ és $\beta = 40^\circ$ *(keresse meg mindkét lehetséges megoldást)!*

(5 točk/pont)

c) Izračunajte natančno vrednost $\cos(\varepsilon+\varphi)$, če sta ε in φ kota na spodnji sliki, dolžine daljic so $|AC| = 8$, $|BC| = 6$ in $|CD| = 15$, daljici AC in BD pa sta pravokotni.

Számítsa ki a $\cos(\varepsilon+\varphi)$ *pontos értékét, ha az* ε *és a* φ *szögek az alábbi képen láthatók, a szakaszok hossza:* $|AC| = 8$, $|BC| = 6$ *és* $|CD| = 15$*, az* AC *és* BD *szakaszok pedig merőlegesek egymásra!*

(4 točke/pont)



REZERVNA STRAN

TARTALÉK OLDAL

REZERVNA STRAN
TARTALÉK OLDAL

REZERVNA STRAN
TARTALÉK OLDAL

Prazna stran

Üres oldal

Prazna stran

Üres oldal